

Численное моделирование распространения лазерного излучения в дождях

И.П. Лукин, Д.С. Рычков, А.В. Фалиц*

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН,
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

Поступила в редакцию 18.01.2008 г.

Предлагается модель фазового экрана для численного моделирования распространения лазерного излучения в дождях. Рассеяние излучения в дожде учитывается в рамках дифракционного приближения для индикатрисы рассеяния, при этом спектр корреляционной функции флуктуаций диэлектрической проницаемости капель воды в атмосфере имеет гауссову форму. Проведено сравнение представленных результатов численного моделирования с известными теоретическими оценками. Исследовано осредняющее действие приемной апертуры на измеряемые параметры лазерного излучения.

Ключевые слова: лазерный пучок, рассеяние излучения в дожде, фазовый экран, численное моделирование.

Введение

При распространении в атмосфере лазерные пучки испытывают искажения вследствие существования флуктуаций диэлектрической проницаемости среды. Эти флуктуации связаны не только с турбулентными неоднородностями плотности воздуха, но и с наличием в атмосфере дискретной составляющей: частиц аэрозоля, тумана, атмосферных осадков [1–4]. Рассеяние лазерного излучения на каплях дождя, так же как и в турбулентной атмосфере, приводит к уширению пучка, появлению в нем флуктуаций интенсивности [4]. Кроме того, происходит ослабление интенсивности излучения за счет поглощения на дискретных рассеивателях [4, 5].

Известны экспериментальные и теоретические исследования статистических характеристик поля лазерного пучка, распространяющегося в дожде [4–12]. Распространение лазерных пучков в дожде, так же как и в турбулентной атмосфере, может быть описано в параболическом приближении [13].

В настоящей статье предлагается модель фазового экрана [14–16], учитывающая рассеяние на дискретных рассеивателях в турбулентной среде. Для экспоненциального закона распределения числа капель воды по размерам, учитывающего зависимость от интенсивности дождя [1], получены формулы для спектра корреляционной функции флуктуаций эффективной диэлектрической проницаемости дискретной компоненты атмосферы при выпадении дождя. Для турбулентной компоненты принята модель Кармана, учитывающая влияние внутреннего

масштаба неоднородностей [17]. Представлены результаты численного моделирования распространения лазерного пучка на трассе в турбулентной атмосфере при выпадении дождя, проведено сравнение с известными теоретическими оценками, и исследовано осредняющее действие приемной апертуры на измеряемые характеристики излучения, прошедшего слой атмосферы с дождем.

1. Модель фазового экрана для описания рассеяния излучения в дожде

Размеры капель воды a_p в дожде велики по сравнению с длиной волны оптического излучения λ , $a_p \gg \lambda$, поэтому можно учитывать только рассеяние в направлении вперед [18] и использовать параболическое уравнение для описания распространения лазерного излучения в дожде [4, 10, 17]:

$$2ik \frac{\partial U(\mathbf{r})}{\partial z} + \Delta_{\perp} U(\mathbf{r}) + k^2 (\varepsilon_T(\mathbf{r}) + \varepsilon_p(\mathbf{r})) U(\mathbf{r}) = 0, \quad (1)$$

где $U(\mathbf{r})$ — комплексная амплитуда поля $E(\mathbf{r}) = U(\mathbf{r})e^{ikz}$; $\mathbf{r} = (x, y, z)$, z — координата в направлении распространения; $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число; $(x, y) \equiv \rho$ — поперечные координаты;

$$\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}; \quad \varepsilon_T(\mathbf{r}) = \langle \varepsilon_T(\mathbf{r}) \rangle + \tilde{\varepsilon}_T(\mathbf{r}) \approx 1 + \tilde{\varepsilon}_T(\mathbf{r})$$

— диэлектрическая проницаемость атмосферы без осадков; $\tilde{\varepsilon}_T(\mathbf{r})$ — ее турбулентные флуктуации. Компонента $\varepsilon_p(\mathbf{r}) = \langle \varepsilon_p(\mathbf{r}) \rangle + \tilde{\varepsilon}_p(\mathbf{r})$ — диэлектрическая проницаемость атмосферы с каплями воды,

* Игорь Петрович Лукин (lukin_ip@iaa.ru); Дмитрий Сергеевич Рычков (dsr@iaa.ru); Андрей Вячеславович Фалиц.

$\langle \varepsilon_p(\mathbf{r}) \rangle$ – ее среднее значение, $\tilde{\varepsilon}_p(\mathbf{r})$ – ее флуктуации, обусловленные случайным распределением капель в объеме атмосферы и числа капель по радиусам и размерам.

При описании дождей широко распространено распределение Лоу–Парсонса [1–4] числа капель по размерам в зависимости от интенсивности дождя:

$$\begin{aligned} p(a_p, J) &= N_0(J) \exp[-\Lambda(J)a_p], \\ N_0(J) &= 4,382 \cdot 10^6 J^{0,112} \text{ м}^{-4}, \\ \Lambda(J) &= 5932 J^{-0,182} \text{ м}^{-1}, \end{aligned} \quad (2)$$

где J – интенсивность дождя, мм/ч; a_p – радиус капли, м. Исходя из этого распределения, спектр корреляционной функции флуктуаций $\tilde{\varepsilon}_p(\mathbf{r})$ зависит от интенсивности дождя, т.е. $\Phi_{\varepsilon_p} = \Phi_{\varepsilon_p}(\mathbf{k}, J)$, и, согласно [10], имеет вид

$$\Phi_{\varepsilon_p}(\mathbf{k}, J) = \frac{2}{\pi k^4} \int_0^{\infty} da_p p(a_p, J) |f_0(\mathbf{k}, a_p)|^2, \quad (3)$$

где \mathbf{k} – спектральные координаты; $f_0(\mathbf{k}, a_p)$ – амплитуда рассеяния волны на отдельной частице радиуса a_p . Поскольку капли воды велики по сравнению с длиной волны λ , то в качестве амплитуды рассеяния можно взять ее дифракционную часть [2, 3] и аппроксимировать (3) квадратичной экспонентой

$$\Phi_{\varepsilon_p}(\mathbf{k}, J) = A_p C_p^2(J) \exp[-\kappa^2 a_m^2 / 4], \quad (4)$$

где величина $C_p^2(J)$ есть константа, аналогичная структурной характеристике турбулентных флуктуаций диэлектрической проницаемости, C_ε^2 :

$$C_p^2(J) \cong 1,28 \cdot 10^{-12} J^{1,822} k^{-2}. \quad (5)$$

В этом приближении оказывается, что действительная часть $\text{Re } \varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon_T(\mathbf{r})$ связана с турбулентными флуктуациями, а мнимая $\text{Im } \varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon_p(\mathbf{r})$ – с дискретными рассеивателями (каплями дождя).

Параметр a_m в выражении (4) представляет собой масштаб неоднородностей сплошной среды, эквивалентной дискретной рассеивающей среде с характерным масштабом капель a_m . Можно показать (рис. 1), что наилучшей аппроксимацией спектра (3) квадратичной экспонентой будет аппроксимация (4), где в качестве характерного масштаба a_m выбран объемный медианный радиус капель дождя [1, 4] (рис. 1, кривая 4):

$$a_m = 6,19 \cdot 10^{-4} J^{0,182}. \quad (6)$$

Для сравнения на рис. 1 показаны спектры со средним (кривая 2) и среднеквадратическим радиусом (кривая 3) капель воды.

Среднее значение $\langle \varepsilon_p(\mathbf{r}) \rangle$ определяет общее ослабление интенсивности излучения в дожде

$$\tau = kz \langle \varepsilon_p(\mathbf{r}) \rangle \cong 2,638 \cdot 10^{-4} z J^{0,658}. \quad (7)$$

Константу A_p в формуле (4) можно определить как коэффициент связи между $C_p^2(J)$ и дисперсией

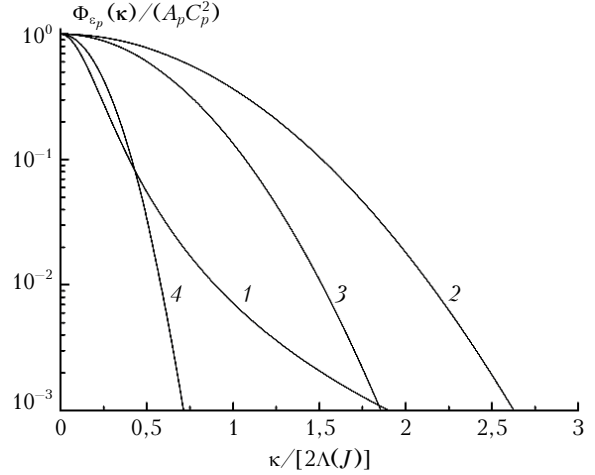


Рис. 1. Нормированный спектр корреляционной функции флуктуаций эффективной диэлектрической проницаемости дискретной рассеивающей среды – дождя с распределением частиц по размерам по Лоу–Парсонсу: 1 – точное значение (формула (3)); 2, 3, 4 – аппроксимация для среднего, среднеквадратического и медианного (6) радиусов капель

флуктуаций интенсивности $\sigma_I^2(\tau)$ плоской волны в первом приближении метода плавных возмущений (МПВ), $\tau \ll 1$:

$$A_p = \frac{\tau(L, J)}{\pi^2 k^3 C_p^2 f_2(a_m)}, \quad f_2(a_m) = \frac{4L}{ka_m^2} - \text{arctg}\left(\frac{4L}{ka_m^2}\right), \quad (8)$$

где L – длина трассы распространения лазерного излучения в атмосфере с осадками. Таким образом, величина $C_p^2(J)$ связывает амплитуду спектра (4) с характеристикой дождя – его интенсивностью J , а величина A_p – с условиями на трассе распространения.

Представив атмосферные осадки эквивалентной сплошной средой с характерным масштабом a_m , в которой рассеяние излучения сопровождается его ослаблением, можно рассматривать распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере при выпадении осадков как в сплошной среде с тремя характерными масштабами (внешний и внутренний масштабы турбулентных неоднородностей и масштаб капель дождя a_m) и применить метод расщепления [15] к уравнению (1). В рамках этого метода длина Δz каждого слоя трассы должна удовлетворять условию

$$\tau(\Delta z) \ll 1. \quad (9)$$

В середине каждого слоя располагается тонкий экран, определяющий искажения поля, прошедшего слой

$$U(\Delta z, \rho) = U(0, \rho) \exp\left\{\frac{ik}{2} \int_0^{\Delta z} \frac{i\tau(z)}{kz} dz\right\} e^{i\Psi_I(\rho) - \Psi_p(\rho)}, \quad (10)$$

где $U(0, \rho)$ – падающее поле; $U(\Delta z, \rho)$ – поле, прошедшее слой; $\Psi_I(\rho)$ – случайный набег фазы при рассеянии на турбулентных неоднородностях; $e^{-\Psi_p(\rho)}$ –

случайное изменение амплитуды поля, вызванное дискретными рассеивателями. Величина

$$\exp\left\{-\frac{k}{2}\int_0^{\Delta z}\frac{\tau(z)dz}{kz}\right\}=\exp\left\{-\frac{\tau(\Delta z)}{2}\right\} \quad (11)$$

определяет ослабление поля дискретной рассеивающей компоненты среды. Таким образом, влияние дискретной компоненты случайной среды на лазерный пучок, прошедший слой Δz , определяется амплитудным экраном

$$e^{-\tau(\Delta z)/2-\Psi_p(\rho)}. \quad (12)$$

Как видно из (10) и (12), тонкий экран должен быть амплитудно-фазовым. Однако решение уравнения для второго момента поля $\Gamma_2(z, \rho_1, \rho_2)$ с заменой сомножителя $e^{-\Psi_p(\rho)}$ на фазовый экран $e^{i\Psi_p(\rho)}$, где $\tilde{\Psi}_p(\rho)$ — случайный набег фазы, приобретаемый волной при прохождении слоя, совпадает со строгим решением этого уравнения в марковском приближении [12]. Воспользовавшись этим обстоятельством, будем рассматривать только флуктуации фазы поля, сделав указанную замену множителей в (12).

Поскольку $\tau(\Delta z)$ не зависит от поперечных координат, то общее ослабление лазерного пучка, прошедшего трассу длиной L , можно определить сомножителем $e^{-\tau(L)/2}$ после выполнения всех шагов Δz по трассе, состоящих в последовательном умножении поля на фазовый экран и свободной дифракции поля между экранами.

Генерация двумерного $N \times N$ фазового экрана осуществляется по формуле

$$\Psi(j\Delta x, l\Delta y, J) = \frac{1}{N} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} [\xi_{nm} + i\zeta_{nm}] \times \\ \times \exp\left[2\pi i \left(\frac{jn + lm}{N}\right)\right] \sqrt{\frac{\Phi_\Psi\left(\frac{n}{N\Delta x}, \frac{m}{N\Delta y}, J\right)}{\Delta x \Delta y}}, \quad (13)$$

где $\Delta x, \Delta y$ — расстояния между узлами; (ξ_{nm}, ζ_{nm}) — независимые случайные последовательности, которые имеют среднее, равное нулю, и дисперсию, равную единице. Спектр корреляционной функции фазы $\Phi_\Psi(\mathbf{k}_\perp, J)$ связан со спектром корреляционной функции флуктуаций диэлектрической проницаемости соотношением [14–16]:

$$\Phi_\Psi(\mathbf{k}_\perp, J) = \frac{k^2 \Delta z}{4} \Phi_\varepsilon(\mathbf{k}, 0, J), \quad (14)$$

где $\Phi_\varepsilon(\mathbf{k}, 0, J)$ — суммарный спектр корреляционной функции флуктуаций диэлектрической проницаемости воздуха и капель воды,

$$\Phi_\varepsilon(\mathbf{k}_\perp, \mathbf{k}_z = 0, J) = \\ = \Phi_\varepsilon(\mathbf{k}_\perp, \mathbf{k}_z = 0) + \Phi_{\varepsilon_p}(\mathbf{k}_\perp, \mathbf{k}_z = 0, J). \quad (15)$$

Здесь $\Phi_{\varepsilon_T}(\mathbf{k}_\perp, \mathbf{k}_z = 0)$ — кармановский спектр [17].

Теперь определим шаг и размер численной сетки в поперечной области, длину Δz слоя трассы L для заданных параметров излучения источника и характеристик среды — длины волны излучения λ , интенсивности дождя J , характеристики турбулентности C_ε^2 . Такие параметры, как радиус пучка a_0 и кривизна волнового фронта F , при заданной длине трассы необходимо подбирать так, чтобы перечисленные ниже условия выполнялись. Во-первых, размер численной сетки в поперечной плоскости должен превосходить диаметр пучка и дифракционный радиус капли на дальней границе трассы длиной $z = L$:

$$N\Delta x \geq \max\left(2ha_0, \frac{h\lambda z}{a_m(J)}\right), \quad (16)$$

параметр h представляет собой единое для всех масштабов разрешение, выраженное целым числом. Соотношение между радиусом пучка и радиусом капли определяется в сравнении с френелевским радиусом:

$$ha_m(J) \geq \sqrt{z/k}, \quad a_0 \geq h\sqrt{z/k}. \quad (17)$$

Наконец, разрешение в поперечной плоскости определяется из соотношения характерных масштабов флуктуаций диэлектрической проницаемости среды и кривизной волнового фронта поля пучка F :

$$\Delta x \leq \min\left(\rho_T(C_\varepsilon^2, z)/h, a_m/h, \frac{1}{8}\sqrt{\frac{\pi\lambda F}{N}}\right), \quad (18)$$

где $\rho_T(C_\varepsilon^2, z) = (0,3C_\varepsilon^2 k^2 z)^{-3/5}$ — радиус когерентности плоской волны в турбулентной среде. Поскольку по условию (17) радиус пучка превосходит радиус капли, то в (18) нет необходимости использовать величину a_0 для определения шага сетки Δx .

2. Результаты моделирования

Построенный алгоритм был протестирован для плоской волны (рис. 2) и гауссова пучка (рис. 3) в режиме слабых флуктуаций интенсивности излучения. При малых оптических толщах $\tau \ll 1$ дисперсия флуктуаций интенсивности плоской волны $\sigma_{I, pw}^2$ определяется величиной τ [7, 9, 11, 12] (см. рис. 2)

$$\sigma_{I, pw}^2 \approx \tau, \quad \tau \ll 1. \quad (19)$$

При $\tau > 1$ величина $\sigma_{I, pw}^2$ сравнима с единицей и при дальнейшем росте оптической толщи $\tau \gg 1$ стремится к единице (см. рис. 2) [10, 12]:

$$\sigma_{I, pw}^2 \approx 1, \quad \tau \gg 1. \quad (20)$$

Дополнительное влияние турбулентности на дисперсию флуктуаций интенсивности излучения, распространяющегося в дожде, проявляется как смещение

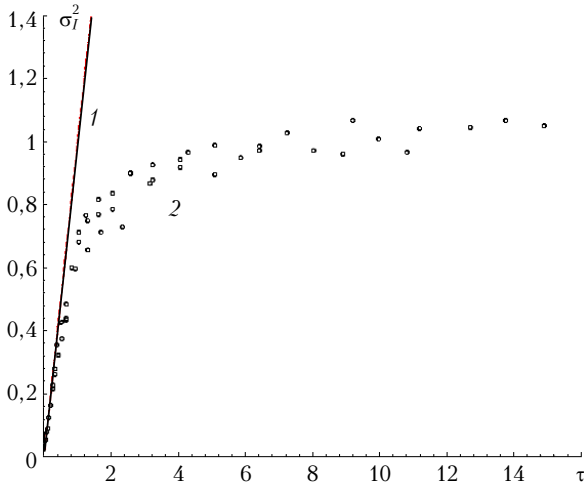


Рис. 2. Относительная дисперсия флуктуаций интенсивности плоской волны: 1 – расчет в первом приближении МПВ; 2 – моделирование

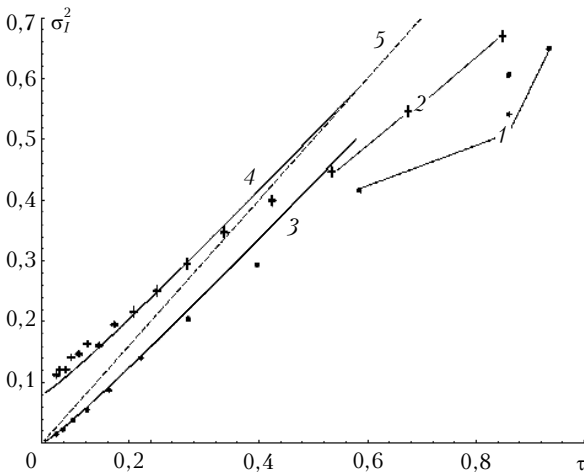


Рис. 3. Относительная дисперсия флуктуаций интенсивности коллимированного пучка $a_0 = 3$ см (число Френеля $\Omega_0 = 57$) в атмосфере с осадками: 1, 3 – дождь в однородной атмосфере (моделирование и расчет в приближении МПВ); 2, 4 – турбулентная атмосфера с осадками, индекс мерцания плоской волны $\beta_{0,рво}^2 = 0,31C_s^2k^{7/6}z^{11/6} = 0,1$ (моделирование и МПВ); 5 – дождь в однородной атмосфере, плоская волна, МПВ

кривой этой зависимости от τ вдоль оси абсцисс. Для гауссова пучка, распространяющегося в дожде, дисперсия флуктуаций интенсивности на его оси в первом приближении МПВ определяется формулой [9, 12]:

$$\sigma_I^2(z) \approx \frac{\tau k a_0 a_m}{2z} \sqrt{(1-\mu)^2 + \Omega_0^{-2}} \times \arctg \left[\frac{2z}{k a_0 a_m^2} \left\{ (1-\mu)^2 + \Omega_0^{-2} \right\}^{-1/2} \right], \quad (21)$$

где $\mu = z/F$; $\Omega_0 = \frac{k a_0^2}{z}$ – число Френеля. Из рис. 3 видно, что в области $\tau < 0,5$ результаты моделирования совпадают с расчетом дисперсии σ_I^2 по формуле (21).

На практике при измерении дисперсии флуктуаций интенсивности размеры апертуры приемника a_r , а также различных диафрагм, использующихся в эксперименте, оказывают осредняющее действие на измеряемые величины – среднюю интенсивность, дисперсию флуктуаций интенсивности. Это происходит из-за того, что сигнал в приемнике фактически представляет собой мощность

$$P = \int_S I(\rho) d(\rho), \quad (22)$$

где S – площадь приемника, и при делении ее на площадь приемника мы получаем среднюю по площади S интенсивность

$$\tilde{I} = \int_S I(\rho) d(\rho) / S. \quad (23)$$

В силу этого измеряемой в эксперименте величиной вместо, например, дисперсии флуктуаций интенсивности будет дисперсия флуктуаций потока излучения

$$\sigma_{\tilde{I}}^2 = \langle \tilde{I}^2 \rangle / \langle \tilde{I} \rangle^2 - 1. \quad (24)$$

На рис. 4 показаны зависимости дисперсии флуктуаций принимаемого потока излучения в зависимости от радиуса приемника ($a_r = 0,04; 0,24; 0,95$ мм). Можно отметить, что для $\tau \approx 0,1$ уже при размерах $a_r \approx 0,5 \div 0,7$ мм $\sigma_{\tilde{I}}^2$ уменьшается в 2–3 раза.

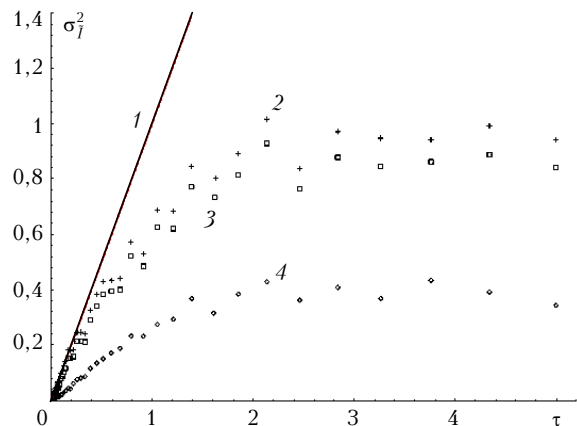


Рис. 4. Дисперсия флуктуаций принимаемого потока излучения (плоская волна) в зависимости от оптической толщины и размера приемника: 1 – дисперсия флуктуаций интенсивности плоской волны в приближении МПВ; 2, 3, 4 – $a_r = 0,04; 0,24; 0,95$ мм

Следовательно, для выбранного размера приемника существует предельное значение оптической толщины, для которого еще возможно измерение величины σ_I^2 (см. рис. 4). Для радиуса приемника $a_r = 0,95$ мм дисперсия флуктуаций интенсивности стремится не к единице, как при $a_r = 0,04$ мм, а к уровню, существенно меньшему единицы.

Заключение

Предложена модель фазового экрана для численного моделирования распространения лазерного

излучения в атмосфере при выпадении осадков, проведена ее верификация. Модель основана на дифракционном приближении функции индикатрисы рассеяния, фазовый экран имеет гауссов спектр корреляционной функции флуктуаций эффективной диэлектрической проницаемости, масштаб спектра определяется объемным медианным радиусом капель воды.

Исследовано влияние осредняющего действия приемной апертуры на величину дисперсии флуктуаций интенсивности. Представлены результаты численного моделирования распространения лазерного пучка в дожде и в турбулентной атмосфере с осадками методом фазовых экранов. Результаты моделирования согласуются с известными теоретическими оценками дисперсии флуктуаций интенсивности пучка в приближении МПВ для обеих компонент атмосферы с осадками.

Показано, что для выбранного размера приемника существует предельное значение оптической толщи, для которого еще возможно измерение дисперсии флуктуаций интенсивности.

1. Мак-Картни Э. Оптика атмосферы. Рассеяние света молекулами и частицами. М.: Мир, 1979. 424 с.
2. Ван де Хюлст Г. Рассеяние света малыми частицами. М.: Иностран. лит-ра, 1961. 536 с.
3. Ньютон Р. Теория рассеяния волн и частиц. М.: Мир, 1969. 607 с.
4. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. М.: Мир, 1981. Т. 1. 280 с. Т. 2. 320 с.
5. Долин А.С. О рассеянии светового пучка в слое мутной среды // Изв. вузов. Радиофиз. 1964. Т. 7. № 12. С. 380–382.
6. Гурвич А.С., Покасов Вл.В. О спектре флуктуаций лазерного излучения в турбулентной атмосфере при дожде // Изв. АН СССР. Физ. атмосфер. и океана. 1972. Т. 8. № 8. С. 878–879.

7. Ting-i Wang, Clifford S.F. Use of rain fall-induced optical scintillations to measure path-averaged rain parameters // J. Opt. Soc. Amer. 1975. V. 65. N 8. P. 927–937.
8. Галахов В.Н., Ефремов А.В., Жуков А.Ф., Рейно В.В., Цевык Р.Ш. Экспериментальное исследование флуктуаций интенсивности оптического излучения, распространяющегося в приземном слое атмосферы при осадках // Изв. АН СССР. Физ. атмосфер. и океана. 1976. Т. 12. № 12. С. 1251–1260.
9. Лукин И.П. Флуктуации световой волны в рассеивающей среде // Квант. электрон. 1979. Т. 6. № 8. С. 1756–1760.
10. Лукин И.П. О случайных смещениях оптических пучков в аэрозольной атмосфере // Изв. вузов. Радиофиз. 1981. Т. 24. № 2. С. 144–150.
11. Боровой А.Г. Распространение света в осадках // Изв. вузов. Радиофиз. 1982. Т. 25. № 4. С. 391–400.
12. Миронов В.Л., Тузова С.И. Метод Гюйгенса–Кирхгофа в задачах распространения оптического излучения в среде с дискретными крупномасштабными неоднородностями // Изв. вузов. Радиофиз. 1984. Т. 27. № 4. С. 535–537.
13. Mooradian G.C., Geller M., Stotts L.B., Stephens D.H., Krautwald R.A. Blue-green pulsed propagation through fog // Appl. Opt. 1979. V. 18. N 4. P. 429–441.
14. Coles Wm.A., Filice J.P., Frehlich R.G., Yadlowsky M. Simulation of wave propagation in three-dimensional random media // Appl. Opt. 1995. V. 34. N 12. P. 2089–2101.
15. Кандидов В.П. Метод Монте-Карло в нелинейной статистической оптике // Успехи физ. наук. 1996. Т. 166. № 12. С. 1309–1338.
16. Frehlich R.G. Simulation of laser propagation in a turbulent atmosphere // Appl. Opt. 2000. V. 39. N 3. P. 393–397.
17. Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В. Оптика турбулентной атмосферы. Л.: Гидрометеониздат, 1988. 272 с.
18. Кандидов В.П., Милицин В.О., Быков А.В., Приезжев А.В. Использование корпускулярного и волнового методов Монте-Карло в оптике дисперсных сред // Квант. электрон. 2006. Т. 36. № 11. С. 1003–1008.

I.P. Lukin, D.S. Rychkov, A.V. Falits. Numerical simulation of laser radiation propagation in rainfall.

The model of the phase screen for numerical simulation of laser propagation in atmosphere with rain precipitations is suggested. Since the diffraction approximation is considered for the scattering phase function of optical radiation on rain drops, the spectrum of correlation function of fluctuations of dielectric permeability of raindrops in the atmosphere has a Gaussian form. The results of simulation are compared with known theoretical results of optical wave statistics in the large-scale discrete medium. Effect of receiver averaging on measured parameters of laser radiation is investigated.