

С.В. Буцев, В.Ш. Хисматулин

О ТОЧНОСТИ АЛГОРИТМА ОЦЕНИВАНИЯ СОСТОЯНИЯ ВОЛНОВОГО ФРОНТА

Анализируются потенциальные точности алгоритма оценивания фазовых искажений волнового фронта в зависимости от условий наблюдения, периода поступления информации и свойств турбулентной атмосферы.

Проанализируем точностные характеристики приведенного в [1] алгоритма оценки состояния волнового фронта для адаптивной оптической системы, в которой используется раздельная коррекция общего наклона волнового фронта, дефокусировки и локальных высокочастотных искажений.

В случае, если характер динамики искажений волнового фронта адекватен модели, использованной для синтеза алгоритма оценки (в частности, если статистические характеристики аберрации — общих наклонов волнового фронта b_1 , b_2 , дефокусировки b_3 и остаточных локальных наклонов Φ_{\perp} , Θ_{\perp} взаимно независимы), точность оценивания величин b_1 , b_2 , b_3 и векторов Φ_{\perp} , Θ_{\perp} определяется значениями диагональных элементов матрицы $D_z(\kappa T)$ ковариаций ошибок оценивания соответствующих компонентов вектора $z(\kappa T) = (b_1; \Psi_{\perp}^T; b_2; \Theta_{\perp}^T; b_3)$ состояния волнового фронта, вычисляемых непосредственно из второго и третьего рекуррентных соотношений алгоритма (10), приведенного в [1].

При постоянных значениях дисперсий $d_{fi}(\kappa T) = d_{fi}$ ($i = 1, \dots, N^2$) ошибок измерения локальных наклонов волнового фронта в датчике Гартмана, по истечении некоторого сравнительно небольшого промежутка времени после начала функционирования алгоритма оценивания состояния волнового фронта матрица ковариаций ошибок оценивания $D_z(\kappa T)$ стремится к некоторой постоянной матрице D_z , причем значения коэффициентов матрицы D_z не зависят от начальных условий. Это свидетельствует об устойчивости установившегося режима алгоритма оценивания состояния волнового фронта.

Для выяснения влияния статистических характеристик аберраций и качества функционирования датчика волнового фронта на точность алгоритма оценивания в установившемся режиме были найдены значения диагональных элементов матрицы D_z . С целью упрощения вычислений полагалось, что датчик волнового фронта имеет одинаковое качество измерений по всей апертуре, т. е. $d_{fi} = d_f$. В результате получено, что установившиеся дисперсии ошибок оценивания d и экстраполяции d_{α} общих наклонов b_1 , b_2 определяются соотношениями

$$d = \frac{d_{\alpha} \cdot d_{\xi}}{d_{\alpha} + d_{\xi}}, \quad d_{\alpha} = \beta^2 d + d_{\eta}, \quad (1)$$

где $d_{\xi} = \frac{d_f}{N^2 \kappa_{\perp}^2}$ — дисперсия ошибки измерения систематической составляющей наклона волнового фронта по объединенной информации с выходов всех N^2 датчиков, κ_{\perp} — крутизна характеристики датчика волнового фронта относительно величины смещения интерферограммы, $\beta = \exp(-T/\tau_0)$ — коэффициент, зависящий от периода съема информации T и постоянной времени корреляции τ_0 наклонов волнового фронта, d_{η} — дисперсия шума, возбуждающего модель возмущений общего наклона волнового фронта ($d_{\eta} = d_b(1 - \beta^2)$, d_b — дисперсия флуктуаций общего наклона волнового фронта).

На рис. 1 приведено семейство зависимостей нормированных дисперсий ошибок оценивания $\bar{d} = d/d_{\xi}$ от величины $\alpha = d_{\eta}/d_{\xi}$ для ряда значений параметра β .

Как видно, алгоритм формирует оценку общего наклона волнового фронта, имеющую дисперсию ошибки, более чем вдвое меньшую по сравнению с дисперсией ошибки, получаемой по информации непосредственно от датчика волнового фронта, если $\alpha \leq 1$. Необходимо отметить, что при $T \ll \tau_0$ и постоянной дисперсии флуктуаций общего наклона волнового фронта $d_b = \text{const}$, величина d_{η} может быть весьма малой. Это условие позволяет осуществить выбор периода дискретизации T таким образом, чтобы алгоритм оценивания формировал оценку и экстраполированное значение общего наклона волнового фронта с необходимой точностью (при известной точности единичных измерений d_f).

Точность функционирования алгоритма оценивания коэффициента b_3 , характеризующего дефокусировку, определяется аналогичными соотношениями, если в них

$$d_{\eta} = d_{\eta_3}, \quad d_{\xi} = \frac{d_f}{\kappa_{\perp}^2} \left(\sum_{i=1}^{N^2} (16u_i^2 + 16v_i^2) - 1 \right)^{-1}, \quad (2)$$

где $d_{\eta 3} = d_{b_3}(1 - \beta_3^2)$ — дисперсия шума, возбуждающего модель возмущений дефокусировки; u_i, v_i — нормированные координаты i -й элементарной ячейки относительно центра приемной апертуры по двум взаимно ортогональным осям.

Точность оценивания остаточных локальных наклонов волнового фронта $\Psi_L = \{\Psi_{li}\}$, $\Theta_L = \{\Theta_{li}\}$ в установившемся режиме зависит не только от интенсивности флуктуаций атмосферы и качества функционирования датчика волнового фронта, но и от отношения расстояния между соседними ячейками датчика ρ к радиусу пространственной корреляции ρ_0 , а также от общего количества датчиков N^2 и их местоположения. Характерные зависимости относительных дисперсий $\bar{d} = d / d_f \cdot \kappa_d^2$ ошибок оценивания остаточных локальных наклонов волнового фронта в центре (сплошные линии) и на краях (штриховые) области коррекции от отношения ρ/ρ_0 приведены на рис. 2.

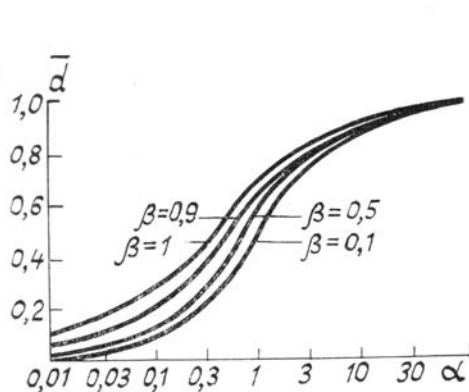


Рис. 1

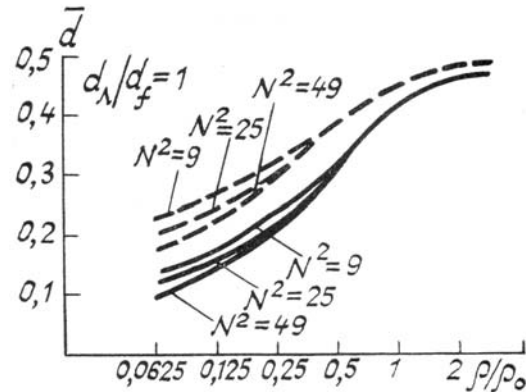


Рис. 2

Следует заметить, что при $\rho/\rho_0 \rightarrow 0$, то есть при полной корреляции флуктуаций фазы в пределах плоскости корректора, мы, по существу, переходим к оцениванию общего наклона волнового фронта. Наоборот, при отсутствии корреляции, когда $\rho/\rho_0 \gg 1$, оценивание локальных искажений волнового фронта становится независимым для каждого элементарного участка корректора (фотодатчика). В последнем случае качество оценки остаточных локальных наклонов можно определить по (1), если считать, что $d_\xi = d_{fi} / \kappa_d^2$, $d_\eta = d_{li}(1 - \beta_{li}^2)$. (d_{li} — дисперсия флуктуаций локальных искажений). При этом, естественно, точность оценивания не зависит от количества датчиков.

На основании проведенного анализа точностных характеристик алгоритма оценивания состояния волнового фронта можно сделать следующий вывод: алгоритм позволяет сформировать оценку состояния волнового фронта, имеющую дисперсию ошибки, меньшую по сравнению с дисперсией ошибки, получаемой по информации непосредственно от датчика волнового фронта, что, в свою очередь, может привести к значительному повышению точности коррекции искажений волнового фронта.

1. Буцев С. В., Хисматуллин В. Ш. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 2. С. 222.

Поступило в редакцию
24 мая 1989 г.

S. V. Butsev, V. Sh. Khismatulin. On the Accuracy of Wave-Front State Estimate Algorithm.

Potential accuracy of the wave-front phase distortion estimate algorithm depending on the observation conditions, period of information receiving and atmospheric turbulence characteristics are analyzed.