«Оптика атмосферы и океана», **14,** № 9 (2001)

УДК 535.3

Ю.В. Кистенев

Оценка лакунарности оптических спектров

Сибирский государственный медицинский университет,
Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 11.07.2001 г.

Дана интерпретация оптических спектров колебательно-вращательных полос поглощения газовых компонентов атмосферы в терминах фрактального анализа. Основным параметром расчета является лакунарность исходного спектра, по изменению которой можно судить о степени трансляционной и масштабной инвариантности спектра в целом как некоторой квазислучайной функции частоты.

Введение

Специфика расчета атмосферных радиационных потоков заключается в том, что в них учитывается совокупное молекулярное поглощение в достаточно большом спектральном интервале. Протяженный молекулярный спектр атмосферы, включающий тысячи линий поглощения, имеет достаточно сложный вид, напоминающий некоторый квазислучайный процесс. Расчет совокупного поглощения среды в этом случае целесообразно проводить, используя параметры, характеризующие данный спектр «в целом». Таковым, например, является статистический подход к описанию спектров [1–6].

Процедура суммирования линий спектра в некотором интервале неизбежно приводит к сглаживанию «флуктуаций» поглощения, и увеличение интервала суммирования снижает индивидуальность соседних участков спектра. Очевидно, наступит момент, когда с приемлемой точностью можно считать соседние участки спектра идентичными. При этом спектр становится трансляционно-инвариантным и совокупное поглощение во всем спектральном диапазоне можно оценить по небольшой его части.

Для оценки свойств трансляционной симметрии множеств со сложной структурой (в том числе фрактальной) применяется параметр, называемый флуктуационной лакунарностью или просто лакунарностью [7–9]. Одно из возможных определений лакунарности Λ для некоторой квазислучайной функции $s(R)$ имеет следующий вид:

$$\Lambda = \langle s^2 \rangle_s / \langle s \rangle_s^2, \qquad (1)$$

где усреднение проводится по всем возможным значениям функции. Лакунарность характеризует степень отклонения значений функции от среднего, причем $\Lambda = 1$ означает, что функция трансляционно-инвариантна.

Практически расчет лакунарности связан с усреднением исходной функции по некоторому интервалу размера r. При этом набор возможных значений функции $s(R,r)$ может быть получен при произвольных изменениях положений интервала усреднения внутри области определения функции [10, 11]. В этом случае лакунарность будет зависеть от величины интервала r:

$$\Lambda(r) = \langle s^2(R,r) \rangle_s / \langle s(R,r) \rangle_s^2. \qquad (2)$$

Другим важным свойством лакунарности является то, что для масштабно-инвариантных (самоподобных) множеств, т.е. фрактальных и мультифрактальных объектов, зависимость $\Lambda(r)$ линейна в двойном логарифмическом масштабе [10, 11]. При этом для фракталов наклон данной прямой равен $D-E$, где D – фрактальная размерность множества; E – размерность евклидова пространства, в которое вложен фрактал.

Таким образом, параметр лакунарности может служить дополнительным инструментом фрактального анализа наряду со стандартными методами расчета фрактальной размерности.

В нашем случае в качестве плотности меры множества можно взять плотность поглощения на некотором частотном интервале [12] или усредненную по интервалу интенсивность линий поглощения.

Расчет лакунарности трансляционно- и масштабно-инвариантных множеств

Сначала проведем расчет лакунарности множеств, обладающих очевидными свойствами инвариантности.

Рассмотрим «эквидистантный» спектр со вложенной структурой: спектр состоит из 1000 равноотстоящих линий, в нем имеются периодические (с периодом 40 линий) пропуски 20 линий (рис. 1). Здесь $n(r)$ характеризует число линий, попадающих в интервал усреднения r. Видно, что параметр лакунарности чувствителен к наличию пропусков (лакун) до тех пор, пока интервал усреднения r не превысит размер этого пропуска. После этого $\Lambda = 1$ и множество становится трансляционно инвариантным.

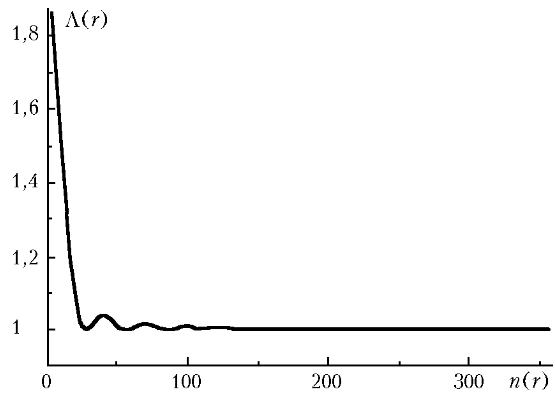

Рис. 1. Расчет лакунарности для «эквидистантного» спектра

Примером масштабно-инвариантного множества является так называемая «канторова пыль». Канторово множество может быть построено делением отрезка прямой на триаду с выбрасыванием центральной части (рис. 2,*а*). В пределе повторение этой процедуры

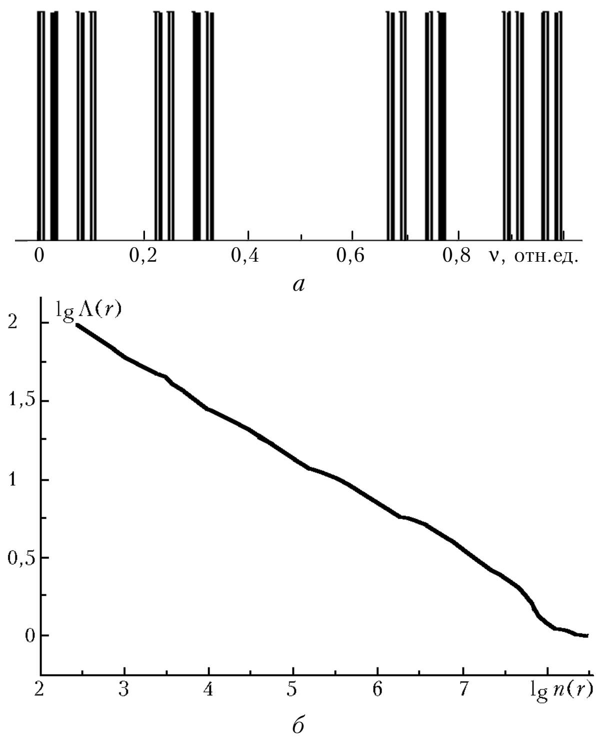

Рис. 2. Структура канторова множества (*а*) и расчет лакунарности канторова множества (*б*)

дает самоподобное множество (фрактал) с фрактальной размерностью $D = \lg 2 / \lg 3 = 0{,}63$ [13]. На рис. 2,*б* показан расчет лакунарности для канторова множества, когда выполнено 14 шагов описанного выше процесса построения фрактала (при этом говорят о предфрактале 14-го поколения). Видно, что зависимость лакунарности от интервала усреднения близка к линейной (в двойном логарифмическом масштабе), а положение этой прямой соответствует значению $D - E = -0{,}3548$, что достаточно близко к фрактальной размерности предельного множества.

Расчет лакунарности оптических спектров

Проанализируем особенности лакунарности спектра молекул CO_2 и O_3. Такой выбор обусловлен важной ролью, которую играют эти газы в динамике атмосферных процессов. Так, углекислый газ является одним из факторов, обусловливающих парниковый эффект, слой озона защищает от воздействия ультрафиолетового излучения.

Рассмотрим в качестве примера полосу 01101–00001 основного изотопа CO_2 (рис. 3,*а*). Данные по расчету лакунарности (рис. 3,*б*) показывают, что

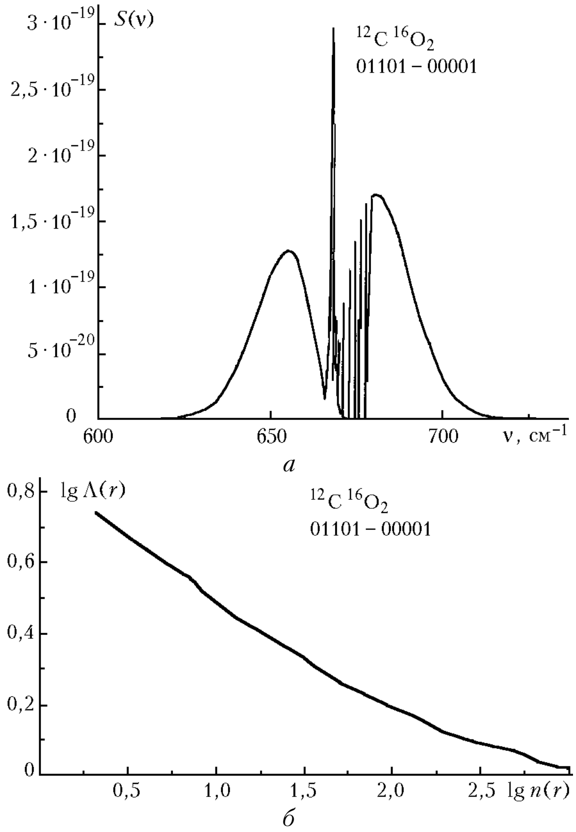

Рис. 3. Распределение интенсивностей линий в полосе поглощения (*а*) и расчет лакунарности (*б*)

зависимость $\lg\Lambda(r)$ довольно сильно отличается от линейной. Однако картина существенно меняется для изотопа $^{17}O^{12}C^{18}O$ (рис. 4).

Спектр основной полосы атмосферного озона характерен тем, что он содержит намного больше вращательных линий (более 7000) по сравнению с CO_2. Результаты аналогичных расчетов для озона представлены на рис. 5, 6.

Видно, что и здесь лакунарность чувствительна к вариациям изотопического состава молекулы, а для основного изотопа зависимость $\lg\Lambda(r)$ практически линейна. Это является косвенным подтверждением наличия у данного спектра свойств масштабной инвариантности [12].

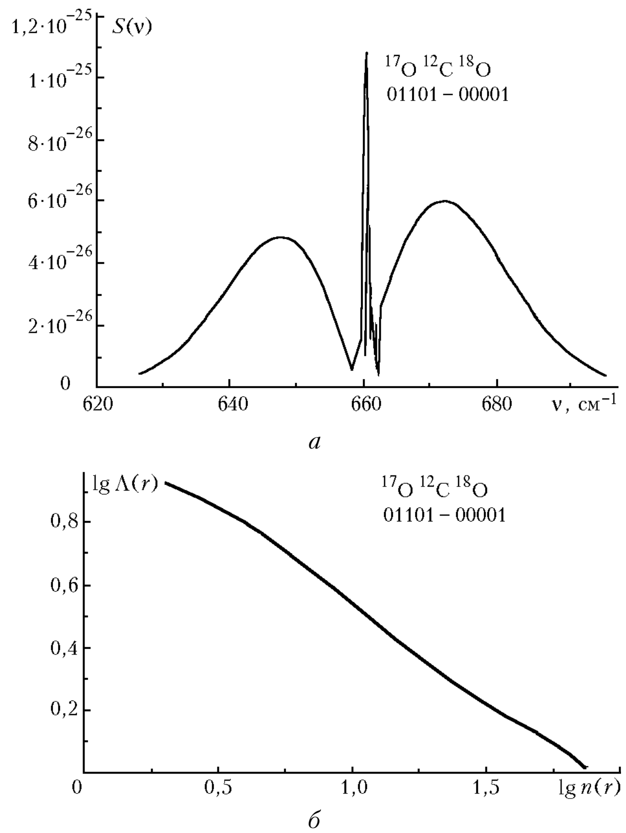

Рис. 4. Распределение интенсивностей линий в полосе поглощения (*а*) и расчет лакунарности (*б*)

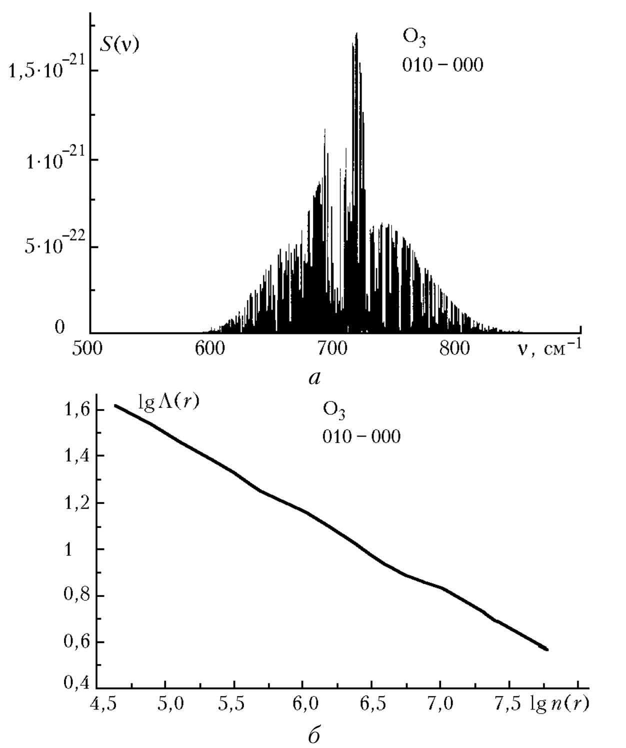

Рис. 5. Распределение интенсивностей линий в полосе поглощения (*а*) и расчет лакунарности (*б*)

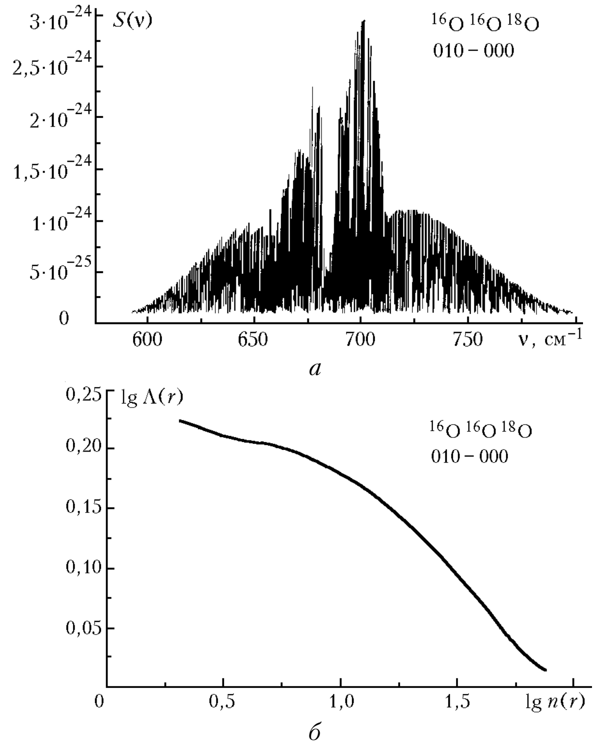

Рис. 6. Распределение интенсивностей линий в полосе поглощения (*а*) и расчет лакунарности (*б*)

Заключение

Параметр лакунарности $\lg\Lambda(r)$ несет информацию о трансляционной инвариантности регулярных и квазислучайных распределений. Результаты расчетов параметра лакунарности для колебательно-вращательных полос поглощения различных молекул показывают, что данный параметр чувствителен к вариациям молекулярного и изотопического состава поглощающих компонент атмосферы.

Представленные результаты расчета зависимости $\lg\Lambda(r)$ позволяют оценить величину интервала усреднения спектра, при которой спектр с приемлемой точностью можно считать трансляционно-инвариантным.

Результаты расчетов показывают, что для некоторых колебательно-вращательных полос поглощения газовых компонентов атмосферы зависимость $\lg\Lambda(r)$ практически линейна (в двойном логарифмическом масштабе). Это является косвенным подтверждением наличия у данных спектров свойств масштабной инвариантности.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 01-05-65152-а).

1. *Заславский Г.М., Филоненко Н.Н.* Статистические свойства энергетического спектра «скользящих» электронов с перемешивающимися классическими траекториями // Ж. эксперим. и теор. физ. 1973. Вып. 2(8). Т. 65. С. 643–656.
2. *Persival I.C.* Regular and irrgular spectra // J. Phys. B. 1973. V. 6. № 9. P. L229–L232.

3. *Заславский Г.М.* // Успехи физ. наук. 1979. Т. 129. С. 129.
4. *Brody T.A., Flores J., French J.B. et al.* // Rev. Mod. Phys. 1981. V. 53. P. 385.
5. *Елютин П.В.* Проблема квантового хаоса // Успехи физ. наук. 1988. Т. 155. Вып. 3. С. 397–442.
6. *Reichl L.E.* The transition to chaos: in conservative classical systems: quantum manifestations. New York; Berlin; Heidelberg; London: Springer-Verlag, 1992.
7. *Blumenfeld R., Mandelbrot B.B.* Levy dusts, Mittag-Leffler statistics, mass fractal lacunarity, and perseived dimension // Phys. Rev. E. 1997. V. 56. № 1. P. 112–118.
8. *Blumenfeld R., Ball R.* Probe for morfology and hierarchical correlations in scale-invariant structures // Phys. Rev. E. 1993. V. 47. № 4. P. 2298–2302.
9. *Gefen Y., Meir Y., Mandelbrot B.B., Aharony A.* Geometric implementation of hypercubic lattices with noninteger dimensionality by use of law lacunarity fractal lattices // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 50. № 3. P. 145–148.
10. *Allain C., Cloitre M.* Characterizing the lacunarity of random and deterministic fractal sets // Phys. Rev. A. 1991. V. 44. № 6. P. 3552–3558.
11. *Plotnick R.E., Gardner R.H., Hargrove W.W., Prestegaard K., Perlmutter M.* Lacunarity analysis: A general technique for analysis of spatial patterns // Phys. Rev. E. 1996. V. 53. № 5. P. 5461–5468.
12. *Кистенев Ю.В., Пономарев Ю.Н.* Фрактальные свойства колебательно-вращательных полос поглощения водяного пара // Оптика и спектроскопия. 2001. Т. 90. № 3. С. 419–423.
13. *Федер Е.* Фракталы. М.: Мир, 1991. 260 с.

Yu.V. Kistenev. **Estimates of the lacunarity of optical spectra.**

The interpretation of the spectra of vibration-rotation absorption bands of the atmospheric gaseous components in terms of fractal analysis is given. The lacunarity of the spectra was the basic parameter of the calculation, on change of which one can judge of the degree of translational and scale invariance of the whole spectrum as a quasistochastic function of the frequency.