

Л.И. Курбацкая

## Двухпараметрическая модель турбулентного переноса примеси от линейного источника в приземном слое

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, г. Новосибирск

Поступила в редакцию 9.02.2000 г.

Представлены результаты моделирования диффузии пассивной примеси от непрерывного источника конечного размера, расположенного на подстилающей поверхности нейтрального атмосферного приземного слоя, на основе нелокальной двухпараметрической модели турбулентности и уравнения переноса для средней концентрации. В предложенной диффузионной модели коэффициент турбулентной диффузии изменяется не только по вертикали, но и с расстоянием вниз по потоку от источника в согласии с данными лабораторных измерений [1,2]. Результаты моделирования согласуются с данными измерений структурных особенностей трансформации концентрационного поля.

### Введение

Турбулентная диффузия различного рода примесей играет важную роль в атмосферных исследованиях. Поскольку источники загрязняющих примесей во многих случаях расположены вблизи твердых границ, исследование диффузии в приземном атмосферном слое представляет особый интерес. Цель нашей работы заключалась в верификации  $K$ -теории турбулентной диффузии на данных лабораторного эксперимента [1] и использовании новой двухпараметрической эйлеровой модели турбулентной диффузии загрязняющей пассивной примеси. Несмотря на известные недостатки  $K$ -теории (изотропность коэффициента вихревой диффузии и локальный характер модели «градиентной диффузии»), эта теория остается привлекательной из-за простоты (имеются в виду ее приложения для решения практических задач о дисперсии загрязняющих примесей в неоднородных атмосферных течениях вблизи поверхности Земли). В статье выполнено численное моделирование рассеяния загрязняющей примеси от линейного источника, расположенного на подстилающей поверхности, для нейтрального приземного атмосферного слоя (условия, реализующиеся, например, при сильном ветре). Применение двухпараметрической эйлеровой модели диффузии позволяет получить фиксируемый данными измерений разностепенной закон затухания максимальной концентрации примеси с расстоянием от источника.

### 1. Эйлерова диффузионная модель: $K$ -теория

Рассматривается задача о дисперсии пассивной примеси от наземного источника в приземном слое атмосферного пограничного слоя в условиях нейтральной стратификации. Уравнение для средней концентрации примеси имеет вид

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U_j \frac{\partial C}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( D \frac{\partial C}{\partial x_k} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u_j c \rangle, \quad (1)$$

где  $C$  – средняя концентрация примеси;  $D$  – коэффициент молекулярной диффузии;  $\langle u_j c \rangle$  – вектор турбулентного потока примеси.

Как и в лабораторном эксперименте [2], задача о дисперсии загрязняющей примеси решается для случая двумерного потока вдоль гладкой твердой поверхности. Уравнение (1) записывается в виде

$$U \frac{\partial C}{\partial x} + V \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ D \frac{\partial C}{\partial y} - \langle vc \rangle \right], \quad (2)$$

где  $\langle vc \rangle$  – вертикальный турбулентный поток примеси;  $x$  – продольная координата;  $y$  – вертикальная координата;  $U$  и  $V$  – компоненты скорости среднего ветра в продольном и вертикальном направлениях соответственно.

В рамках  $K$ -теории турбулентный поток примеси выражается через градиент средней концентрации:

$$-\langle vc \rangle = D_T \frac{\partial C}{\partial y}, \quad (3)$$

где  $D_T = \nu_T / Sm_T$  – коэффициент турбулентной диффузии,  $Sm_T = 0,72$  – турбулентное число Шмидта,  $\nu_T$  – коэффициент вихревой (или турбулентной) вязкости.

В однопараметрической эйлеровой диффузионной модели (1)–(3) выражение для коэффициента турбулентной вязкости  $\nu_T$  задается в виде зависимости, удовлетворяющей предельным законам поведения:

а) в вязком подслое, в непосредственной близости к стенке, величина  $\nu_T^+ = \nu_T / \nu$  возрастает пропорционально  $(y^+)^4$ ;

б) дальше, вблизи стенки,  $\nu_T^+$  меняется пропорционально расстоянию от стенки  $y^+$  ( $y^+ = (y u_*) / \nu$ ,  $\nu$  – кинематическая вязкость,  $u_* = (\tau_0 / \rho)^{1/2}$  – скорости трения,  $\tau_0$  – напряжение трения на стенке);

в) в основной части потока, за исключением самой внешней его части, величина остается примерно постоянной:

$$v_r^+ = \kappa \frac{[y^+ / y_0^+]^5 (1 - \exp(-y^+ / \delta_0^+)) (\delta_0^+ / y_0^+) f(x_1)}{1 - (1 / y_0^+) (y^+ / y_0^+)^3} \quad (4)$$

Величина  $y_0^+$  характеризует размеры вязкого подслоя  $\delta_0^+$  – толщину пограничного слоя:

$$\delta_0^+ = a^{-1} \int_0^\infty (U_0^+ - u^+) dy_1,$$

где  $y_1 = y/L \sqrt{U_\infty L / \nu}$  – безразмерная координата,  $L$  – характерная длина. Значения постоянных  $y_0^+$ ,  $\kappa$ ,  $a$  подбирались из сравнения с экспериментальными данными для ряда простых задач:  $y_0^+ = 8$ ,  $\kappa = 0,36$ ,  $a = 5$ . Функция  $f(x_1) = \exp\{-\gamma[\delta(x)/(x-x_1)]^2\}$  вводится для описания перехода ламинарного режима течения в турбулентный режим ( $x_1$  – координата начала перехода,  $\gamma = 10$  – численный коэффициент,  $\delta(x)$  – толщина пограничного слоя, определяемая как координата  $y$ , при которой  $U/U_0 = 0,99$  ( $U_0$  – средняя скорость внешнего потока)). Динамическая задача по определению распределения скорости среднего ветра

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = (v + v_r) \frac{\partial U}{\partial y},$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

решалась по неявной трехслойной схеме второго порядка точности методом прогонки.

### Результаты численного моделирования рассеяния примеси

Профили среднего ветра, полученные в результате решения задачи (5), хорошо согласуются с имеющимися данными измерений и здесь не приводятся. При проведении численного моделирования эволюции концентрационного поля молекулярное число Шмидта было принято равным 0,72, турбулентное число Шмидта – 0,72. В качестве примеси, вводимой в пограничный слой, был выбран газ аммония ( $\text{NH}_3$ ) с коэффициентом молекулярной диффузии  $D_{\text{NH}_3} \approx 0,236 \cdot \text{Sm} = 0,17 \text{ см}^2/\text{с}$  (как и в [2]) и коэффициентом кинематической вязкости  $\nu_{\text{NH}_3} = \text{Sm} \cdot D_{\text{NH}_3} \approx 0,12 \text{ см}^2/\text{с}$  при 25 °С. Положение источника примеси от начала турбулентного слоя на пластинке было выбрано таким же, как и во 2-й серии экспериментов [2], что соответствовало в численном счете значению числа Рейнольдса  $\text{Re}_x = 1,15 \cdot 10^6$ .

Результаты численного решения представлены в виде графиков. Расчеты проведены до чисел Рейнольдса  $\text{Re}_x = 4,5 \cdot 10^6$  (по расстоянию от начала турбулентного пограничного слоя) и сопоставлены с результатами экспериментального исследования диффузии газа аммония  $\text{NH}_3$  от линейного источника в двумерном турбулентном пограничном слое [2]. В эксперименте обнаружены две зоны подобия профилей концентрации (промежуточная и конечная), в которых концентрация примеси в пограничном слое имеет соответственно развивающийся и полностью развитый характер.

На рис. 1 приведено распределение концентрации примеси, отнесенной к максимальной концентрации на пластине, как функция от отношения  $y/\lambda$  (где  $\lambda$  – толщина диффузионного слоя, выбранная в том месте, где  $c/c_{\text{max}} = 0,5$ ). Штриховыми линиями ограничена полоса экспериментальных точек из работы [2] для промежуточной зоны, сплошными – область расчетных данных (сечения: от  $x = 145 \text{ см}$ ,  $\text{Re}_x \approx 3,5 \cdot 10^5$  до  $x = 1,25 \cdot 10^3 \text{ см}$ ,  $\text{Re}_x \approx 3 \cdot 10^6$ ), чем охватываются все зоны подобия эксперимента [2]. Расчетные точки по мере удаления от источника группируются около сплошной кривой, соответствующей конечной зоне подобия ( $x \approx 1,25 \cdot 10^3 \text{ см}$ , зачерченные окружности и квадратики на рис. 1).

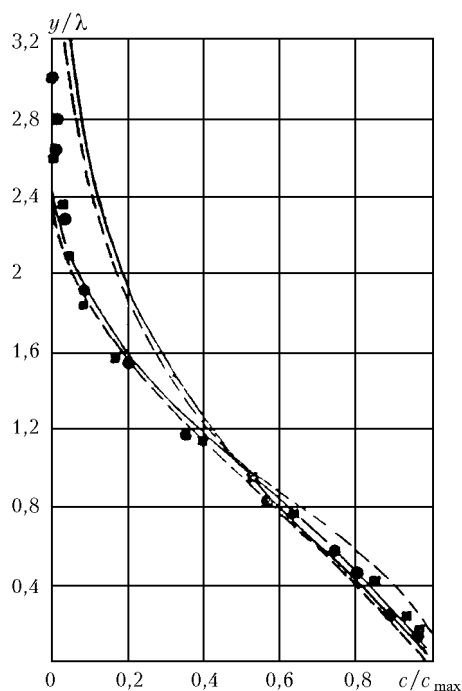


Рис. 1. Профили концентрации примеси  $c/c_{\text{max}}$  как функции вертикальной координаты  $y/\lambda$  ( $c_{\text{max}}$  – максимальное значение концентрации на поверхности;  $\lambda$  – условная ширина диффузионного факела). Точки – вычисленные значения концентрации в конечной зоне подобия

На рис. 2 показано распределение  $c/c_{\text{max}}$  от отношения  $y/\delta$ , где  $\delta$  – толщина пограничного слоя, выбранная в том месте, где  $u/U_\infty = 0,99$ . Штриховыми линиями ограничена полоса экспериментальных точек из работы [2] в конечной зоне. Там же показаны расчетные точки при различных расстояниях от источника.

На рис. 3 показано уменьшение концентрации примеси на стенке с расстоянием вниз по потоку от источника. Линии 1 и 2 соответствуют промежуточной и последней зонам подобия работы [2] (результат совмещения рис. 6 и 9 из [2]). Уменьшение концентрации на стенке в промежуточной зоне (линия 1) описывается степенным законом:  $c_{\text{max}} \sim x^{-0,9}$ , в последней зоне (линия 2)  $c_{\text{max}} \sim [U_\infty \delta]^{-1}$ , где  $U_\infty$  – скорость в набегающем потоке. Крестиками отмечена зависимость, полученная в расчете. Из рис. 3 видно, что экспериментальная зависимость [2] по уменьшению концентрации на стенке с расстоянием от источника не описывается одним степенным законом.

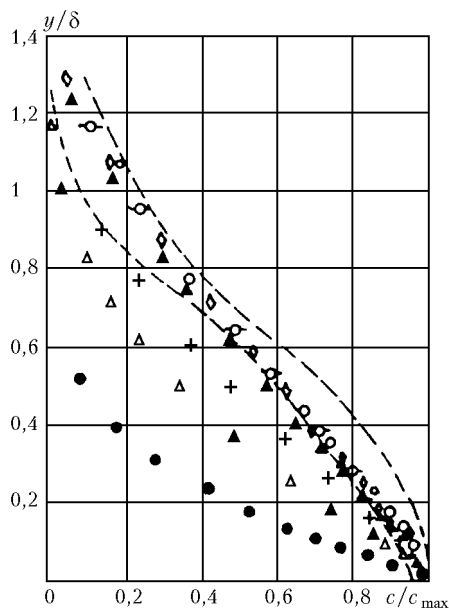


Рис. 2. Профили концентрации примеси  $c/c_{\max}$  как функции вертикальной координаты  $y/\delta$  ( $\delta$  – толщина пограничного слоя). Точки различной конфигурации – вычисленные профили концентрации на различных расстояниях от источника ( $\bullet$  –  $x = 145$  см;  $\circ$  –  $x = 1,25 \cdot 10^3$  см;  $\Delta$ ,  $\blacktriangle$ ,  $+$ ,  $\diamond$  – значения концентрации в промежуточных сечениях)

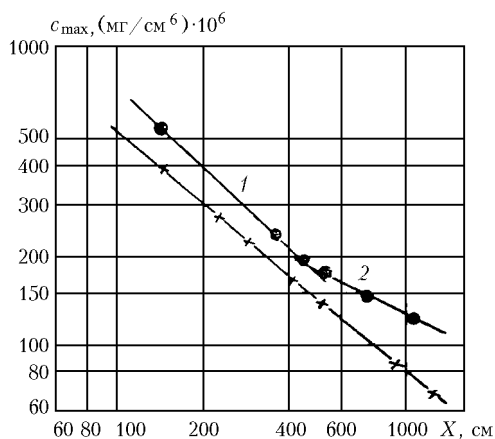


Рис. 3. Распределение концентрации примеси на поверхности как функция расстояния от источника примеси (— $\times$ — – результаты расчета)

### Выводы из результатов верификации однопараметрической эйлеровой диффузионной модели

Приведенные на рис. 3 результаты численного моделирования диффузии аэрозоля (загрязняющей примеси) в приземном слое от наземного источника показывают, что хотя модель коэффициента вихревой диффузии (1) (К-теория) хорошо воспроизводит распределение концентрации по вертикали (см. рис. 1, 2), тем не менее, она оказывается недостаточной для аккуратного предвычисления закона убывания максимальной концентрации на подстилающей поверхности (см. рис. 3) с расстоянием от источника. Указанный дефект модели (1) может быть устранен при использовании более точной, двухпараметрической

модели турбулентной диффузии, в которой коэффициент вихревой диффузии определяется через два параметра – кинетическую энергию турбулентности (КЭТ) и ее спектральный поток (диссипацию КЭТ). При этом коэффициент вихревой диффузии будет, как то вытекает из результатов измерений [2], функцией не только вертикальной координаты, как в (1), но и функцией координаты в направлении среднего ветра.

## 2. Двухпараметрическая эйлерова диффузионная модель

Для описания эволюции поля концентрации плаума, исходящего из наземного источника, в приземном слое используется  $E - \epsilon$ -модель [3] для вычисления распределения средней скорости ветра. Эта модель хорошо воспроизводит все структурные особенности турбулентного потока вблизи подстилающей поверхности в условиях нейтральной стратификации (условия в приземном слое при сильном ветре), потому что коэффициент турбулентной вязкости, построенный по двум параметрам  $E$  и  $\epsilon$ , является функцией, изменяющейся не только по высоте, но и в направлении среднего ветра. Поскольку кинетическая энергия турбулентности  $E$  и скорость ее диссипации  $\epsilon$  вычисляются из дифференциальных уравнений переноса, то при этом, фактически, удается учесть нелокальный характер эволюции обоих параметров. Действительно, в неоднородном турбулентном потоке через данную точку проходят жидкие частицы из различных областей течения, и параметры  $E$  и  $\epsilon$ , осредненные по расширяющейся области пространства назад вдоль средних траекторий частиц, определяются предысторией течения.

Эйлерова двухпараметрическая диффузионная модель включает уравнения переноса для кинетической энергии турбулентности  $E = 1/2 \langle u_i u_i \rangle$ , ее спектрального потока  $\epsilon$  и уравнения переноса для средней концентрации примеси (1).

Явная алгебраическая анизотропная модель для вектора турбулентного потока концентрации  $\langle u_j c \rangle$  в уравнении (1) может быть получена из дифференциального уравнения переноса:

$$\frac{D \langle u_i c \rangle}{Dt} = - \langle u_i u_j \rangle \frac{\partial C}{\partial x_j} - \langle u_j c \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - D_{ic} - 1/\rho \left\langle c \frac{\partial P}{\partial x_i} \right\rangle, \quad (6)$$

где  $\rho$  – массовая плотность, а модель для корреляции «флуктуации давления – градиент флуктуаций концентрации» берется в виде [4]:

$$\frac{1}{\rho} \left\langle c \frac{\partial P}{\partial x_i} \right\rangle = - \frac{c_{1c}}{\tau} \langle u_i c \rangle + \frac{c_{2c}}{\tau} \langle u_k c \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_k}, \quad (7)$$

где  $\tau = E/\epsilon$  – временной масштаб турбулентности;  $c_{1c}$  и  $c_{2c}$  – постоянные, определяемые из опытных данных;  $D_{ic} \equiv (\partial/\partial x_j) \langle u_j u_i c \rangle$  – член турбулентного переноса.

В приближении слаборавновесной турбулентности полагается, что:

а) имеется подобие между переносом  $\langle u_i c \rangle$ , определенным согласно (6) выражением  $\frac{D \langle u_i c \rangle}{Dt} - D_{ic}$ , а также переносом  $E$  и ее аналогом для скалярного поля – дисперсией концентрации  $\langle c^2 \rangle$ :

$$\frac{D\langle u_i c \rangle}{D\tau} - D_{ic} = \frac{\langle u_i c \rangle}{E} (P - \varepsilon) + \frac{\langle u_i c \rangle}{\langle c^2 \rangle} (2P_c - \varepsilon_c), \quad (8)$$

где  $D$  – генерация КЭТ;  $P_c = -\langle u_i c \rangle \frac{\partial C}{\partial x_i}$  – генерация  $\langle c^2 \rangle$ ;

$\varepsilon_c = \left\langle \frac{\partial c}{\partial x_k} \frac{\partial c}{\partial x_k} \right\rangle$  – деструкция турбулентных флуктуаций концентрации;

б) перенос величины  $\langle u_i c \rangle$ , определяемый левой частью уравнения (8), в этом приближении пренебрежимо мал. Из (8) тогда следует, что

$$-\langle u_i c \rangle = \frac{1}{c_{1c}} \sqrt{\frac{E \langle c^2 \rangle}{\varepsilon}} \left( \langle u_i u_k \rangle \frac{\partial C}{\partial x_k} + (1 - c_{2c}) \langle u_k c \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right). \quad (9)$$

Для получения полностью явной модели для вектора турбулентного потока концентрации далее используются модели для

$$-\langle u_i u_k \rangle = \nu_T (U_{i,k} + U_{k,i}) - \frac{2}{3} \delta_{ij} E,$$

$$-\langle u_i c \rangle = D_T \partial C / \partial x_i,$$

подставляемые в правую часть (9). Кроме того, дополнительно полагается, что параметр отношения временных масштабов динамического и скалярного полей  $R = \tau / \tau_c$  (где  $\tau_c = \langle c^2 / \varepsilon_c \rangle$ ) – величина постоянная (подтверждается измерениями для сдвиговых турбулентных течений).

В окончательном виде явная алгебраическая модель для турбулентного потока концентрации записывается в виде

$$-\langle u_i c \rangle = D_T \frac{\partial C}{\partial x_i} - \frac{1}{c_{1c}} \frac{E^2}{\varepsilon} \{ [2\nu_T + (1 - c_{2c}) D_T] S_{ik} + (1 - c_{2c}) D_T \Omega_{ik} \} \frac{\partial C}{\partial x}, \quad (10)$$

где

$$S_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right); \quad \Omega_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_k} - \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right);$$

$$\nu_T = C_\mu f_\mu \frac{E^2}{\varepsilon}; \quad D_T = \frac{\nu_T}{Sm_T},$$

$f_\mu = (1 + 3,45/\sqrt{Re_\tau}) [1 - \exp(-y^+/70)]$  – демпфирующая функция, вводимая для интегрирования уравнений модели вплоть до подстилающей поверхности, чтобы удовлетворить асимптотически корректному поведению турбулентных величин вблизи поверхности. Значения постоянных параметров в модели:  $Sm_T = 0,9$ ;  $c_{1c} = 3$ ;  $c_{2c} = 0,4$ . Модель (10) для вектора турбулентного потока концентрации учитывает не только анизотропию турбулентного переноса (продольный поток  $\langle uc \rangle \neq 0$  даже если  $\frac{\partial C}{\partial x}$  равно нулю;

$x$  – продольная координата, совпадающая с направлением среднего ветра), но и зависимость коэффициента турбулентной диффузии вещества  $D_T = \nu_T / Sm_T$  от расстояния от источника.

Такая более реалистичная модель турбулентного переноса скалярного свойства способна воспроизвести разностепенной закон затухания максимальной концентрации загрязняющей примеси на подстилающей поверхности (см. рис. 3) в отличие от модели (3), в которой коэффициент вихревой диффузии применяется только по вертикали.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 98-05-65318).

1. *Fackrell J.E., Robins A.G.* Concentration fluctuations and fluxes in plumes from point sources in a turbulent boundary layer // *J. Fluid Mech.* 1982. N 117. P. 1–26.
2. *Porch M., Cermak J.E.* Study of diffusion from a line source in a turbulent boundary layer. *Int. // J. Heat Mass Transfer.* 1964. N 7. P. 1083–1095.
3. *Nagano Y., Tagawa M.* An improved  $k$ - $\varepsilon$ -model for boundary layer flows. *Trans. ASME 1 // J. Fluid Engng.* 1990. N 112. P. 33–39.
4. *Gibson M.M., Launder B.E.* Ground effects on pressure fluctuations in the atmospheric boundary layer // *J. Fluid Mech.* V. 86. N 3. P. 491–511.

*L.I. Kurbatskaya. Two-parametric model of contaminates turbulent transport from a linear source in the surface layer.*

Results of modeling a diffusion of passive contaminants propagation from a linear source in the near-ground boundary layer are presented. The non-local two-parametric turbulence model is used. A relatively simple Eulerian diffusion model has been developed. In this model, the value of the turbulent diffusivity increases with a distance downstream the ground-level source.