

АППАРАТУРА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЙ  
И МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ

УДК 535.31:522.2

А.В. Ивонин, Л.А. Пушной

ИЗМЕРЕНИЕ ДИСПЕРСИИ ВОЛНОВОГО ФРОНТА ПО СТАТИСТИКЕ СПЕКЛ-СТРУКТУРЫ

Предложен новый метод измерения дисперсии волнового фронта. Найден оптимальный диапазон измерений  $\lambda/50 < \sigma_n < \lambda/8$ , где точность определения  $\sigma_n$  равна 6–30%.

Методы оптики спеклов для определения качества оптической системы (ОС) путем анализа волнового фронта (ВФ) в ряде случаев более эффективны [1–3], чем традиционные методы аттестационного контроля оптики [4, 5].

Так, в работе [1] было обнаружено существование эффекта симметрии в спекл-структурах. Суть эффекта в том, что при определенных условиях оптического эксперимента интенсивности в симметричных относительно оптической оси точках  $\mathbf{r}$  оказываются равными:

$$I(\mathbf{r}) = I(-\mathbf{r}). \tag{1}$$

В работах [6, 7] показано, что соотношение (1) выполняется для когерентного излучения при рассеянии на системах больших частиц ( $|k|d \gg 1$ , где  $d$  — размер частиц;  $|k| = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  — длина волны) в тех экспериментах, когда  $I(\mathbf{r}) \equiv \langle u(\mathbf{r})u^*(\mathbf{r}) \rangle$  определяется через Фурье-преобразование функции пропускания  $u_0(\zeta)$  или отражения рассеивающего объема. То есть поле в плоскости регистрации находится как  $u(\mathbf{r}) \sim \int u_0(\zeta) \exp\{-iB\zeta\mathbf{r}\} d\zeta$ , где  $B$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от схемы эксперимента. Отметим, что спекл-структура, в которой интенсивность  $I(\mathbf{r})$  определена таким образом, называется Фурье-спеклом [7]. Использование свойств гауссовой статистики и предположения о независимости рассеивающих частиц и фазовых неоднородностей позволяет получить простые выражения для корреляции и дисперсии интенсивности, регистрируемой в Фурье-спеклах [2, 7]:

$$\begin{aligned} KI &\equiv \langle I(\mathbf{r}) I(-\mathbf{r}) \rangle - \langle I(\mathbf{r}) \rangle \langle I(-\mathbf{r}) \rangle = \\ &= \left| \langle \sum_n \Phi_n^2 \rangle_\eta \right|^2 \left| \frac{1}{\xi_0^2} \int \langle A^2(\zeta) \rangle_\xi d\zeta \right|^2; \\ DI_r &\equiv \langle I(\mathbf{r}) I(\mathbf{r}) \rangle - \langle I(\mathbf{r}) \rangle \langle I(\mathbf{r}) \rangle = \\ &= \langle \sum_n |\Phi_n|^2 \rangle_\eta^2 \left( \frac{1}{\xi_0^2} \int \langle |A(\zeta)|^2 \rangle_\xi d\zeta \right)^2. \end{aligned} \tag{2}$$

где  $\langle \dots \rangle_{\eta, \xi}$  — усреднение по случайным параметрам ( $\eta$  — в системе частиц;  $\xi$  — по фазовым неоднородностям);  $\Phi_n$  — амплитуда рассеяния на отдельном рассеивателе;  $A(\zeta)$  — комплексная амплитуда поля, обусловленная фазовыми неоднородностями:  $A(\zeta) = \exp\{\ln\chi(\zeta) + iS(\zeta)\}$ , где  $\ln\chi$  — уровень амплитуды, а

$S$  — фаза. Используя известную формулу  $\langle \exp\{f(a, b)\} \rangle = \exp\left\{ \sum_{n,m} \frac{1}{n!m!} \kappa_{l,k}^{a,b} \right\}$ , где  $\kappa_{l,k}^{a,b}$  — кумулянты

функции  $f(a, b)$ , можно получить простое выражение для нормированной корреляции интенсивностей  $K$  в предположении малости кумулянтов выше второго порядка  $\kappa_{n,m}^{a,b} \ll \kappa_{l,k}^{a,b}$ ,  $l+k < 2$  [7]. Это выражение связывает  $K$  с пространственной дисперсией фазы волнового фронта  $V$ :  $V \equiv \langle \{S_p(\zeta) - S_r(\zeta)\}^2 \rangle_\xi$ :

$$K = \frac{KI}{\sqrt{DI_r DI_{-r}}} = \exp\{-4V^2\}. \tag{3}$$

$S_p(\zeta)$  — величина фазы излучения в скалярном приближении в момент времени  $t$  в точке  $\zeta$ ;  $S_T(\zeta)$  — фаза на опорной сфере Гаусса в момент  $t$  в точке  $\zeta$ ;  $\langle \dots \rangle_\xi$  — усреднение по области определения функции пропускания, т.е. для  $|\zeta| \leq |\zeta_0|$ .

Рассмотрим условия выполнения соотношения (3):

а — существование гауссовой статистики в Фурье-спеклах при  $\langle u(\mathbf{r}) \rangle = 0$ ,

б — независимость дискретных рассеивателей и фазовых неоднородностей в объеме,

в — малость кумулянтов выше второго порядка для флуктуаций комплексной амплитуды поля  $A(\zeta)$ .

Выполнение условий «а», «б» легко реализовать при постановке эксперимента, например, простым разнесением рассеивателей и фазовых неоднородностей в пространстве («б»), выбором большого числа рассеивателей  $N$  («а»). По оценкам работы [8], суперпозиция  $N > 6$  рассеянных полей уже приводит к гауссовой статистике. Выполнение условия «в» возможно при проведении эксперимента со слабой турбулентной средой, но может быть поставлено под сомнение, например, при измерениях оптических систем (ОС), когда кроме локальных могут присутствовать регулярные искажения ВФ. Для проверки условия «в», мы воспользовались результатами анализа оптики крупных телескопов [4], давшими следующее сочетание ошибок: случайная — 52% и регулярные: кома 28%, астигматизм 17% и зональная — 3%. Мы проанализировали карты оптики этих телескопов [4], изучив распределение амплитуд дефектов — всего 20 карт с массивами 280–688 точек каждая. Для распределений амплитуд  $h(\zeta)$  функцию распределения  $p(h)$  искали в форме  $p(h) = A \exp\{-|h|(x_0)\alpha\}$  [10]. Для исходных карт найдены значения параметра  $\alpha = (2,05 \pm 0,14)$ , для карт локальных ошибок оптики —  $\alpha = (2,11 \pm 0,14)$ , для комы  $\alpha = (2,1 \pm 0,1)$  для астигматизма  $\alpha = (2,04 \pm 0,11)$ . Из этих данных видно, что гауссовость распределения фазы в ВФ сохраняется с высокой степенью вероятности — 95%. Пространственное разрешение между точками карт составляло от  $1/14$  до  $1/32$  диаметра изучаемой оптики (условие «б»). В отношении условия «в» можно заметить, что эффект симметрии наблюдается только при слабых флуктуациях фазы, когда моменты и кумулянты высших порядков малы.

Для проверки возможностей метода измерения дисперсии фазы ВФ  $V$  [3] мы использовали тот факт, что  $V$ , определенная относительно ближайшей сферы, с точностью до множителя масштаба связана со среднеквадратическим отклонением  $\sigma^2$  дефектов оптики, формирующей исследуемый волновой фронт. Актуальность измерения  $\sigma^2$  подчеркивается появлением ОСТА [9], требующего аттестации ОС по  $\sigma^2$ . До сих пор  $\sigma^2$  получалась только после измерения локальной характеристики оптики-карты, в то время как использование статистики спекл-картины позволяет измерить интегральную характеристику  $\sigma^2$  для ОС, имеющую прямой технологический смысл, т.е. определяет масштаб дефектов оптики. Другие интегральные параметры качества ОС, являясь аттестационными, технологического смысла не имеют.

Схема эксперимента измерения  $\sigma^2$  показана на рис. 1 [3]. После формирования опорного пучка системой, включающей лазер, «Телескоп-50»  $T1$ , и прохождения измеряемой оптической детали (ОД), излучение пропускается через вращающийся амплитудный случайно-неоднородный экран с отверстиями одного размера  $d$ , расположенными случайно, с плотностью упаковки  $C = 0,04$ . Объектив второго телескопа  $T2$  формирует изображение Фурье-спеклов в плоскости, за которой установлен окуляр. Изменяя увеличение окуляра и расстояние  $L$  до фотоприемников, можно масштабировать изображение спекл-картины. В нашем эксперименте  $d = 0,001$  м,  $L = 2$  м, расстояние между фотоприемниками  $l = 0,06$  м. Оптимальное удаление фотоприемников от оптической оси  $l/2$  равно  $\sim 0,4$ – $0,6$  радиуса  $r_0$  (рис. 2) спекл-картины, что позволяет пренебречь величиной среднего поля  $\langle u(\mathbf{r}) \rangle = 0$ . При этом точность установки фотоприемников относительно оптической оси следует выдерживать  $1/10$  от среднего размера индивидуальных спеклов (в нашей схеме с точностью до  $0,0006$  м).

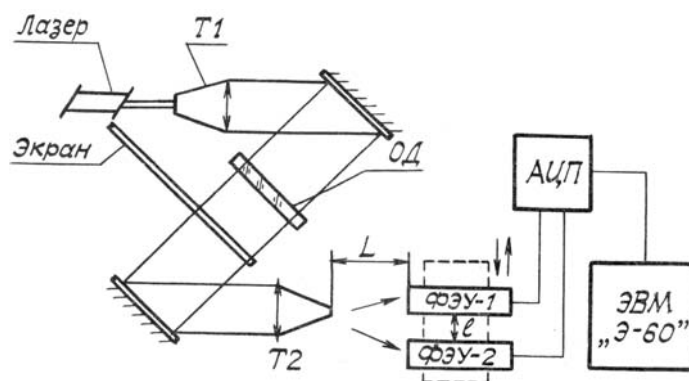


Рис. 1. Схема эксперимента по измерению дисперсии волнового фронта оптических деталей

Если фазовые искажения, вносимые в ВФ формирующей оптикой, малы, то наблюдается ярко выраженный эффект симметрии. При внесении в схему оптической детали с известной  $\sigma_{\text{од}}^2$  симметрия нарушается. По формуле (3) находим  $V$  для излучения, прошедшего оптический тракт. Очевидно, что полная дисперсия равна сумме дисперсий формирующей ВФ оптики —  $\sigma_{\text{ос}}^2$  и  $\sigma_{\text{од}}^2$ :

$$V = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 [\sigma_{\text{ос}}^2 + \sigma_{\text{од}}^2]. \quad (4)$$

Здесь учет размерности волнового вектора  $\mathbf{k}$  вводит масштаб дефектов ОД. Для получения достоверных сведений об  $\sigma_{\text{од}}^2$  мы испытали два варианта ОС: 1) объектив МТО-1000 с окуляром микроскопа, 2) «Телескоп-50» (фирма «К. Цейсс Йена»), Первая ОС позволила получить  $K = 0,3$ , что соответствует  $\sigma_{\text{ос}} = \lambda/9$ , а вторая ОС дала  $K = 0,8$ , т.е.  $\sigma_{\text{ос}} = \lambda/25$  (рис. 2, б и в). Полученные значения уже говорят о чувствительности метода. Для измерения оптических деталей с малым значением  $\sigma_{\text{од}}^2$ , первая ОС — не пригодна.

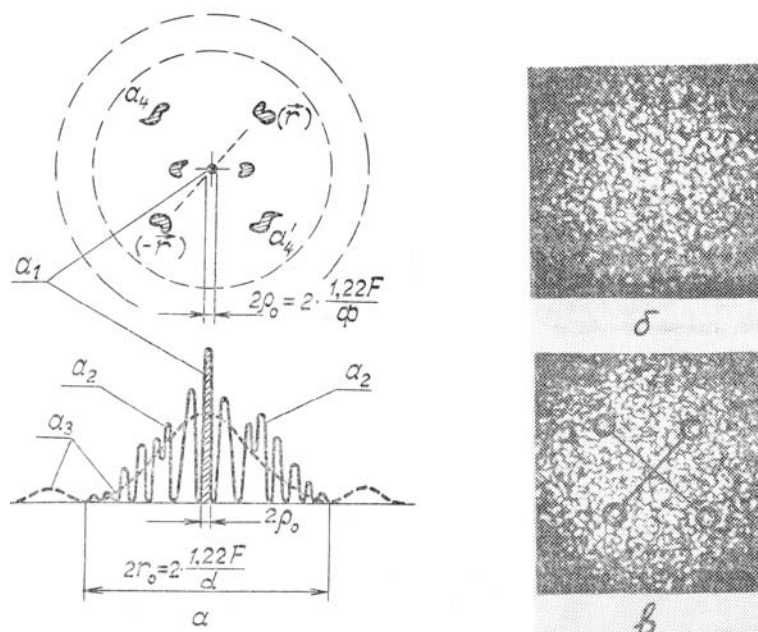


Рис. 2. Эффект симметрии в плоскости регистрации Фурье-спеклов:  $a$  — стилизованное распределение интенсивности в плоскости;  $b, v$  — фотографии спекл-структур, получаемых в эксперименте:  $b$  — при  $K = 0,3$ ;  $v$  — при  $K = 0,8$ . Кружками, соединенными через центр спекл-структуры, выделена визуально наблюдаемая симметрия.  $a_1$  — когерентная часть интенсивности с размером  $2r_0$  при диаметре входной апертуры  $\Phi$  и фокусном расстоянии  $F$ ;  $a_2$  — интенсивность индивидуальных спеклов;  $a_3$  — распределение интенсивности (пунктиром) от отдельного рассеивателя размером  $d$ ;  $a_4, a_4'$  — стилизованное изображение симметричных пятен спекл-структуры, так же как  $(-r, r)$

#### Сравнение измерений $\sigma_n$ с интерферометрическими данными

Номер детали	Методы измерения		Относительная разность двух методов
	Измерения по спекл-структуре	Интерферометр, установка СКИФ	
1	$\lambda/8$	$\lambda/5,0$	> 37%
2	$\lambda/12,1$	$\lambda/13,1$	9%
3	$\lambda/16,6$	$\lambda/15,6$	6%

Для проверки полученных данных мы измерили серию плоскопараллельных пластин диаметром 34 мм и с различными  $\sigma_{\text{од}}^2$ . Для нанесения нужного рельефа использовалась подрезка полировальной пасты, а величина  $\sigma_{\text{од}}$  дефекта изменялась длительностью полировки пластинки. Для набора пластин мы получили интерферограммы на интерферометре Тваймана — Грина, свет проходил через измеряемую

деталь дважды. Обработка снимков велась автоматически на установке СКИФ, точность которой неоднократно тестировалась сравнением с методом Гартмана и ручными измерениями и составила  $\lambda/45 - \lambda/60$  [5]. Для измеряемых нами деталей точность определения  $\sigma_{\text{ОД}}$  была не меньше 2%, что позволяет вести ее сравнение с точностью интерференционных измерений. Результаты такого сравнения для трех деталей приведены в таблице.

Далее проведем анализ оптимального динамического диапазона метода [3]. Диапазон измерения  $KI$  и  $DI$  на приборе Х6-4 составляет 100, отсюда получаем значение  $K_{\text{мин}}$ , равное 0,01, а  $K_{\text{макс}}$ , равное 0,99, и вычисляем диапазон измеряемых нами значений  $\sigma_{\text{ОД}}$ , равный  $\lambda/13 < \sigma_{\text{ОД}} < \lambda/5$ . Для одной поверхности детали среднеквадратическое отклонение определяется как  $\sigma_{\text{п}} = \sigma_{\text{ОД}}/n$  (где  $n = 1,5147$  для  $\lambda = 0,6328$  мкм), тогда диапазон  $\sigma_{\text{п}}$  будет равен  $\lambda/200 < \sigma_{\text{п}} < \lambda/8$ . Расчет относительной погрешности  $\sigma_{\text{п}}$  несложно оценить по известным методикам [10], в нашем случае  $\Delta\sigma/\sigma_{\text{п}} = 0,000097 (\lambda/\sigma_{\text{п}})^2$ . Оценка статистической погрешности  $\sigma_{\text{п}}$  с вероятностью 0,95 дает ошибки порядка 20%. Относительные ошибки измеряемых величин  $\{\Delta DI/DI\}$  и  $\{\Delta KI/KI\}$  составляли 5%.

Оценивая возможности метода в нашем эксперименте получаем, что достоверный результат определяется для ВФ при  $\lambda/33 < \sigma_{\text{ОД}} < \lambda/5$  и для поверхности детали при  $\lambda/50 < \sigma_{\text{п}} < \lambda/8$  с относительной погрешностью измерения  $\sigma_{\text{п}}$ , не превышающей 30% на границах интервалов. Значение  $\sigma_{\text{п}}$  для детали № 1 не входит в указанный диапазон, что объясняет большие расхождения с результатами интерферометрии. По нашим измерениям точность метода растет в области малых значений  $\sigma_{\text{ОД}}$ ,  $\sigma_{\text{п}}$ .

Отметим некоторые особенности реализации измерений. Для уменьшения статистической ошибки (20% за время  $\sim 0,1$  с) необходимо увеличивать время измерения и динамический диапазон  $DI$  и  $KI$ . При измерении малых  $\sigma_{\text{п}}$  нужно подбирать оптику с малой  $\sigma_{\text{ОС}}$ . Следует добиваться максимальной точности совмещения фотоприемников с плоскостью формирования изображения Фурье-спеклов. У нас эта точность была примерно  $5 \cdot 10^{-5}$  м.

К достоинствам рассмотренного метода следует отнести устойчивость к вибрациям, простоту автоматизации измерений, чувствительность к малым  $\sigma$ . Этот метод можно использовать при разбивке оптики, например, микрообъективов, линз по  $\sigma_{\text{ОД}}$  при оптимизации оптического тракта прибора (например, при автоматизации юстировки, когда знание локальной характеристики — карты — не требуется). В последнем случае по величине минимального значения  $\sigma_{\text{ОД}}$  можно изменением взаимного расположения элементов юстировать ОС. Одним из возможных приложений метода является измерение высокочастотной ряби крупногабаритных зеркал. Эти дефекты увеличивают размер кружка рассеяния и не поддаются измерению простыми методами контроля. Метод может использоваться в атмосферных исследованиях турбулентности, где роль случайного амплитудного экрана выполняют осадки в виде дождя и снега [2].

Авторы считают своим долгом выразить благодарность О.А. Реутовой, Ф.П. Паршину, принимавшим участие в реализации эксперимента, а также А.Г. Боровому, с которым мы обсуждали этапы работы.

1. Полторацкий Б. Ф. // Письма в ЖЭТФ. 1978. Т. 27. Вып. 7. С. 406—409.
2. Ивонин А. В., Вагин Н. И. // Оптика и спектроскопия, 1985. Т. 58. Вып. 1. С. 235—236.
3. А. с. 1223033 СССР, МКИ С 01 В 11/24. Способ контроля качества оптических систем // Боровой А. Г., Ивонин А. В., Витриченко Э. А., Кабанов В. М., Пушной Л. А., Съедин В. Я. Оpubл. в БИ, 1986, № 13.
4. Витриченко Э. А., Зуев В. Е., Лукин В. П., Пушной Л. А. Анализ ошибок оптики крупных телескопов // Докл. АН СССР. 1988. Т. 300 № 2 С. 199—204.
5. Пушной Л. А. // Тез. докл. XII Всес. науч.-техн. конференции. Высокоскоростная фотография, фотоника и метрология быстропротекающих процессов // ВНИИОФИ. 1985. С. 87.
6. Боровой А. Г., Ивонин А. В. // Оптика и спектроскопия, 1982. Т. 53. Вып. 6. С. 1049—1052.
7. Ивонин А. В., Съедин В. Я. // VIII Всес. симп. по лазерному и акустическому зондированию атмосферы. (Тезисы докл.). Томск, 1984. Ч. 2. С. 54—56.
8. Устинов Н. Д., Матвеев И. Н., Протопопов В. В. Методы обработки оптических полей в лазерной локации. М.: Наука, 1983. 272 с.
9. Объективы. Классификация ошибок волнового фронта и погрешностей изготовления оптических деталей: Отраслевой стандарт ОСТ 3-5476-83 (СССР) Группа 091. — Введен впервые. Июль, 1983.
10. Новицкий П. В., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений. Л.: Энергоатомиздат, 1985. 248 с.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР  
СКВ НИП «Оптика», Томск

Поступила в редакцию  
10 мая 1989 г.

A. V. Ivonin, L. A. Pushnovi. **The Wave-Front Variance Measurements by Means of Speckle-Pattern Statistics.**

The new method of measurements of the wave-front variance is proposed. The optimal range of measurements of the method was found:  $\lambda/50 < \sigma_{\text{п}} < \lambda/8$ , where the accuracy is about of 6 to 30 per cents.