«Оптика атмосферы», **1**, № 9 (1988) УДК 551.593

В.П. Нелюбина, Н.Ф. Нелюбин

ПЕРСПЕКТИВЫ И ОГРАНИЧЕНИЯ УЧЕТА РЕФРАКЦИИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МОДЕЛИ ОДНОРОДНОЙ АТМОСФЕРЫ

В рамках модели однородной атмосферы получена высокоточная формула для расчета углов астрономической рефракции. Проведена оценка точности полученных результатов и сравнение их с результатами, полученными другими методами.

В последнее время возрос интерес к использованию модели однородной атмосферы при расчете рефракционных поправок (углов рефракции и поправок в дальность) на наклонных трассах [1—5]. Это связано, во-первых, с возможностью точного аналитического решения интегралов рефракции и дальности в элементарных функциях [4]. Во-вторых, измеряемыми параметрами атмосферы при расчете рефракционных поправок при использовании этой модели являются только их приземные значения в пункте наблюдения. Все это является основным преимуществом расчетных формул, получаемых на основе однородной атмосферы.

Целью данной работы является дальнейшее развитие возможностей, заложенных в модель однородной атмосферы. В рамках этой модели угол рефракции r для высоты H наблюдаемого объекта или источника, находящегося на зенитном расстоянии ξ, вычисляется по известной формуле

$$\operatorname{tg} r \simeq r = \frac{\sin(\zeta-\theta) - G\sin\zeta}{-\cos(\zeta-\theta) + G\cos\zeta}, \quad G = \frac{R_0}{R_0 + H}, \tag{1}$$

где угол Θ [4] равен

$$\theta = \zeta - \arcsin\frac{A_1}{R_0 + H_e} + \arcsin\frac{A}{R_0 + H_e} - \arcsin\frac{A}{R_0 + H}, \tag{2}$$

где $A_1 = R_0 \sin\zeta$; $A = A_1 n_0$; R_0 — радиус Земли; n_0 — показатель преломления в точке наблюдения; H_e — высота однородной атмосферы, вычисляемая по формуле [6]

$$H_e = R_c T_0 / g. \tag{3}$$

Если пункт наблюдения находится на некоторой высоте H_0 над уровнем моря, то в формулах радиус Земли R_0 необходимо заменить на $R_0 + H_0$, высоту H — на $H - H_0$. При $H = \infty$ из (1) и (2) легко получается формула Кассини для расчета астрономической рефракции:

$$r_\infty = \arcsin\frac{A}{R_0 + H_e} - \arcsin\frac{A_1}{R_0 + H_e}. \tag{4}$$

Необходимо подчеркнуть, что по формуле (3) получается такая высота однородной атмосферы, которая соответствует всей толще реальной атмосферы. Поэтому, если точка наблюдения и наблюдаемый объект находятся на произвольных высотах внутри земной атмосферы, использование (3) некорректно. В общем случае эквивалентную толщину слоя атмосферы H_e, в котором происходит распространение излучения от источника к наблюдателю, определим следующим образом.

Выделим в атмосфере произвольный слой с границей $H_1 = H_0$ и $H_2 = H$, соответствующими высоте точки наблюдения и высоте источника; давление на этих уровнях обозначим P_1 и P_2. Тогда высота однородной атмосферы между этими уровнями — это эквивалентная толщина атмосферы постоянной плотности ρ, равной плотности ρ_1 реальной атмосферы на уровне H_0, а давление P_1 и P_2 на этих уровнях равно давлению в реальной атмосфере. Интегрируя основное уравнение статики атмосферы [6] от уровня P_1 до уровня P_2 и полагая $\rho = \rho_1 = \text{const}$, получим

$$H_e = \frac{P_1 - P_2}{g_0 \rho_1} = \frac{R_c T_0}{g_0}\left(1 - \frac{P_2}{P_1}\right), \tag{5}$$

где R_c – удельная газовая постоянная сухого воздуха; T_0 – температура на уровне H_0; $g_0 = 9{,}80665$ м/с^2 – ускорение свободного падения на уровне моря, которое в общем случае зависит от высоты H и широты φ точки наблюдения. Формула для расчета $g = g(H, \varphi)$ имеет вид [6]

$$g = g_0 \kappa_1 (1 - \kappa_2 H), \quad \kappa_1 = 1 - 0{,}0026 \cos 2\varphi, \quad \kappa_2 = 3{,}14 \times 10^{-7} \text{ м}^{-1}. \tag{6}$$

С учетом этой зависимости из уравнения статики для высоты однородной атмосферы получаем следующую формулу:

$$H_e^0 = \frac{1 - \sqrt{1 - 2\kappa_2 H_e/\kappa_1}}{\kappa_2}, \tag{7}$$

где H_e определяется по формуле (5). Разлагая радикал (7) в ряд и ограничиваясь членами третьего порядка малости, высоту однородной атмосферы H_e^0 запишем следующим образом:

$$H_e^0 = \left(H_e + \frac{\kappa_2}{2\kappa_1} H_e^2 + \frac{\kappa_2^2}{2\kappa_1^2} H_e^3 \right) / \kappa_1. \tag{8}$$

Как показывают оценки, третий член в (8) составляет ~ 1 ÷ 5 см в диапазоне температур от -60 до $+60$°С и в наших расчетах им можно пренебречь. Второй член при этих же условиях составляет уже 6 ÷ 14 м и его необходимо учитывать. Поправка за широту принимает максимальное значение в полярных районах и составляет ~ 2 м, поэтому ею также можно пренебречь, т.е. $\kappa_1 = 1$. Таким образом, окончательно формула для расчета высоты однородной атмосферы будет иметь вид

$$H_e^0 = H_e + \frac{\kappa_2}{2} H_e^2. \tag{9}$$

Использованная в [4, 5] для расчета H_e формула (3) является частным случаем формулы (5) при $H > 50$ км ($P_2 = 0$, $P_1 = P_0$). Для учета влажности в формулах для H_e вместо T_0 необходимо использовать виртуальную температуру [6].

Основным недостатком полученных формул для расчета углов рефракции (1)–(4) является систематическая ошибка, увеличивающаяся с ростом ζ, а также с уменьшением высоты H. Это означает, что величина H_e является не только функцией высоты H, как это следует из (5), но и зависит от зенитного расстояния.

Систематическую погрешность полученных формул по высоте H можно практически исключить, если в качестве H_e использовать выражение (9). Ниже приведены значения разностей δr между точными значениями углов рефракции и вычисленными по формулам однородной атмосферы для $\zeta = 80°$. В случае определения H_e по формуле (3) результаты представлены в числителе, по формуле (9) – в знаменателе. Давление P_2 на высоте $H_2 = H$ полагалось известным точно.

Н, км	5	10	25	50	100	1000	∞
δr, угл.с	$\frac{281{,}1}{0{,}8}$	$\frac{73{,}5}{2{,}4}$	$\frac{7{,}0}{3{,}8}$	$\frac{2{,}7}{2{,}6}$	$\frac{1{,}7}{1{,}7}$	$\frac{0{,}7}{0{,}7}$	$\frac{0{,}5}{0{,}5}$

Допустимую погрешность определения давления σ_P легко оценить, исходя из приведенных формул для расчета r. Например, для определения углов рефракции на произвольной высоте H с точностью 0,1″, как показывают расчеты, предельно допустимыми являются следующие значения $\sigma_P(\zeta = 80°)$:

Н, км	1	5	10	15	15	50
δ_P, мбар	0,04	0,2	0,4	0,7	1,0	2,0

С увеличением ζ требования к точности определения P_2 еще более жесткие. Но даже если давление P_2 известно с необходимой точностью, неизвестной остается зависимость высоты H_e от зенитного расстояния.

Попытка найти эту зависимость была сделана в работах [2, 3]. В частности, в [3] получена формула для расчета астрономической рефракции, в которой зависимость H_e от ζ учитывается косвенно:

$$r_\infty = \frac{2(n_0-1)}{n_0+1}\,\mathrm{tg}\left[\zeta - \frac{H_e}{H_a}\left(\zeta - \mathrm{arsin}\,\frac{R_0 n_0 \sin\zeta}{R_0+H_a}\right)\right], \qquad (10)$$

где H_e определяется по формуле (3), а H_a— с помощью эмпирической зависимости

$$H_a = 25{,}370 + 0{,}59522\,(90-\zeta) + 0{,}35029\,(90-\zeta)^2. \qquad (11)$$

Коэффициенты в формуле (11) получены для некоторого среднего состояния атмосферы, поэтому для других условий точность формулы (10) будет невысокой.

В данной работе предлагается другой путь исключения систематической ошибки в расчетных значениях r, смысл которого заключается в установлении эмпирических зависимостей не для высоты однородной атмосферы, а непосредственно для разностей δr. Так, например, для астрономической рефракции зависимость величины δr_∞ от зенитного расстояния определяется по следующей формуле:

$$\ln \delta r_\infty = \kappa_1 + \kappa_2\,\mathrm{tg}(\xi - \kappa_3). \qquad (12)$$

Коэффициенты κ_i (i = 1, 2, 3) определялись путем решения системы нелинейных уравнений для разностей δr_j, полученных в широком диапазоне приземных температур и давлений (j = 14). Дальнейший анализ показал, что значения κ_i линейно зависят от приземной температуры T_0 и давления P_0:

$$\kappa_i = a_i + b_i T_0 + c_i P_0. \qquad (13)$$

Величина δr_∞ будет вычисляться по формуле

$$\ln \delta r_\infty = (a_1 + b_1 T_0 + c_1 P_0) + (a_2 + b_2 T_0 + c_2 P_0)\,\mathrm{tg}\,[\zeta - (a_3 + b_3 T_0 + c_3 P_0)]. \qquad (14)$$

Коэффициенты a_i, b_i, c_i, найденные по способу наименьших квадратов, равны:

$a_1 = -9{,}33844$ $\quad b_1 = -0{,}007993$ $\quad c_1 = 0{,}0015788$

$a_2 = 2{,}31600$ $\quad b_2 = -0{,}006842$ $\quad c_2 = -0{,}0003482$

$a_3 = 7{,}39992$ $\quad b_3 = 0{,}022804$ $\quad c_3 = -0{,}0010886$

Для расчета δr_∞ по формуле (14) температура T_0 должна быть выражена в Кельвинах, давление P_0 — в миллибарах, ζ и κ_3 — в градусах дуги, при этом δr_∞ получается в угловых секундах.

Окончательно формула для вычисления астрономической рефракции будет иметь следующий вид:

$$r_\infty = \rho''\left(\arcsin\frac{A}{R_0+H_e^1} - \arcsin\frac{A_1}{R_0+H_e^0}\right) + \delta r_\infty, \qquad (15)$$

где δr_∞ рассчитывается по формуле (14); H_e^0 — по формуле (9) при $P_2 = 0$, $\rho'' = 206264{,}8$. При $\zeta \leq 45°$ r_∞ следует вычислять по формуле (4), так как величина δr_∞ уже при $\zeta = 45°$ менее 0,001″.

Оценка точности значений астрономической рефракции по формуле (15) производилась путем их сравнения с точными значениями, полученными численным интегрированием в диапазоне приземных температур от − 60 до + 60°С и давлений от 500 до 1100 мбар. Всего было использовано 43 профиля метеоэлементов, в том числе профили температуры с инверсией мощностью до 3 км и средним градиентом температуры в этом слое до 15°/км («антарктические» профили). Средняя квадратическая ошибка σ_r расчета астрономической рефракции по формуле (15) для некоторых зенитных расстояний приведена ниже.

ζ, град	70	75	80	85	86	87	88	89	90
σ_r, угл. с	0,001	0,001	0,006	0,10	0,2	0,6	1,6	29	383
$\sigma^П$, угл.с	0,01	0,025	0,07	0,7	2,1	5,0	13,4	41	202
$\sigma^К$, угл.с	0,05	0,12	0,4	2,4	4,4	9,1	22,4	68	246

Здесь же для сравнения приведены ошибки определения астрономической рефракции по «Таблицам рефракции Пулковской обсерватории» (5-е издание. Л.: Наука. 1985 г.) — $\sigma^П$ и по формуле (10) — $\sigma^К$. Для всех этих методов оценка точности производилась строго для одинаковых условий.

Как видим, точность определения астрономической рефракции по предлагаемой в данной работе формуле (15) примерно на порядок выше, чем по «Таблицам рефракции Пулковской обсерватории» и по формуле (10), за исключением близгоризонтной зоны. Максимальные ошибки не превосходят 2,5 σ_r и, что существенно, практически не зависят от вида стратификации температуры.

1. Мотрунич И.И., Швалагин И.В. //В кн.: Астрометрия и астрофизика. Киев: Наукова думка. 1979. Вып. 37. С. 61—69.
2. Куштин И.Ф. //В кн.: Геодезия и фотограмметрия. Ростов-на-Дону: Изд. РИСИ. 1981. С. 3—18.
3. Куштин И.Ф. //В кн.: Рефракция оптических волн в атмосфере. Томск: Изд. ТФ СО АН СССР. 1982. С. 28—43.
4. Нелюбин Н.Ф. //В кн.: Всес. совещание по рефракции электромагнитных волн в атмосфере. (Тезисы докл.). Томск: Изд. ТФ СО АН СССР. 1983. С. 215—219.
5. Нелюбина В.П., Нелюбин Н.Ф. //Там же. С. 220—224.
6. Матвеев Л.Т. Курс метеорологии. Физика атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат. 1976. 640 с.

Институт оптики атмосферы
СО АН СССР, Томск

Поступила в редакцию
16 февраля 1988 г.

V.P. Nelyubina, N.F. Nelyubin. **Prospects and Limitations of Considering the Refraction Using the Model of Homogeneous Atmosphere.**

A high-precision formula for calculating the angles of astronomical refraction is obtained within the framework of the model of homogeneous atmosphere.

Accuracy estimation of the results obtained and the comparison with the other methods is made.