«Оптика атмосферы», **2**, № 9 (1989)

УДК 551.521.3:535.36

О.И. Алдошина, В.В. Бачериков, В.А. Фабриков

ПРОХОЖДЕНИЕ СИГНАЛОВ ЧЕРЕЗ СЛОЙ ОБЛАКОВ К УДАЛЕННОМУ ПРИЕМНИКУ

Получены расчетные соотношения для оценки влияния облачного покрова на величину сигнала от наземного источника, регистрируемого на больших высотах приемником с большим углом поля зрения. Рассмотрение проведено в малоугловом приближении теории переноса излучения применительно к пучку излучения с гауссовым распределением интенсивности по угловой и поперечной пространственной координатам в рамках модели однородного рассеивающего слоя с индикатрисой рассеяния, аппроксимируемой функцией Гаусса.

Обсуждена возможность оценки параметров облачного слоя по величине искажений, вносимых им в спектральный состав зондирующего излучения от лампы-вспышки, с использованием полученных в работе расчетных соотношений.

1. В литературе [1–3] рассматривалось прохождение через однородный слой облаков пучка оптического излучения с гауссовым распределением интенсивности по угловой и пространственной координатам в плоскости источника $z = 0$:

$$I_0(\Phi,\ \mathbf{r},\ z=0) = \frac{\beta^2\gamma^2}{\pi^2}\exp(-\beta^2\Phi^2 - \gamma^2 r^2).$$

$$\Phi = (\sin\theta\cos\varphi,\ \sin\theta\sin\varphi),\ \mathbf{r} = (x,\ y). \qquad (1)$$

Были получены аналитические выражения для характеристик пучка на выходе слоя, коэффициенты рассеяния и экстинкции которого описываются функцией вида

$$\sigma(z) = \begin{cases}\sigma, & 0 \leqslant z \leqslant d,\\ 0, & z > d,\end{cases} \qquad (2)$$

а индикатриса рассеяния элементарного объема среды аппроксимируется функцией Гаусса

$$P(\Phi) = 4\alpha^2\exp(-\alpha^2\Phi^2),\ \ \Phi = \sin\theta \simeq \theta \qquad (3)$$

с малой дисперсией

$$1/\alpha^2 \ll 1. \qquad (4)$$

Мощность сигнала, регистрируемого приемником с большим углом поля зрения на расстоянии $z > d$ от источника, определяется в такой модели уравнениями [3]

$$P(R,\ z) = \frac{R\exp(-\tau)}{\Lambda}\int\limits_0^\infty du\exp(-u^2)\,J_1(Ru/\Lambda)\exp[\Omega(z)], \qquad (5)$$

$$\Omega(z) = \frac{\sqrt{\pi}\tau_s\alpha\Lambda}{ud}\left\{\operatorname{erf}\left(\frac{uz}{2\alpha\Lambda}\right) - \operatorname{erf}\left[\frac{u(z-d)}{2\alpha\Lambda}\right]\right\}, \qquad (6)$$

где $P(R, z)$ – регистрируемая приемником мощность; $\tau = \sigma_{ex}d$ и $\tau_s = \sigma_{sc}d$ – оптические толщины слоя по величине экстинкции и рассеяния;

$$\Lambda = \frac{z}{2\beta}[1 + \beta^2/\gamma^2 z^2]^{1/2} - \qquad (7)$$

параметр, соответствующий поперечному размеру пучка на расстоянии z от источника в отсутствие возмущающего действия облаков; $1/\beta$ – угловой размер пучка и $1/\gamma$ – линейный размер пучка в плоскости $z = 0$; R – радиус зрачка приемного устройства; $J_1(\xi)$ и $\operatorname{erf}(\xi)$ – функция Бесселя и интеграл вероятностей аргумента ξ. Множитель $\exp[\Omega(z)]$ описывает эффекты многократного рассеяния.

Уравнения (5), (6) справедливы в малоугловом приближении теории переноса излучения через случайные среды с сильно анизотропным рассеянием [4, 5]. Они вытекают в рамках рассматриваемой модели из общих уравнений

$$I(\xi,\ \zeta,\ z) = \exp(-\tau)\, I_0(\xi + z\zeta,\ \zeta,\ 0)\exp[\Omega(z)];$$
$$\Omega(z) = \int_0^z dz'\sigma_{\rm sc}(z')\, p\,[\xi - (z - z')\,\zeta];$$
$$\tau = \int_0^z dz'\sigma_{\rm ex}(z'),$$

связывающих в малоугловом приближении теории пространственные спектры возмущенного I и невозмущенного I_0 полей [5]. Ниже эти уравнения анализируются для частного, но практически важного случая, когда приемник находится на очень большом расстоянии от рассеивающего слоя. Для этого случая из уравнений (5), (6) выводятся расчетные соотношения, удобные для практического использования при оценке влияния облаков на величину регистрируемого сигнала. Приемник считаем удаленным «на бесконечность».

2. Условием удаленности «на бесконечность» является выполнение неравенства

$$\Lambda \gg d/\alpha, \tag{8}$$

позволяющего при вычислении параметра $\Omega(z)$ по уравнению (6) считать

$$ud/2\alpha\Lambda \ll 1. \tag{9}$$

При переходе от (8) к (9) мы учли, что основной вклад в интеграл в уравнении (5) дает область малых значений u; погрешность аппроксимации $\Omega(z)$ при больших и несущественна для оценки $P(R,\ z)$.

Воспользуемся разложением интеграла вероятностей $\mathrm{erf}[u(z-d)/2\alpha\Lambda]$ в ряд Тэйлора:

$$\mathrm{erf}\,[u\,(z-d)/2\alpha\Lambda] = \mathrm{erf}\,(uz/2\alpha\Lambda) - \frac{ud}{\sqrt{\pi}\alpha\Lambda}\exp\left[-\left(\frac{uz}{2\alpha\Lambda}\right)^2\right]. \tag{10}$$

Ограничиваясь с учетом неравенства (9) двумя первыми членами ряда, из уравнения (6) получаем

$$\Omega(z) = \tau_s \exp(-u^2a^2);$$
$$a^2 = z/2\alpha\Lambda = (\beta/\alpha)\,(1+\beta^2/\gamma^2z^2)^{1/2} \simeq \beta/\alpha \tag{11}$$

При этом

$$P(R,\ z) = 2\beta\frac{R}{z}\exp(-\tau)\int_0^\infty du\, e^{-u^2}J_1(2\beta uR/z)\exp(\tau_s e^{-u^2a^2}) \simeq \beta^2\frac{R^2}{z^2}\exp(-\tau)\int_0^v dv\, e^{-v}\exp(\tau_s e^{-va^2}). \tag{12}$$

Второе равенство в уравнении (12) вытекает из первого при условии малости $\beta uR/z$:

$$J_1(2\beta uR/z) \simeq \beta uR/z.$$

Уравнение (12) является основным для всех расчетов, связанных с удаленным приемником. Из него выводятся простые расчетные соотношения.

Интеграл (12) строго вычисляется путем разложения экспоненты $\exp[\tau_s e^{-u^2a^2}]$ в степенной ряд и почленного интегрирования получающегося при этом ряда экспонент

$$e^{-u^2}\exp(\tau_s e^{-u^2a^2}) = \sum_{\kappa=0}^{\infty}\frac{\tau_s^\kappa}{\kappa!}\exp[-u^2(1+\kappa a^2)]$$

с использованием табличных соотношений [6].

$$\int_0^\infty d\xi J_1(\xi)\exp(-\xi^2/q^2) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}q\exp(-q^2/8)\, I_{1/2}(q^2/8) = 1 - \exp(-q^2/4).$$

Решение записывается в виде

$$P(R,\ z) = \exp(-\tau) \sum_{\kappa=0}^{\infty} \frac{\tau_s^\kappa}{\kappa!} \left[1 - \exp\left(-\beta^2 \frac{R^2}{z^2} \frac{1}{\kappa a^2 + 1}\right)\right] \simeq \beta^2 \frac{R^2}{z^2} \exp(-\tau) \sum_{\kappa=0}^{\infty} \frac{\tau_s^\kappa}{\kappa!} \frac{1}{\kappa a^2 + 1}\,. \tag{13}$$

При $\tau_s \ll 1$ в первом приближении по малому параметру τ_s из него следует

$$P(R,\ z) \simeq \beta^2 \frac{R^2}{z^2} \exp(-\tau) \left(1 + \frac{\tau_s}{1 + a^2}\right) \simeq \beta^2 \frac{R^2}{z^2} \exp(-\tau_a) [1 - \tau_s a^2/(1 + a^2)], \tag{14}$$

где

$$\tau_a = \tau - \tau_s \tag{15}$$

оптическая толщина слоя, обусловленная процессами неупругого рассеяния. Для водяных капель в видимом диапазоне спектра поглощение мало и величиной τ_a можно пренебречь, полагая

$\exp(-\tau_a) \simeq 1$.

Ряд в уравнении (13) свертывается, и решение представляется в замкнутой форме

$$P(R,\ z) = \beta^2 \frac{R^2}{z^2} \exp(-\tau_a)\ \frac{1 - \exp(-\tau_s)}{\tau_s}\,, \tag{16}$$

если $\beta = \alpha$. Решение (16) в этом случае можно получить и непосредственно из уравнения (12), записав входящий в него интеграл в виде

$$\int_0^\infty dv\, e^{-v} \exp(\tau_s e^{-v}) = \int_0^1 d\xi \exp(\tau_s \xi) = \frac{\exp(\tau_s) - 1}{\tau_s}\,.$$

Уравнение (16) остается приближенно справедливым и при β, не равном α, но отличающемся от него на не слишком большую величину:

$$\left|\frac{\beta - \alpha}{\beta}\right| \ll \tau_s/e, \tag{17}$$

где e — основание натуральных логарифмов. При $\tau_s \geq 5$ это неравенство выполняется практически для всех узконаправленных пучков, расходимость которых $1/\beta$ сравнима или меньше ширины индикатрисы рассеяния $1/\alpha$.

Для пучков с более широкой диаграммой направленности, когда $\beta < \alpha$, можно воспользоваться другим приближением. Разлагая экспоненту $\exp(-va^2)$ в степенной ряд:

$$\exp(-va^2) = 1 - va^2 + v^2a^4/2 - \ldots,$$

в первом приближении по малому параметру $a^2 \simeq \beta^2/\alpha^2$ из уравнения (12) получаем

$$P(R,\ z) = \beta^2 \frac{R^2}{z^2} \exp(-\tau_a) \frac{1}{1 + \tau_s \beta^2/\alpha^2}\,. \tag{18}$$

Все рассмотренные выше аппроксимации точного решения (13) охватываются уравнением

$$P(R,\ z) = \beta^2 \frac{R^2}{z^2} \exp(-\tau_a)\ \frac{1}{1 + \tau_s p_1}\,, \tag{19}$$

в котором

$$p_1 = a^2/(1 + a^2) \tag{20}$$

Параметр p_1 определен формулой (20) так, чтобы уравнение (19) было применимо к пучкам с произвольной диаграммой направленности. При малых значениях τ_s оно совпадает с уравнением (14), а при больших τ_s — с уравнениями (16) или (18) в зависимости от величины a^2.

Более строгое выражение $P(R, z)$ можно получить, сохраняя в разложении экспоненты $\exp(-va^2)$ член второго порядка малости $v^2a^4/2$. В этом случае

$$\int_0^\infty dv\, e^{-v} \exp(\tau_s e^{-va^2}) \simeq e^{\tau_s} \int_0^\infty dv\, e^{-v(1+\tau_s a^2)} + v^2\tau_s a^4/2 = \frac{1}{a^2\sqrt{\tau_s/2}}\, e^{\tau_s} F(V),$$

и уравнение (12) записывается в виде

$$P(R, z) = \beta^2 \frac{R^2}{z^2} \exp(-\tau_a) \frac{1}{a^2\sqrt{\tau_s/2}} F(V), \tag{21}$$

где

$$F(V) = \exp(-V^2) \int_0^V dt t^2$$

интеграл Досона от аргумента

$$V = \frac{1}{a^2\sqrt{\tau_s/2}} (1 + \tau_s a^2). \tag{22}$$

Воспользовавшись асимптотическим приближением [6]

$$F(V) \simeq \frac{1}{2V} (1 + 1/2V^2 + \ldots),$$

из (22) получаем

$$P(R, z) = \beta^2 \frac{R^2}{z^2} \exp(-\tau_a) \frac{1}{1+\tau_s a^2} \left[1 + \frac{\tau_s a^4}{(1+\tau_s a^2)^2}\right]. \tag{23}$$

При больших τ_s поправка по сравнению с формулой (18) несущественна. Для малых $\tau_s a^4$ с точностью до величин первого порядка малости по $\tau_s a^4$ и второго порядка малости по a^2 из уравнения (23) следует уравнение (19).

3. Уравнение (19) представляет собой расчетную аппроксимацию, пригодную для практических применений в тех случаях, когда выполняется условие удаленности приемника (8) и оправдано использование малоуглового приближения теории переноса излучения в рамках развитой в работе [3] модели. Им можно пользоваться, в частности, при оценке параметров облачного слоя τ_s и a^2 по результатам измерения на больших высотах сигналов от наземной лампы-вспышки с известной диаграммой направленности пучка и известным распределением энергии излучения по спектру. Параметры слоя определяются по искажениям, вносимым трассой в спектральный состав излучения.

Рассмотрим случай, когда распределение интенсивности излучения на нижней границе слоя, описываемое формулой (1), создается изотропно излучающим наземным источником малых размеров. Угловое распределение энергии в световом пятне на нижней границе слоя описывается в этом случае выражением [7]

$$I_0(\Theta) \sim \cos^{3\Theta}.$$

Аппроксимируя это выражение гауссовой функцией

$$I_0(\Theta) \sim \exp(-2\Theta^2), \tag{24}$$

получаем $\beta^2 \simeq 2$. На расстояниях z, значительно превышающих высоту к нижней границы облачного слоя, величиной $\beta^2/\gamma^2 z^2$ можно пренебречь по сравнению с единицей, поскольку $1/\gamma$ имеет порядок h. Расчетные формулы для рассматриваемого случая можно представить в виде

$$\begin{gathered} P(R, z, \lambda) = AE(\lambda) \frac{1}{1+\tau_s p_1(\lambda)}, \\ p_1(\lambda) = \frac{\beta^2}{\beta^2 + \alpha^2(\lambda)} \simeq \frac{2}{2+\alpha^2(\lambda)}, \end{gathered} \tag{25}$$

где $E(\lambda)$ и $P(\lambda)$ — спектральные плотности излучения в плоскости $z = 0$ и на входе приемника; A — не зависящая от длины волны λ постоянная. Задаваясь модельными представлениями о зависимости α^2 от λ, например, принимая [8]

$\alpha^2 \sim 1/\lambda^2$,

с помощью формул (25) по ряду измеренных значений $P(\lambda_i)$, $i = 1, 2,\ldots n$ при $n \geq 3$ можно определить τ_s и α^2.

1. Tam W.G., Zardecki A. //Appl. Opt. 1982. V. 21. № 13. P. 2405–2412.
2. Zardecki A., Tam W.G. //Appl. Opt. 1982. V. 21. № 13. P. 2413–2420.
3. Walker P.L. //Appl. Opt. 1987. V. 26. № 3. P. 524–528.
4. Долин Л.С. //Изв. вузов. Радиофизика. 1964. Т. 7. № 2. С. 380–382.
5. Fante R.L. //IEEE Trans, on Antennas. Propagat. 1973. V. AP-21. № 9. P. 750–754.
6. Справочник по специальным функциям /Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М.: Наука, 1979.
7. Goodman D.S. //Appl. Opt. 1985. V. 24. № 19. P. 3240–3248.
8. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. М.: Мир, 1981.

Всесоюзный научно-исследовательский институт оптико-физических измерений,
Москва

Поступила в редакцию
3 мая 1989 г.

O.I. Aldoshina, V.V. Bacherikov, V.A. Fabrikov. **Signals Travelling Through a Cloud to a Remote Detector.**

Simple approximate expressions are obtained for a power incident on an open detector located at high altitude above a cloud far away from a source and from scattering cloud layers. The formulas are correct in the small angle approximation of the radiative transfer theory for random media with the scattering phase function that could be approximated by the Gaussian formula. They are applicable to Gaussian angular and cross-sectional distributions of the beam intensity propagating through a homogeneous cloud layer.

Some applications to the scattering layer parameters evaluation are discussed.