«Оптика атмосферы», **3**, № 9 (1990)

УДК 551.501:533.9: 518.5

В.В. Носов

ОПТИЧЕСКАЯ РЕКОНСТРУКЦИЯ ПРОФИЛЕЙ РЕФРАКЦИОННЫХ КАНАЛОВ

В статье предлагается оптический фазовый алгоритм восстановления характеристик рефракционных каналов. Алгоритм основан на поперечном оптическом зондировании (просвечивании) канала по совокупности различных направлений. В стандартных фотоприемных устройствах применены дифракционные решетки.

Рефракционные каналы (в воздухе или в других средах) могут быть созданы различными способами, например, фотометрическим путем [1–3]. Для анализа характеристик таких каналов применяются различные методы [1–4], в частности, продольное зондирование канала узким пучком.

Диэлектрическая проницаемость (показатель преломления) в рефракционном канале обычно является вещественной величиной (поглощения нет) и плавно меняется поперек канала. В схеме поперечного оптического зондирования рефракционного канала фаза принимаемой волны зависит от характеристик канала. При этом фазовые набеги в оптической волне достаточно точно описываются методом геометрической оптики [1, 2]. Однако квадратичные фотоприемники (обычно применяемые на практике) не реагируют на фазу волны. Для анализа фазы сигнала поэтому приходится применять другие более сложные приемные системы (например, системы оптического гетеродинирования). Естественно, что при этом усложняются и методические приемы обработки принимаемого сигнала [5].

В статье предлагается оптический фазовый алгоритм восстановления характеристик рефракционных каналов. К этим характеристикам обычно относятся эффективные радиусы канала по различным направлениям, значение диэлектрической проницаемости на оси канала и другие параметры распределения диэлектрической проницаемости поперек канала. Алгоритм основан на поперечном оптическом зондировании рефракционного канала при условии, что с некоторой точностью известно положение оси канала. Так как наиболее полно характеристики канала восстанавливаются при просвечивании канала по совокупности различных направлений, то предлагаемый метод может быть отнесен к классу томографических методов.

Методы реконструктивной томографии в настоящее время активно развиваются для целей диагностики фазовых объектов (например, в механике жидкости, газа, плазмы и т. п.) [6–8]. Математической основой томографического восстановления является аппарат преобразований Радона, в котором функциям, заданным в объеме, ставятся в соответствие их интегралы по гиперплоскостям. Часто в задачу восстановления вносятся априорные ограничения, связанные со свойствами симметрии изучаемого объекта. В одномерном случае это приводит к абелевой инверсии.

До последнего времени прогресс в способах, обеспечивающих реконструкцию объектов с высоким временным и пространственным разрешением, связан с аппаратурными разработками [7]. Предлагаемый здесь фазовый алгоритм аппаратурно более простой, чем традиционные интерферометрические методы восстановления свойств фазовых объектов. В статье ставится цель проиллюстрировать работоспособность этого метода (возможность пространственной реконструкции) на примере томографии рефракционных каналов.

Пусть рефракционный канал расположен между источником и приемником и перпендикулярен линии «источник–приемник». Источник выбираем точечным с длиной волны λ. Источник может перемещаться в плоскости, параллельной входной апертуре приемника.

Приемное устройство представляет собой обычный приемный телескоп, в котором принимаемый поток разделяется на три канала. В каждом приемном канале (в фокальной плоскости телескопа) установлены обычные квадратичные фотодетекторы. Перед фотодетекторами размещены матрицы (транспаранты) с заданными коэффициентами пропускания по интенсивности τ_n (n – номер канала, $n = 0; 1; 2$):

$$\tau_0 = 1,\ \tau_1(y) = (1 + \cos \xi y)/2,\ \tau_2(y) = (1 + \sin \xi y)/2,\ \xi > 0. \tag{1}$$

Здесь y – одна из поперечных координат в фокальной плоскости приемника (ось y перпендикулярна оси канала, ось z – параллельна оси канала, $y \perp z$). Простой моделью матрицы τ_1 является дифракционная решетка с расстоянием между центрами линий $d = 2\pi/\xi$, ξ – пространственная частота решетки, м$^{-1}$. Матрица τ_2 – та же дифракционная решетка, но сдвинутая по оси y относительно τ_1 на $d/4$.

Пусть на приемную апертуру телескопа радиуса a_t падает оптическая волна $u(x, \rho)$, $\rho = (y, z)$, прошедшая (поперек рефракционного канала) дистанцию длиной x. Распределение интенсивности в плоскости изображения (на расстоянии F от приемной линзы) имеет вид [9, 10]

$$I(F,\ \boldsymbol{\rho}) = \left(\frac{\kappa}{2\pi F}\right)^2 \int d^2R \int d^2t \exp\left\{-\frac{R^2}{a_t^2} - \frac{t^2}{4a_t^2} + \frac{i\kappa}{F}\left(1 - \frac{F}{F_0}\right)\mathbf{R}\mathbf{t} - \frac{i\kappa}{F}\mathbf{t}\boldsymbol{\rho}\right\} \cdot \gamma(x,\ \mathbf{R},\ \mathbf{t});$$

$$\gamma(x,\ \mathbf{R},\ \mathbf{t}) = u(x,\ \mathbf{R} + \mathbf{t}/2)\, u^*(x,\ \mathbf{R} - \mathbf{t}/2), \tag{2}$$

где F_0 — фокусное расстояние телескопа; $\kappa = 2\pi/\lambda$.

Обозначим электрические сигналы (фототок) на выходе фотодетектора в канале с номером n через E_n. Тогда

$$E_n = \int d^2\boldsymbol{\rho}\,\tau_n(y)\, I(F,\ \boldsymbol{\rho}),\ \ \rho = (y,\ z).$$

Применяя в этом соотношении представление (2), получим

$$E_0 = \int d^2R\mathrm{e}^{-R^2/a_t^2}\,\gamma(x,\ \mathbf{R},\ 0),\ \ \mathbf{R} = (R_1,\ R_2),$$

$$E_1 - E_0/2 = \frac{1}{4}\mathrm{e}^{-[(F\xi)/(2\kappa a_t)]^2} \int d^2R\mathrm{e}^{-R^2/a_t^2}\left[\mathrm{e}^{i(1-F/F_0)R_1\xi}\,\gamma\left(x,\ \mathbf{R},\frac{F\xi}{\kappa},\ 0\right) + \right.$$

$$\left. + \mathrm{e}^{-i(1-F/F_0)R_1\xi}\,\gamma\left(x,\ \mathbf{R},\ -\frac{F\xi}{\kappa},\ 0\right)\right];$$

$$E_2 - E_0/2 = \frac{1}{4i}\mathrm{e}^{-[(F\xi)/(2\kappa a_t)]^2} \int d^2R\mathrm{e}^{-R^2/a_t^2}\left[\mathrm{e}^{i(1-F/F_0)R_1\xi}\,\gamma\left(x,\ \mathbf{R},\ \frac{F\xi}{\kappa},\ 0\right) - \right.$$

$$\left. - \mathrm{e}^{-i(1-F/F_0)R_1\xi}\,\gamma\left(x,\ \mathbf{R},\ -\frac{F\xi}{\kappa},\ 0\right)\right]. \tag{3}$$

В приближении геометрической оптики поле сферической волны $u(x,\ \rho)$ задается согласно [9, 10] следующим образом:

$$u(x,\ \boldsymbol{\rho}) = \frac{\kappa u_0}{2\pi i x}\exp\left\{i\kappa x - \frac{i\kappa}{2x}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0)^2 + \frac{i\kappa}{2}\int_0^x d\xi\varepsilon_1\left(\xi,\ \frac{\xi}{x}\boldsymbol{\rho} + \left(1 - \frac{\xi}{x}\right)\boldsymbol{\rho}_0\right)\right\}. \tag{4}$$

Здесь $\rho_0 = (\rho_{01},\ \rho_{02})$ — радиус-вектор центра источника; $\varepsilon_1 = \varepsilon - 1$, $\varepsilon(x,\ \rho)$ — вещественная диэлектрическая проницаемость среды распространения, постоянная u_0 определяется по интенсивности I_c(x) сферической волны на расстоянии x: $u_0^2 = I_c(x)(2\pi x/\kappa)^2$, $I_c(x) = \gamma(x,\ \mathbf{R},\ 0)$. С помощью выражения (4) функция γ записывается в виде

$$\gamma(x,\ \mathbf{R},\ \boldsymbol{\rho}) = \left(\frac{\kappa u_0}{2\pi x}\right)^2 \exp\left\{\frac{i\kappa}{x}\boldsymbol{\rho}(\mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}_0) + \frac{i\kappa x}{2}\left[J(\mathbf{R},\ \boldsymbol{\rho}) - J(\mathbf{R}, -\boldsymbol{\rho})\right]\right\};$$

$$J(\mathbf{R},\ \boldsymbol{\rho}) = \int_0^1 ds\varepsilon_1\left(sx,\ s\mathbf{R} + (1 - s)\boldsymbol{\rho}_0 + \frac{s\boldsymbol{\rho}}{2}\right). \tag{5}$$

Предположим далее, что в угле поля зрения приемника характеристики канала слабо изменяются при перемещении вдоль канала (по оси z). Это означает, что диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_1(x,\ y,\ z)$ в (5) не зависит от z. Поэтому профиль ε_1 можно задать следующей модельной функцией:

$$\varepsilon_1(x,\ y,\ z) = \varepsilon_{10}\exp\left[-\frac{(x - x_0)^2}{a_x^2} - \frac{(y - y_0)^2}{a_y^2}\right], \tag{6}$$

где ε_{10} = const — диэлектрическая проницаемость на оси канала; x_0, y_0 — координаты оси канала; a_x и a_y — радиусы канала по направлениям x и y соответственно. [Ноль системы координат находится в плоскости излучателя на оптической оси приемника. Поэтому x_0 — расстояние от нуля системы координат до оси канала по направлению распространения зондирующей волны, т. е. по оси x; y_0 — расстояние от оптической оси приемника до оси канала.].

Для профиля (6) функция $J(\mathbf{R}, \rho)$ в (5) имеет вид

$$J(\mathbf{R}, \rho) = \frac{\varepsilon_{10}\sqrt{\pi}\,a_x}{x\sqrt{1+\eta^2 a_x^2/a_y^2}} \exp\left[-\frac{(m+\eta x_0/a_y)^2}{1+\eta^2 a_x^2/a_y^2}\right],$$

$$\eta = \frac{R_1 + \rho_1/2 - \rho_{01}}{x}, \quad m = \frac{\rho_{01} - y_0}{a_y}, \quad \mathbf{R} = (R_1, R_2), \quad \rho = (\rho_1, \rho_2). \tag{7}$$

Здесь при интегрировании конечные пределы интегрирования заменены на бесконечные, т. е. функция ε_1 (6), задающая канал, сосредоточена на конечном участке трассы ($2a_x \ll x$).

Чтобы провести дальнейший аналитический анализ, упростим выражение (7). Для этого потребуем, чтобы выполнялись условия

$$a_t \ll x, \; \rho_{01} \ll x, \; F\xi/\kappa \ll 2x$$

(длина трассы превышает поперечное смещение источника и радиус приемника). Из соотношений (3), (5), (7) при этом следует, что в области $R_1 \lesssim a_t$, существенной для интегрирования в (3), $\eta \ll 1$. Предположим также, что источник по направлению x находится вблизи канала, например, на расстоянии в несколько радиусов a_x от оси канала. В этом случае для ограниченных отношений a_x/a_y (не сильно уплощенных каналов по y) из условия $\eta \ll 1$ вытекают условия $\eta\, a_x/a_y \ll 1$, $\eta x_0/a_y \ll 1$. Раскладывая (7) для ограниченных m в ряд Тейлора по η и ограничиваясь тремя первыми членами разложения, получаем

$$\frac{i\kappa x}{2}[J(\mathbf{R}, \rho) - J(\mathbf{R}, -\rho)] = i\omega_1 R_1 - i\omega_0, \tag{8}$$

$$\omega_1 = \varepsilon_{10}\frac{a_x(a_x^2 + 2x_0^2)\rho_1}{a_y^2 x}\sqrt{\pi}\,e^{-m^2}\left(m^2 - \frac{1}{2}\right),$$

$$\omega_0 = \varepsilon_{10}\frac{a_x}{a_y}x_0\rho_1\sqrt{\pi}\,e^{-m^2}\left[m + \frac{(a_x^2 + 2x_0^2)}{x x_0}\left(m^2 - \frac{1}{2}\right)\left(m + \frac{y_0}{a_y}\right)\right].$$

Подставляя (8) в (5), а (5) — в (3), находим

$$\frac{E_1 - E_0/2}{E_0/2} = \mu\cos\Omega_0, \quad \frac{E_2 - E_0/2}{E_0/2} = -\mu\sin\Omega_0;$$

$$\mu = \exp\left\{-\left(\frac{F\xi}{2\kappa a_t}\right)^2 - \left[\frac{\xi a_t}{2}\left(1 - \frac{F}{F_0} + \frac{F}{x}\right) - \frac{\Omega_1 a_t}{2}\right]^2\right\};$$

$$\Omega_0 = \frac{F\xi a_x}{x}\left\{\frac{a_y}{a_x}\left(m + \frac{y_0}{a_y}\right) + \varepsilon_{10}\frac{x_0}{a_y}\sqrt{\pi}\,e^{-m^2} \times\right.$$

$$\left.\times\left[m + \frac{(a_x^2 + 2x_0^2)}{x x_0}\left(m^2 - \frac{1}{2}\right)\left(m + \frac{y_0}{a_y}\right)\right]\right\}; \quad \Omega_1 = \omega_1\Big|_{\rho_1 = \frac{F\xi}{x}}. \tag{9}$$

Выражения (9) служат основой для нахождения неизвестных параметров ε_{10}, a_x, a_y распределения диэлектрической проницаемости в канале. Действительно, из (9) в выбранной (фиксированной) области монотонности $\operatorname{tg}\Omega_0$ следует

$$\Omega_0 = -\operatorname{arctg}\frac{E_2 - E_0/2}{E_1 - E_0/2}. \tag{9a}$$

Выбирая положение источника так, что $m = 0$ ($\rho_{01} = y_0$), получаем, например,

$$\varepsilon_{10}\frac{\sqrt{\pi}}{2}\,\frac{a_x(a_x^2+2x_0^2)F\xi y_0}{a_y^2x^2}=\frac{F\xi y_0}{x}+\operatorname{arctg}\frac{E_2-E_0/2}{E_1-E_0/2}\equiv A_0. \tag{10}$$

Изменяя длину трассы ($x \to x_1$) и (или) продольное положение источника ($x_0 \to x_{01}$), получаем второе уравнение

$$\frac{\varepsilon_{10}\sqrt{\pi}}{2}\cdot\frac{a_x(a_x^2+2x_{01}^2)F\xi y_0}{a_y^2x_1^2}=A_1. \tag{11}$$

Из этих уравнений, поделив их друг на друга, находим продольный (по оси x) радиус канала

$$a_x=\sqrt{\frac{2(x_0^2-\nu x_{01}^2)}{\nu-1}},\quad \nu=\frac{A_0x^2}{A_1x_1^2}.$$

Просветим теперь канал в направлении, перпендикулярном к прежнему. Для нового направления радиусы a_x и a_y меняются местами. Поэтому, применяя предыдущую процедуру (уравнения (10), (11)), находим радиус a_y. По известным величинам a_x и a_y из уравнений (10) или (11) находим значение диэлектрической проницаемости на оси канала ε_{10}.

Таким образом, если известно положение оси канала, то из (9) можно отыскать a_x, a_y, ε_{10}. Найденные значения a_x, a_y, ε_{10} могут служить исходной информацией для более детального описания профиля $\varepsilon_1(x, y, z)$ в канале. Например, задавая профиль ε_1 конечной суммой функций вида (6)

$$\varepsilon_1(x,y,z)=\sum_{n=-N}^{N}\varepsilon_{10}^{(n)}\exp\left[-\frac{(x-x_0-n\Delta_x)^2}{a_{xn}^2}-\frac{(y-y_0-n\Delta_y)^2}{a_{yn}^2}\right],$$

где $\varepsilon_{10}^{(n)}$, a_{xn}, a_{yn} — неизвестные параметры; N, Δ_x, Δ_y — фиксированные параметры, $\Delta_x \ll a_x$; $\Delta_y \ll a_y$; x_0, y_0 — координаты оси канала, из (9) или (9 а) получаем систему уравнений для отыскания $\varepsilon_{10}^{(n)}$, a_{xn}, a_{yn} при $-N \le n \le N$. Эта система уравнений получается либо перемещением источника (по осям x и y), либо перемещением приемника (также по осям x и y), либо изменением направлений просвечивания канала.

При неизвестном положении оси канала ε_1, ранее задаваемая формулой (6), будет зависеть от координаты z. Задавая профиль ε_1 подходящим выражением с набором неизвестных параметров, из (9) или (9 а) также можно получить систему уравнений для отыскания этих неизвестных параметров.

1. Воробьёв В.В. //Изв. вузов. Радиофизика. 1971. Т. 14. С. 1283.
2. Алмаев Р.Х., Нерушев А.Ф., Семёнов Л.П. //Изв. вузов. Радиофизика. 1976. Т. 19. С. 1351.
3. Агровский Б.С., Воробьёв В.В., Гурвич А.С., Мякинин В.А. // Изв. вузов. Физика. 1983. № 2. С. 90.
4. Беленький М.С., Лукин И.П., Миронов В.Л. //Оптика и спектроскопия. 1986. Т. 60. Вып. 2. С. 388.
5. Протопопов В.В., Устинов Н.Д. Лазерное гетеродинирование. М.: Наука, 1985. 288 с.
6. Вест Ч. Голографическая интерферометрия. М.: Мир, 1982. 504 с.
7. Пикалов В.В., Преображенский Н.Г. Реконструктивная томография в газодинамике и физике плазмы. Новосибирск: Наука, 1987. 232 с.
8. Оптическая томография. Тезисы докладов Всесоюзного семинара. Таллинн, 1988. 120 с.
9. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 11. М.: Наука, 1978. 463 с.
10. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР,
г. Томск

Поступила в редакцию
8 июня 1990 г.

V.V. Nosov. Optical Reconstruction of the Refraction Channels Profiles.

The paper suggests an optical phase algorithm for restoration of the refraction channels parameters. The algorithm is based on the use of optical sounding along different directions across the channel. Standard optical receiving systems use diffraction gratings.