

А.Г. Боровой, А.А. Попов, О.В. Шефер

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНОГО ХОДА
КОЭФФИЦИЕНТА ОСЛАБЛЕНИЯ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
ДЛЯ СИСТЕМЫ ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЛЕДЯНЫХ ПЛАСТИНОК**

Для системы ориентированных ледяных пластинок в ИК-диапазоне длин волн получена осциллирующая зависимость коэффициента ослабления α от длины волны. Каждая кривая $\alpha(\lambda)$ имеет тонкую структуру и располагает характерными признаками, по которым можно судить о средних размерах ледяных пластинок. Показано, что в кристаллическом облаке только ориентированные ледяные пластинки могут обеспечить заметную зависимость коэффициента ослабления от длины волны.

В [1] нами предложена классификация атмосферных кристаллов по характеру ослабления оптического излучения. Из всего многообразия их форм составлены две группы. К одной из них отнесены все кристаллы, не имеющие плоскопараллельных граней. Для каждого кристалла из этой группы рассеянное поле в области малых углов рассеяния определяется только дифракционным полем. В результате фактор эффективности ослабления равен 2, а сечение ослабления равно удвоенной площади геометрической тени рассеивателя. Коэффициент ослабления для исследуемого объема, состоящего из таких кристаллов, определяется их средними размерами и концентрацией, т.е. не зависит ни от длины волны, ни от оптических свойств кристаллических частиц. Иными словами, для кристаллов из данной группы расчет характеристик ослабления не представляет особого труда. Оставшаяся группа кристаллических частиц представляет больший интерес. К ней относятся все многогранники, которые имеют по крайней мере одну пару плоскопараллельных граней. В [2] нами показано, что полное рассеянное поле для таких кристаллов в области малых углов рассеяния определяется как когерентная сумма дифракционного и рассеянного полей. Под рассеянным здесь понимается электромагнитное поле, в которое трансформируется поле рефракционных пучков, вышедших из кристалла в направлении распространения падающей волны. Поскольку каждый пучок является частью фронта плоской волны, то при определении рассеянного и дифракционного полей используется один и тот же формализм. Как правило, эти поля сравнимы между собой, если кристаллические частицы имеют плоскопараллельные грани. В результате при изменении геометрических или оптических параметров кристалла фактор эффективности ослабления осциллирует около значения, равного 2. В статье [3] показано, что для пластинчатых кристаллов фактор может достигать предельного значения, равного 4. Именно для этой формы кристалла наиболее существенно сказывается влияние его оптических свойств на фактор эффективности ослабления. Поэтому в данной статье при теоретическом исследовании коэффициента ослабления оптического излучения в качестве рассеивающего объема мы выбрали систему ориентированных ледяных пластинок.

В статье [4] для круглой пластинки в рамках метода физической оптики получена формула для сечения ослабления поляризованного излучения. Она имеет вид

$$\sigma = 2S - \operatorname{Re}(B_{\parallel} + B_{\perp}) - \frac{I_2}{I_1} \operatorname{Re}(B_{\parallel} - B_{\perp}) \cos 2\gamma + \frac{I_3}{I_1} \operatorname{Re}(B_{\parallel} - B_{\perp}) \sin 2\gamma. \quad (1)$$

Кроме удвоенной площади геометрической тени пластинки $2S$ формула (1) включает в себя еще несколько слагаемых. Эти дополнительные слагаемые связаны с поляризованным рассеянным полем рефракционных пучков, прошедших через толщу пластинки. В полученной формуле — угол ориентации векторов \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 эллиптически поляризованной падающей волны по отношению к плоскости падения ее на основание пластинки; I_1, I_2, I_3 — первые 3 параметра вектора Стокса для падающей волны. Амплитуды рассеянных полей B_{\parallel} и B_{\perp} для рефракционных пучков и площадь геометрической тени S пластинки радиуса a и толщиной d определяются следующими соотношениями:

$$B_{\parallel} = T_{\parallel} \tilde{T}_{\perp} \sum_{j=1}^J S_j e^{i\delta_j} R_1^{2(j-1)}, \quad (2)$$

$$B_{\perp} = T_{\perp} \tilde{T}_{\perp} \sum_{j=1}^J S_j e^{i\delta_j} R_{\perp}^{2(j-1)}, \quad (3)$$

$$S = (\pi a^2 + 2ad \operatorname{tg} \beta) \cos \beta. \quad (4)$$

Здесь T и R — коэффициенты Френеля; δ_j — относительный фазовый набег j -го рефракционного пучка, прошедшего через толщину пластинки $(2j-1)$ раз; S_j — площадь сечения j -го рефракционного пучка; β — острый угол между направлением распространения падающей волны и нормалью к основанию пластинки. Верхний индекс J в суммах (2) и (3) определяет количество образующихся рефракционных пучков. Если $\beta \neq 0$, то их число всегда конечно. При $\beta = 0$ число рефракционных пучков становится бесконечным, а задача рассеяния — симметричной. В результате формула для сечения ослабления принимает следующий вид:

$$\sigma = 2\pi a^2 \left[1 - \operatorname{Re} \left(t \sum_{j=1}^{\infty} e^{i\delta_j} r^{j-1} \right) \right], \quad (5)$$

где

$$t = \frac{4\tilde{n}}{(\tilde{n}+1)^2}, \quad r = \left(\frac{\tilde{n}-1}{\tilde{n}+1} \right)^2, \quad (6)$$

$$\delta_j = \kappa d [2j-1] \tilde{n} - 1]. \quad (7)$$

В соотношениях (6) и (7) $\tilde{n} = n + i\kappa$ — комплексный показатель преломления пластинки; $\kappa = 2\pi/\lambda$ — волновое число.

Как и следовало ожидать, при нормальном падении волны на основание пластинки ($\beta = 0$) сечение ослабления не зависит от состояния поляризации падающего поля. В этой связи заметим, что при $\beta \neq 0$ сечение ослабления хотя формально и зависит от поляризационных свойств падающей волны, но эта зависимость проявляется слабо [4]. Более того, при изменении геометрических или оптических параметров пластинки ход кривых для сечений ослабления, вычисленных по формулам (1) и (5), качественно совпадает при условии, что входящий в формулу (1) угол β не превышает примерно 45%. Поэтому когда речь идет о выявлении общих закономерностей интегрального ослабления оптического излучения системой ориентированных пластинок, то в качестве интегрируемой функции имеет смысл выбрать сечение ослабления, определяемое более удобной для анализа формулой (5). Если сечение ослабления задано в более простой форме, то такая интегральная характеристика рассеивающего объема, как коэффициент ослабления, приводится к алгебраическому виду. В частности, в [5] для коэффициента ослабления получена следующая формула:

$$\alpha = D \left[1 - \operatorname{Re} \left(t \sum_{j=1}^{\infty} \frac{r^{j-1}}{(1 + (2j-1)\kappa x_2 - i[(2j-1)n-1]\kappa x_2)^{x_1+1}} \right) \right], \quad (8)$$

где

$$D = 2N\pi\bar{a}^2 \frac{\mu+2}{\mu+1}. \quad (9)$$

При выводе формулы (8) функция плотности распределения пластинок по радиусам была задана в виде гамма-распределения с параметрами a_m и μ . Напомним, что a_m задает радиус пластинки, соответствующий максимуму функции плотности распределения, а μ определяет крутизну склонов максимума. В соотношении (9) N — концентрация пластинок в рассеивающем объеме, \bar{a} — их средний радиус. Заметим, что \bar{a} связан с параметрами гамма-распределения a_m и μ соотношением $\bar{a} = a_m(\mu+1)/\mu$. В формуле (8) x_2 имеет такую же размерность, что \bar{a} и a_m , т.е. измеряется в микрометрах, а x_1 является безразмерной величиной. Причем параметры x_1 и x_2 однозначно связаны с μ и a_m [5]. И наконец, при выводе формулы (8) учитывалась эмпирическая взаимосвязь толщины и радиуса в виде соотношения $d = A(2a)^{\eta}$, где $A = 2,020$, $\eta = 0,449$ [6]. Отметим, что в последнем соотношении толщина d и радиус a должны быть заданы в микрометрах.

В статье [5] показано, что в видимой части диапазона длин волн вклад каждого из слагаемых бесконечной суммы в соотношении (8) пренебрежимо мал. В результате коэффициент ослабления α не зависит от длины волны и определяется формулой

$$\alpha = D.$$

(10)

Формула (10) имеет точно такой же вид, как и в случае, когда каждый кристалл рассеивающего объема не имеет плоскопараллельных граней. Однако в данном случае формула (10) интерпретируется иначе. Дело в том, что для совокупности кристаллов с плоскопараллельными гранями в видимой части диапазона длин волн происходит полная взаимная компенсация рефракционных пучков. Иными словами, при интегрировании быстроосциллирующей функции вклад в интеграл дает только ее регулярная часть, роль которой в данном случае играет дифракционное поле. Подобная интерпретация дает возможность с единых позиций объяснить и нейтральный ход коэффициента ослабления в видимой части диапазона, и его заметную зависимость от длины волны в ИК-диапазоне. Действительно, в видимой части период осцилляций фактора эффективности ослабления настолько мал, что в его пределах значение функции плотности распределения пластинок по радиусам можно считать постоянным. В результате все отклонения фактора от среднего значения, определяемого дифракционным полем, полностью компенсируются в пределах каждого периода. Ситуация становится иной при переходе в ИК-диапазон. В данном случае период осцилляций многократно увеличивается и становится настолько большим, что в его пределах заметно изменяется функция плотности распределения. В результате в рассеивающем объеме не происходит полной взаимной компенсации рассеянных полей рефракционных пучков. Поэтому в ИК-диапазоне длин волн всегда существует нескомпенсированная добавка к дифракционному полю, значение которой зависит, в частности, и от длины волны.

В статье [5] показано, что в ИК-диапазоне при вычислении бесконечной суммы в соотношении (8) достаточно ограничиться первым слагаемым, поскольку остальные в сравнении с ним пренебрежимо малы. Данное утверждение эквивалентно тому, что при вычислении коэффициента ослабления α в ИК-диапазоне наряду с суммарным дифракционным полем достаточно учесть рассеянные поля только от тех рефракционных пучков, каждый из которых проходит через толщу кристалла один раз. В данном случае формула для коэффициента ослабления принимает вид

$$\alpha = D \left[1 - \operatorname{Re} \left(\frac{t}{(1 + \kappa \kappa x_2 - i(n-1)\kappa x_2)^{x_1+1}} \right) \right]. \quad (11)$$

Формулы (11) и (8) получены в результате аппроксимации интегрального представления коэффициента ослабления с погрешностью не более 2,5%. Причем данная оценка справедлива для (11) в ИК-диапазоне, а для (8) — во всем интервале длин волн.

Входящие в формулу (11) величины x_1 и x_2 зависят только от параметров распределения \bar{a} и μ , [5]. Это позволяет для любых допустимых значений \bar{a} и μ заранее вычислить x_1 и x_2 . В таблице представлены расчетные значения x_1 и x_2 , которые соответствуют некоторым реальным параметрам \bar{a} и μ для ледяных пластинок. Заметим, что те промежуточные значения x_1 и x_2 , которые не вошли в таблицу, могут быть получены путем интерполяции.

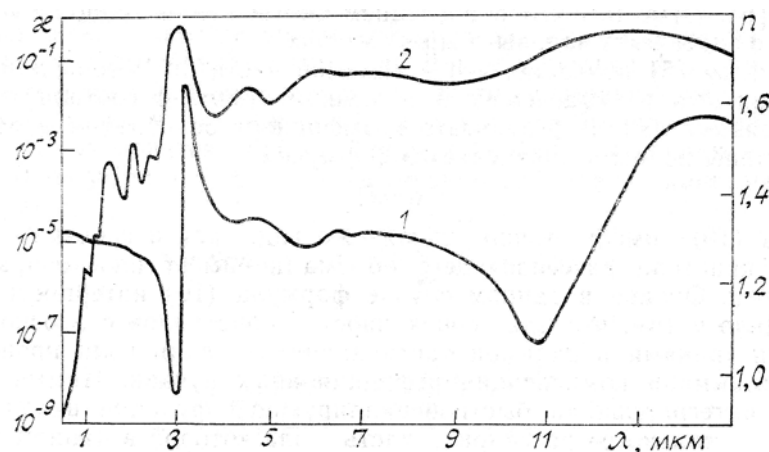


Рис. 1. Зависимости реальной и мнимой частей комплексного показателя преломления льда от длины волны: кривая 1 — $n = n(\lambda)$; 2 — $\kappa = \kappa(\lambda)$

На рис. 1 представлены графики зависимостей показателей преломления n и поглощения κ от длины волны λ . Кривые $n = n(\lambda)$ и $\kappa = \kappa(\lambda)$ построены по данным обзорной статьи [7]. Прежде всего отметим, что при переходе в ИК-диапазон значения κ возрастают, достигая (а для некоторых длин волн даже превышая) значение 10^{-1} . В результате практически во всей ИК-области диапазона длин волн значения κ и $n-1$ сравнимы между собой. Поэтому показатель поглощения κ , должен оказывать заметное влияние на спектральный ход коэффициента ослабления α . Анализируя формулу (11) для

α , нетрудно убедиться, что с ростом κ уменьшается амплитуда «рефракционного» слагаемого. Влияние κ особенно усиливается в окрестностях минимумов функции $n = n(\lambda)$. Минимумы показателя преломления n , соответствующие длинам волн λ , равным 2,9 и 10,9 мкм, интерпретируются как результаты резонансных взаимодействий оптического излучения с кристаллической решеткой льда [7]. Механизм влияния показателя преломления на спектральный ход коэффициента ослабления оказывается следующим. С ростом n не только уменьшается амплитуда «рефракционного» слагаемого, но и периодически меняется его знак. Иными словами, показатель преломления $n(\lambda)$ обеспечивает осциллирующий характер зависимости $\alpha = \alpha(\lambda)$.

Значения параметров x_1 и x_2 для аппроксимационной формулы коэффициента ослабления

\bar{a} , мкм	μ					
	1	2	3	4	5	6
50	17,17	22,13	27,08	32,05	37,02	41,99
	1,18	0,86	0,68	0,56	0,47	0,41
60	17,17	22,13	27,08	32,04	37,02	41,99
	1,28	0,93	0,73	0,61	0,52	0,45
70	17,17	22,13	27,08	32,04	37,02	41,99
	1,37	1,00	0,79	0,65	0,55	0,48
80	17,17	22,13	27,08	32,05	37,01	41,98
	1,46	1,06	0,83	0,69	0,59	0,51
90	17,17	22,13	27,08	32,05	37,02	41,99
	1,54	1,12	0,88	0,73	0,62	0,54
100	17,17	22,13	27,08	32,04	37,01	41,99
	1,61	1,17	0,92	0,76	0,65	0,56
150	17,17	22,13	27,08	32,05	37,02	41,98
	1,93	1,41	1,11	0,91	0,78	0,68
200	17,17	22,13	27,08	32,05	37,02	41,99
	2,20	2,20	1,60	1,26	1,04	0,77
250	17,17	22,13	27,08	32,05	37,02	41,98
	2,43	1,77	1,39	1,15	0,98	0,85

С ростом среднего радиуса \bar{a} пластинок происходит увеличение значения x_2 , что, в свою очередь, приводит к уменьшению относительной амплитуды осцилляций зависимости $\alpha = \alpha(\lambda)$. В этом нетрудно убедиться, сравнивая кривые $\alpha(\lambda)$ на рис. 2 и 3, построенные соответственно для «мелких» и крупных ледяных пластинок. Как и следовало ожидать, для «мелких» пластинок (рис. 2) кривые имеют более тонкую структуру. Причем каждая из них располагает характерными признаками, по которым можно судить о средних размерах ледяных пластинок. В частности, с размерами пластинок связано положение минимума на каждой кривой, отмеченного стрелкой.

Увеличение длины волны λ эквивалентно уменьшению параметра x_2 . Следовательно, с ростом λ должна возрастать и амплитуда осцилляций коэффициента ослабления. В этом нетрудно убедиться, анализируя те же кривые, представленные на рис. 2 и 3. Однако в интервале длин волн [11÷15] коэффициент ослабления имеет спектральный ход, близкий к нейтральному. Связано это с опережающим ростом величин $n-1$ и κ по сравнению с длиной волны λ . В результате амплитуды осцилляций быстро ослабевают.

Для гамма-распределения степень локализации размеров ледяных пластинок около средних значений определяется параметром μ . Меньшему μ соответствует более слабое изменение функции плотности распределения, а следовательно, более полная компенсация рассеянных полей рефракционных пучков. В результате для функции плотности распределения с пологими склонами уменьшаются амплитуды осцилляций на кривой $\alpha = \alpha(\lambda)$, а также сглаживается ее тонкая структура. В этом можно убедиться, сравнивая спектральный ход кривых $\alpha(\lambda)$ на рис. 4, построенных при разных μ . Заметим,

что для крупных пластинок, размеры которых к тому же слабо локализованы вокруг среднего значения, коэффициент ослабления в ИК-диапазоне за исключением малых областей имеет нейтральный ход (кривая 1).

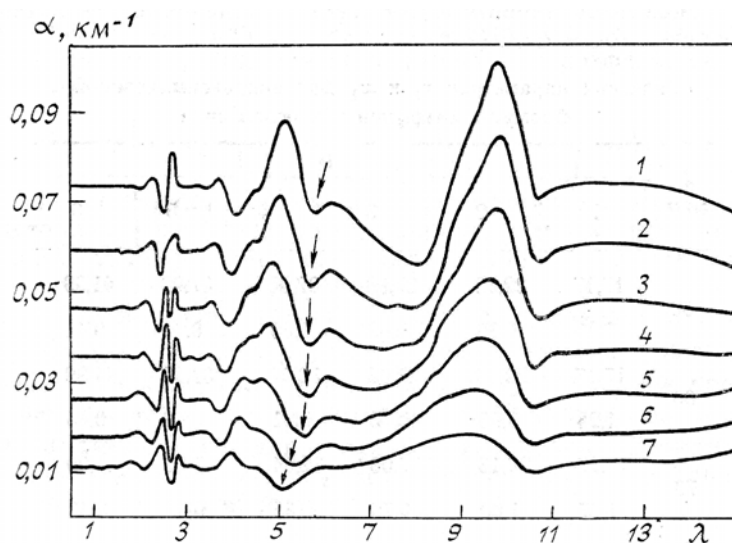


Рис. 2. Коэффициенты ослабления для «мелких» ледяных пластинок в зависимости от длины волны: $N = 1 \text{ л}^{-1}$; $\mu = 5$; кривая 1 — $\bar{a} = 100 \text{ мкм}$; 2 — 90; 3 — 80; 4 — 70; 5 — 50; 6 — 50; 7 — 40 мкм

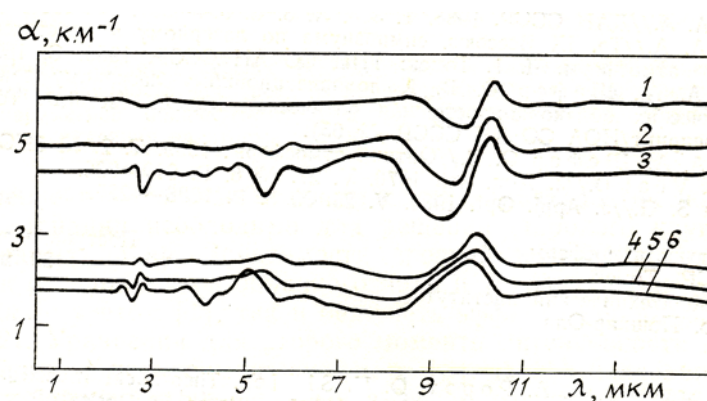


Рис. 3. Коэффициенты ослабления для крупных ледяных пластинок в зависимости от длины волны: $\mu = 5$; кривая 1 — $N = 12,5 \text{ л}^{-1}$, $\bar{a} = 250 \text{ мкм}$; 2 — $N = 15 \text{ л}^{-1}$, $\bar{a} = 200 \text{ мкм}$; 3 — $N = 20 \text{ л}^{-1}$; $\bar{a} = 150 \text{ мкм}$; 4 — $N = 25 \text{ л}^{-1}$; $\bar{a} = 100 \text{ мкм}$

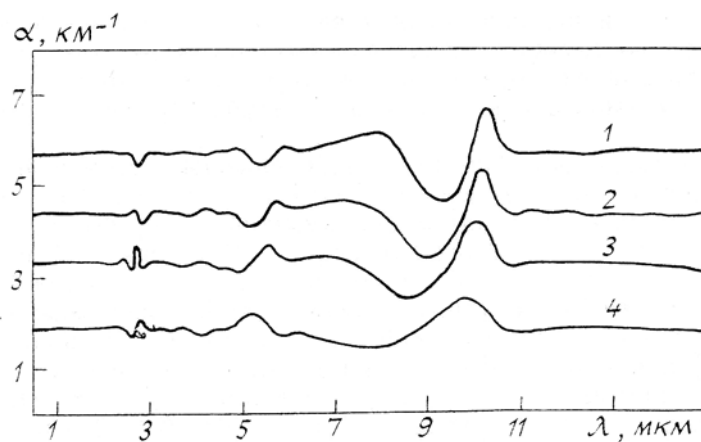


Рис. 4. Коэффициенты ослабления для ледяных пластинок в зависимости от длины волны при разных r : для кривых 1, 2, 3 μ соответственно равно 1, 3, 8; $\bar{a} = 250 \text{ мкм}$; $N = 10 \text{ л}^{-1}$, для кривых 4, 5, 6 $\mu = 1, 3, 8$; $\bar{a} = 100 \text{ мкм}$, $N = 25 \text{ л}^{-1}$

Заметная зависимость коэффициента ослабления от длины волны в ИК-диапазоне является следствием осцилляций фактора эффективности ослабления. Интервал возможных значений фактора для пластинчатых кристаллов составляет (0; 4). Для любой другой формы кристаллов с плоскопараллельными гранями этот интервал существенно меньше. Так, для гексагонального столбика фактор эффективности ослабления осциллирует примерно между значениями 1 и 3 [3]. Причем для подавляющего большинства комбинаций геометрических и оптических параметров гексагонального столбика фактор попадает в интервал значений (1, 3; 2,7). Следует также учесть, что если даже гексагональные столбики имеют соосную ориентацию в рассеивающем объеме, то каждый из них может занять любое положение, определяемое вращением столбика вокруг его оси. После частичного усреднения характеристик светорассеяния для таких кристаллов интервал изменения фактора эффективности ослабления станет еще меньше. Вполне понятно, что малая амплитуда осцилляций фактора предопределяет малое изменение коэффициента ослабления в зависимости от длины волны.

Иными словами, для системы кристаллов игольчатой формы спектральный ход коэффициента ослабления должен быть близок к нейтральному даже при условии их полной ориентации. Нейтральность коэффициента ослабления в ИК-диапазоне должна быть и для кристаллов с хаотической ориентацией. Действительно, в силу аэродинамики хаотически ориентированными будут те кристаллы, у каждого из которых минимальный и максимальный размеры незначительно отличаются друг от друга. Для таких частиц фактор эффективности ослабления может иметь только малые отклонения относительно асимптотического значения, равного 2. Причем при полном усреднении по ориентациям эти отклонения взаимно компенсируются. Таким образом, если при исследовании циррусов в ИК-диапазоне установлено, что коэффициент ослабления зависит от длины волны, то данная зависимость является скорее всего следствием наличия в рассеивающем объеме ориентированных ледяных пластинок.

1. Попов А.А., Шефер О.В. // Оптика атмосферы. 1990. Т. 3. № 5. С. 456–461.
2. Попов А.А. // ДАН СССР. 1988. Т. 303. № 3. С. 594–597.
3. Попов А.А. // Тр. IX Всесоюз. симпозиума по лазерному и акустическому зондированию атмосферы. Ч. 1. Томск: ТНЦ СО АН СССР, 1989. С. 156–160.
4. Попов А.А., Шефер О.В. К поляризационному лазерному зондированию кристаллических облаков: простейшая оптическая модель частицы. Томск, 1988. 59 с. (Препринт/ИОА СО АН СССР, № 65).
5. Попов А.А., Шефер О.В. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 5. С. 532–536.
6. Auer A., Veal D. // J. Atm. Sci. 1970. V. 27. № 6. P. 919–926.
7. Warren S. G. // J. Appl. Opt. 1984. V. 23. № 8. P. 1206–1225.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР, Томск
Марийский политехнический институт им. Горького, Йошкар-Ола

Поступила в редакцию
20 мая 1991 г.

A.G. Borovoy, A.A. Popov, O.V. Shefer. Theoretical Investigation of the Extinction Coefficient of a System of Oriented Ice Plates in Optical Plane Range.

An oscillating wavelength dependence of the extinction coefficient a of a system of oriented ice particles for IR radiation is obtained. Each curve $a(\lambda)$ has a fine structure and certain specific features which could be used as indicators of the ice plates sizes. It is shown in the paper that only oriented ice plates can cause a noticeable wavelength dependence of the extinction coefficient of a crystal cloud.