

ОПТИКА СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

УДК 535.2:621.373.826

Когерентность псевдобесселевых пучков в турбулентной атмосфере

И.П. Лукин*

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

Поступила в редакцию 20.03.2018 г.

Теоретически исследуются когерентные свойства бездифракционных псевдобесселевых оптических пучков, распространяющихся в турбулентной атмосфере. Проводится анализ решения уравнения для попечной функции взаимной когерентности второго порядка поля оптического излучения, сформулированного на основе параксиального приближения скалярного волнового уравнения. Изучается поведение модуля и фазы комплексной степени когерентности, радиуса когерентности и интегрального масштаба степени когерентности бессель-гауссова оптического пучка и конической оптической волны, получаемой посредством конической фокусировки оптического пучка аксионом, в зависимости от параметров оптических пучков и характеристик турбулентной атмосферы. Обнаружены значительные качественные и количественные различия между исследуемыми характеристиками когерентности для случаев бессель-гауссова оптического пучка и конической оптической волны. В целом при одинаковых условиях распространения в турбулентной атмосфере коническая оптическая волна обладает более высокой когерентностью, чем бессель-гауссов оптический пучок.

Ключевые слова: бесселев пучок, аксион, оптическое излучение, атмосферная турбулентность, когерентность; Bessel beam, axicon, optical radiation, atmospheric turbulence, coherence.

Введение

Существует большое число задач атмосферной оптики, для которых распространение монохроматических оптических волн в природных средах сводится к решению скалярного волнового уравнения (трехмерного уравнения Гельмгольца) [1]. Известно, что имеется 11 систем координат, которые допускают разделение переменных для этого уравнения [2]. Из них только четыре обладают свойством трансляционной симметрии: декартовы, круговые цилиндрические, эллиптические цилиндрические и параболические цилиндрические [3, 4]. Каждой из этих четырех координатных систем соответствует свой тип инвариантного «бездифракционного» оптического пучка: косинусный, бесселев, Матье и параболический [2–7]. Свойство инвариантности бездифракционного оптического пучка означает, что могут быть сформированы (активным или пассивным способом) такие волновые оптические поля, которые в однородной среде распространяются без изменения своей структуры, т.е. сохраняют исходный функциональный вид и исходные значения параметров [5] (наиболее известным примером можно считать бездифракционный бесселев оптический пучок [8–11]).

Как отмечается в работах [3–6], бездифракционный бесселев оптический пучок в действительности является идеализацией оптической волны. На практике для аппроксимации бездифракционного бесселева оптического пучка используют различные пассивные [7, 8, 10, 11] или активные [9] методы формирования оптического пучка. Однако таким образом удается генерировать оптические пучки, которые обладают свойством бездифракционности лишь в ограниченной области пространства, т.е. псевдобесселевы оптические пучки [4, 8, 10]. Одним из лучших пассивных способов получения бездифракционных бесселевых оптических пучков является использование конической линзы (аксиона) [7, 8] или эквивалентного ему киноформа [10]. Можно ожидать, что сформированные таким образом бесселевы пучки будут иметь продольную протяженность от сантиметров до десятков метров [8, 10]. Для того чтобы получить бесселевы оптические пучки большой протяженности (сотни метров – километры), можно использовать другое устройство для конической фокусировки, а именно телескоп галилеевского типа с большой отрицательной сферической aberrацией [11].

В настоящее время активно проводятся исследования статистических характеристик различных типов бездифракционных бесселевых оптических пучков, распространяющихся в турбулентной атмосфере [12–16]. Поскольку рассеяние оптического излучения на случайных неоднородностях турбу-

* Игорь Петрович Лукин (lukin_ip@iao.ru).

лентной атмосфере снижает его когерентность, то исследование данного вопроса применительно к пучкам сложного функционального вида представляет несомненный практический интерес [17–22]. Так как флуктуации фазы вносят определяющий вклад в уменьшение когерентности оптического излучения, то первоначально были изучены особенности флуктуаций фазы бессель-гауссова оптического пучка [17] и конической оптической волны (результат конической фокусировки оптической волны) [18] в турбулентной атмосфере. В работах [19, 20], основываясь на исследовании функции взаимной когерентности второго порядка оптического излучения, анализировались свойства когерентности фундаментального бездифракционного бесселева оптического пучка [19] и неограниченной вихревой конической оптической волны [20] в турбулентной атмосфере.

Особенности поведения функции взаимной когерентности второго порядка оптических пучков сложного функционального вида при распространении в турбулентной атмосфере были рассмотрены в статьях [21, 22]. Авторы работы [21], основываясь на формулировке задачи распространения в турбулентной атмосфере для частично когерентного оптического пучка общего вида, провели вычисления модуля комплексной степени когерентности нескольких типов оптических пучков: кольцевых, соз-гауссовых, cosh-гауссовых и высших гауссовых мод. Тем не менее степень когерентности бесселевых оптических пучков ими не рассматривалась. Результаты численного моделирования распространения в турбулентной атмосфере пучков Гаусса, Бесселя и Эйри были представлены в [22]. Однако в этой работе изучались лишь статистические характеристики бесселевых пучков, ограниченных резкой передающей апертурой. Характеристики же бесселевых пучков с резкой апертурой значительно отличаются от характеристик неограниченных бездифракционных бесселевых пучков и псевдобесселевых пучков с гауссовой апертурой [23].

В настоящей работе приведены результаты теоретического исследования особенностей когерентных свойств распространяющихся в турбулентной атмосфере бездифракционных псевдобесселевых оптических пучков при различных способах их формирования. Конкретно рассматриваются два случая формирования бездифракционного бесселева оптического пучка: активный и пассивный. В первом случае оптическим резонатором, внутри которого находится конический фокусирующий элемент, генерируется бессель-гауссов оптический пучок [9]. Во втором случае гауссов оптический пучок фокусируется коническим фокусирующим элементом (аксиконом) [7, 8], а полученный таким способом оптический пучок для краткости можно назвать конической оптической волной. Представленное теоретическое исследование основывается на анализе решения уравнения для поперечной функции взаимной когерентности второго порядка оптического излучения, распространяющегося в турбулентной атмосфере. В ходе данного исследования изучается поведение модуля и фазы комплексной

степени когерентности и числовых характеристик степени когерентности псевдобесселевых оптических пучков. Рассчитаны две числовые характеристики степени когерентности оптических пучков, а именно радиус когерентности и интегральный масштаб степени когерентности. Проводится сравнение исследуемых характеристик когерентности бессель-гауссовых оптических пучков с аналогичными характеристиками конических оптических волн в турбулентной атмосфере.

Основные определения

Выражения для полей когерентных псевдобесселевых оптических пучков, распространяющихся вдоль оси x , в начальной плоскости ($x = 0$) можно соответственно записать для бессель-гауссова пучка [6, 17] как

$$U_{0\text{bg}}(\rho) = E_{0\text{bg}} \exp\left(-\frac{\rho^2}{2a_{0\text{bg}}^2}\right) J_0(\beta_{\text{bg}}\rho), \quad (1)$$

а для конической волны, формируемой путем фокусировки оптического пучка конической линзой (аксиконом), [7, 8, 18] как

$$U_{0c}(\rho) = E_{0c} \exp\left(-\frac{\rho^2}{2a_{0c}^2}\right) \exp\left(-\frac{\rho^2}{2a_a^2} - i\beta_c\rho\right), \quad (2)$$

где E_0 — начальная амплитуда поля на оптической оси пучка; a_0 — начальный радиус амплитудного фактора поля оптического пучка; $\beta = \sqrt{k^2 - k_x^2}$ — параметр бесселева пучка (компонента волнового вектора \mathbf{k} , ортогональная оси x), $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число оптического излучения, λ — длина волны оптического излучения в вакууме, k_x — компонента волнового вектора по направлению оси x ; $\rho = \sqrt{y^2 + z^2}$ — поперечная к направлению распространения оптического излучения пространственная координата; $\rho = \sqrt{y^2 + z^2}$ — модуль этой координаты; $J_0(\cdot)$ — функция Бесселя первого рода нулевого порядка; a_a — радиус апертуры конической линзы (аксикона) (вполне допустимо считать, что радиус апертуры аксиона больше радиуса оптического пучка $a_a > a_{0c}$). Индексы bg и c обозначают соответственно, что данная характеристика или параметр имеют отношение либо к бессель-гауссову пучку, либо к конической волне. (Далее в статье будут также использоваться индексы b и g соответственно для обозначения характеристик или параметров бесселева и гауссова пучков.) В случае конической фокусировки оптического излучения прямолинейным аксионом параметр бесселева пучка (поперечная составляющая волнового вектора, определяемая отклонением оптических лучей аксионом в радиальном направлении) может быть представлен следующим образом [7, 8]: $\beta_c = k \sin(\gamma)$, где $\sin(\gamma) \cong (n_a - 1)\alpha$, γ —

угол наклона оптических лучей к оси симметрии аксиона, n_a — показатель преломления среды аксиона, α — угол наклона прямолинейной образующей аксиона.

Используя принцип Гюйгенса–Френеля [24, 25], можно записать поля псевдобесселевых оптических пучков: бессель–гауссова пучка (1) и конической волны (2), в однородной среде. Вычислив стандартные интегралы [26] для случая бессель–гауссова пучка (1) и воспользовавшись методом стационарной фазы [27] для случая конической волны (2), получим следующие выражения, описывающие в параксиальном приближении изменения полей данных псевдобесселевых оптических пучков при распространении в однородной среде, соответственно для начальных условий, задаваемых формулами (1) и (2):

$$U_{bg}(x, \rho) \cong \frac{E_{0bg} \exp(ikx)}{\left(1 + i\Omega_{0bg}^{-1}\right)} \times \\ \times \exp \left[-i \frac{x\beta_{bg}^2}{2k(1 + i\Omega_{0bg}^{-1})} - \frac{k\Omega_{0bg}^{-1}}{2x(1 + i\Omega_{0bg}^{-1})} \rho^2 \right] J_0 \left(\frac{\beta_{bg}\rho}{1 + i\Omega_{0bg}^{-1}} \right), \quad (3)$$

и

$$U_c(x, \rho) \cong \sqrt{2\pi} E_{0c} \sqrt{\frac{x}{k}} \beta_c \exp \left(ikx - i \frac{\pi}{4} - i \frac{x\beta_c^2}{2k} + i \frac{k}{2x} \rho^2 \right) \times \\ \times \exp \left[- \left(1 + \frac{a_{0c}^2}{a_a^2} \right) \frac{x\Omega_{0c}^{-1}\beta_c^2}{2k} \right] J_0(\beta_c\rho), \quad (4)$$

где $\Omega_0 = ka_0^2/x$ — число Френеля передающей апертуры оптического пучка, x — расстояние от плоскости источника до плоскости, в которой находится текущая точка наблюдения. Выражение (4), описывающее поле конической оптической волны, получено в параксиальном приближении [$\rho < x \sin(\gamma)$] для основного участка $\lambda/\sin^2(\gamma) \ll x < x_a$ фокально-го отрезка аксиона $x_a = a_a/\sin(\gamma)$ [5, 8].

Основываясь на формулах (3) и (4), можно записать выражения для интенсивностей псевдобесселевых оптических пучков в однородной среде следующим образом:

$$I_{bg}(x, \rho) = U_{bg}(x, \rho) U_{bg}^*(x, \rho) \cong \frac{E_{0bg}^2}{\left(1 + \Omega_{0bg}^{-2}\right)} J_0 \left(\frac{\beta_{bg}\rho}{1 + i\Omega_{0bg}^{-1}} \right) \times \\ \times J_0 \left(\frac{\beta_{bg}\rho}{1 - i\Omega_{0bg}^{-1}} \right) \exp \left[- \frac{x\Omega_{0bg}^{-1}\beta_{bg}^2}{k(1 + \Omega_{0bg}^{-2})} - \frac{k\Omega_{0bg}^{-1}\rho^2}{x(1 + \Omega_{0bg}^{-2})} \right], \quad (5)$$

и

$$I_c(x, \rho) = U_c(x, \rho) U_c^*(x, \rho) \cong \\ \cong 2\pi E_{0c}^2 \frac{x}{k} \beta_c^2 \exp \left[- \left(1 + \frac{a_{0c}^2}{a_a^2} \right) \frac{x\Omega_{0c}^{-1}\beta_c^2}{k} \right] J_0^2(\beta_c\rho). \quad (6)$$

Как следует из анализа выражения (5), в однородной среде условие бездифракционного распространения бесселева пучка выполняется лишь приблизительно для широкого $a_{0bg} > \sqrt{x/k}$ ($\Omega_{0bg} > 1$) бессель–гауссова пучка:

$$I_{bg}(x, \rho) \cong I_{bg}(x = 0, \rho) = U_{0bg}(\rho) U_{0bg}^*(\rho) \cong I_b(x, \rho),$$

где $I_b(x, \rho) = E_{0b}^2 J_0^2(\beta_b \rho)$ — интенсивность бездифракционного бесселева пучка с параметрами E_{0b} и β_b . В случае фокусировки аксионом интенсивность конической волны (6) даже для широкого $a_{0c} > \sqrt{x/k}$ ($\Omega_{0c} > 1$) гауссова пучка и неограниченного ($a_a \rightarrow \infty$) аксиона линейно зависит от расстояния от плоскости источника до плоскости наблюдения x :

$$I_c(x, \rho) = U_c(x, \rho) U_c^*(x, \rho) \cong 2\pi E_{0c}^2 \frac{x}{k} \beta_c^2 J_0^2(\beta_c \rho).$$

Следовательно, коническая волна при распространении в однородной среде в строгом смысле не может называться бездифракционным бесселевым пучком, так как $I_c(x, \rho) \neq I_c(x = 0, \rho)$.

Тем не менее распределение интенсивности конической волны в поперечном сечении (6) даже более точно описывается квадратом функции Бесселя [7, 8], чем в случае бессель–гауссова пучка (5). Для того чтобы наглядно продемонстрировать этот факт, на рис. 1 представлено поведение профилей интенсивности, описываемых при распространении в однородной среде соотношениями (5) и (6), двух псевдобесселевых оптических пучков: бессель–гауссова пучка (рис. 1, *a*) и конической волны (рис. 1, *b*), в шести поперечных сечениях к направлению распространения оптического излучения. В целях упрощения анализа при построении рис. 1 было сделано допущение, что длина Рэлея для бессель–гауссова пучка равна протяженности фокального отрезка аксиона x_a для конической волны: $x_R \approx x_a$, где $x_R = ka_{0bg}^2$ — длина Рэлея бессель–гауссова оптического пучка (1) [24]. Кроме того, считалось, что нормированные на диаметр первой зоны Френеля $\sqrt{x/k}$ значения параметров псевдобесселевых пучков одинаковы и равны единице, т.е. $(x/k)^{1/2} \beta_{bg} = (x/k)^{1/2} \beta_c = 1,0$.

Главное внимание в этой работе посвящено рассмотрению поперечной функции взаимной когерентности второго порядка поля когерентного оптического пучка $U(x, \rho) = E(x, \rho) \exp(ikx)$, распространяющегося в турбулентной атмосфере [24, 25]. Здесь $E(x, \rho)$ — комплексная амплитуда оптического пучка в точке наблюдения $\{x, \rho\}$, описываемая параболическим приближением скалярного волнового уравнения [24]. Соответственно для функции взаимной когерентности второго порядка поля

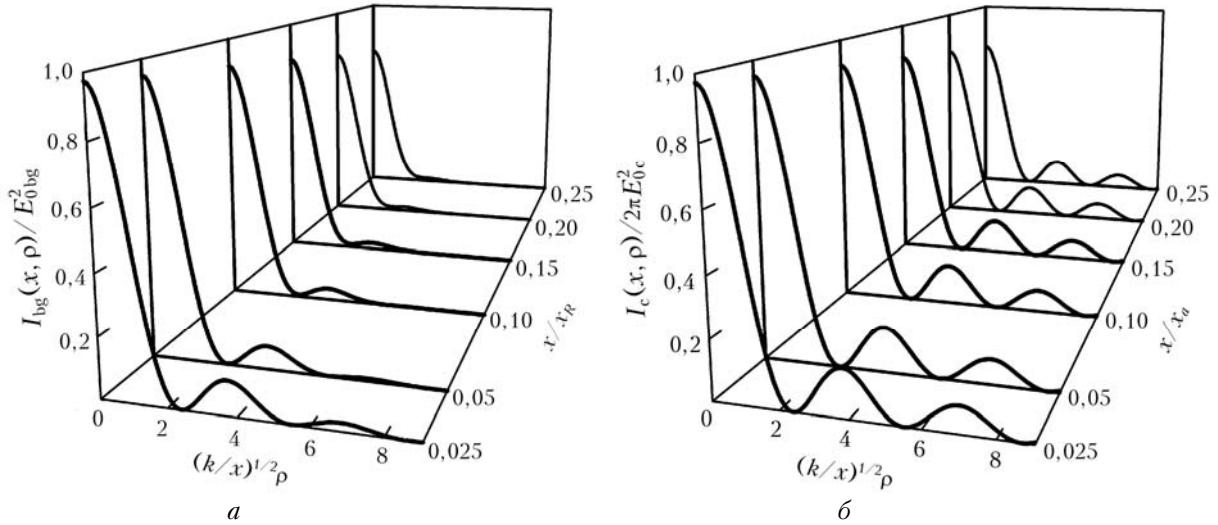


Рис. 1. Профили интенсивности бессель-гауссова пучка (а) и конической волны (б) в шести поперечных сечениях к направлению распространения оптического излучения

оптического пучка в точках наблюдения $\{x, \rho_1\}$ и $\{x, \rho_2\}$ верно соотношение

$$\Gamma_2(x, \rho_1, \rho_2) = \langle U(x, \rho_1)U^*(x, \rho_2) \rangle \cong \langle E(x, \rho_1)E^*(x, \rho_2) \rangle,$$

где $\langle \dots \rangle$ — усреднение по ансамблю реализаций флуктуаций показателя преломления турбулентной атмосферы. Известно [24], что общее решение уравнения для функции взаимной когерентности второго порядка $\Gamma_2(x, \rho_1, \rho_2)$ поля оптического пучка при произвольном виде функции $H(\eta)$ и начального значения функции взаимной когерентности $\Gamma_2^{(0)}(\rho_1, \rho_2)$ выражается в виде следующего интегрального соотношения:

$$\begin{aligned} \Gamma_2(x, \rho_1, \rho_2) &= \Gamma_2(x, \mathbf{R}, \rho) = \langle E(x, \rho_1)E^*(x, \rho_2) \rangle = \\ &= \langle E(x, \mathbf{R} + \rho/2)E^*(x, \mathbf{R} - \rho/2) \rangle = \\ &= \frac{k^2}{4\pi^2 x^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\rho'_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\rho'_2 \Gamma_2^{(0)}(\rho'_1, \rho'_2) \times \\ &\times \exp \left\{ \frac{ik}{x} \mathbf{R} [\rho - (\rho'_1 - \rho'_2)] - \frac{ik}{2x} \rho (\rho'_1 + \rho'_2) + \frac{ik}{2x} (\rho'^2_1 - \rho'^2_2) - \right. \\ &\left. - \pi k^2 x \int_0^1 d\xi H [\xi \rho + (1 - \xi)(\rho'_1 - \rho'_2)] \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\Gamma_2^{(0)}(\rho'_1, \rho'_2) = E_0(\rho'_1)E_0^*(\rho'_2);$$

$$H(\eta) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} d\kappa \Phi_n(\kappa) [1 - \cos(\kappa\eta)]; \quad \Phi_n(\kappa) — спектр$$

флуктуаций показателя преломления турбулентной атмосферы; $\mathbf{R} = (\rho_1 + \rho_2)/2$ и $\rho = \rho_1 - \rho_2$ — суммарная и разностная координаты точек наблюдения. При дальнейшем анализе выражения (7) будем считать спектр флуктуаций показателя прелом-

ления турбулентной атмосферы колмогоровским $[\Phi_n(\kappa) \sim \kappa^{-1/3}]$ [24, 25]. В этом случае интеграл от функции $H(\eta)$, входящей в выражение (7), принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \pi k^2 x \int_0^1 d\xi H [\xi \rho + (1 - \xi)(\rho'_1 - \rho'_2)] &\cong \\ &\cong \rho_0^{-5/3} \int_0^1 d\xi |\xi \rho + (1 - \xi)(\rho'_1 - \rho'_2)|^{5/3}, \end{aligned} \quad (8)$$

где ρ_0 — радиус когерентности плоской оптической волны, распространяющейся в турбулентной атмосфере [24, 25]. Радиус когерентности плоской волны для колмогоровского спектра флуктуаций показателя преломления турбулентной атмосферы равен

$$\rho_0 = (1.46 C_n^2 k^2 x)^{-3/5}, \quad (9)$$

где C_n^2 — структурный параметр флуктуаций показателя преломления турбулентной атмосферы [24, 25]. Для того чтобы получить более удобное для дальнейшего анализа представление выражения (7) с начальными условиями (1) или (2), влияние случайных неоднородностей среды распространения учтем в приближении квадратичной аппроксимации для функции $H(\eta)$ [24, 25], т.е. будем считать, что вместо выражения (8) верна следующая формула:

$$\begin{aligned} \pi k^2 x \int_0^1 d\xi H [\xi \rho + (1 - \xi)(\rho'_1 - \rho'_2)] &\approx \\ &\approx \rho_0^{-2} \int_0^1 d\xi |\xi \rho + (1 - \xi)(\rho'_1 - \rho'_2)|^2 \approx \\ &\approx \frac{1}{3} \rho_0^{-2} [\rho^2 + \rho(\rho'_1 - \rho'_2) + (\rho'_1 - \rho'_2)^2]. \end{aligned} \quad (10)$$

Как было показано в работе [19], использование квадратичной аппроксимации (10) существенно не изменяет значения функции взаимной когерентности второго порядка фундаментального бесселева

оптического пучка и соответственно практически неискажает картину эволюции распределения средней интенсивности и степени когерентности бесселева оптического пучка при распространении в турбулентной атмосфере. Максимальная величина ошибки при оценке величины среднего значения интенсивности излучения на оптической оси фундаментального бесселева пучка не превышает 7,0% (см. рис. 1 в [19]). Что касается степени когерентности фундаментального бесселева оптического пучка (см. рис. 8 в [19]), то качественно квадратичная аппроксимация в целом верно описывает поведение степени когерентности бесселева пучка, а отклонения величины степени когерентности находятся на вполне приемлемом для практических оценок уровне.

Основные соотношения

На основе информации о функции взаимной когерентности второго порядка поля оптического излучения, распространяющегося в турбулентной атмосфере, можно оценить когерентные свойства оптического излучения, в частности масштабы когерентности оптического излучения в турбулентной атмосфере [24, 25]. Поскольку пространственные координаты функции взаимной когерентности второго порядка поля оптического пучка определены так, как это сделано в уравнении (7), то нормированная функция взаимной когерентности второго порядка (комплексная степень когерентности) оптического пучка будет иметь следующий вид:

$$\gamma_2(x, \mathbf{R}, \rho) = \frac{\Gamma_2(x, \mathbf{R}, \rho)}{\sqrt{\langle I(x, \mathbf{R} + \rho/2) \rangle \langle I(x, \mathbf{R} - \rho/2) \rangle}}, \quad (11)$$

где $\langle I(x, \mathbf{R}) \rangle \equiv \Gamma_2(x, \mathbf{R}, 0)$ – средняя интенсивность оптического пучка, распространяющегося в турбулентной атмосфере, в точке $\{x, \mathbf{R}\}$. На основе определения комплексной степени когерентности (11) можно получить выражения для модуля комплексной степени когерентности (степени когерентности) $\mu(x, \rho)$ и фазы комплексной степени когерентности $\theta(x, \rho)$ оптического пучка на его оптической оси ($R = 0$) в турбулентной атмосфере

$$\begin{aligned} \mu(x, \rho) &\equiv \sqrt{\frac{\{\text{Re}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]\}^2 + \{\text{Im}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]\}^2}{\langle I(x, \rho/2) \rangle \langle I(x, -\rho/2) \rangle}} = \\ &= \sqrt{\frac{\{\text{Re}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]\}^2 + \{\text{Im}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]\}^2}{\langle I(x, \rho/2) \rangle \langle I(x, -\rho/2) \rangle}} \end{aligned} \quad (12)$$

и

$$\theta(x, \rho) \equiv \arctg \left\{ \frac{\text{Im}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]}{\text{Re}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]} \right\} = \arctg \left\{ \frac{\text{Im}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]}{\text{Re}[\Gamma_2(x, 0, \rho)]} \right\}. \quad (13)$$

Подробный анализ этих характеристик когерентности псевдобесселевых оптических пучков (бессель-гауссова пучка и конической волны) будет проведен в последующих разделах статьи.

При описании поведения когерентности оптического пучка сложного функционального вида в турбулентной атмосфере будем использовать две числовые характеристики степени когерентности оптического излучения: радиус когерентности ρ_c [24, 25] и интегральный масштаб степени когерентности ρ_m [28]. Радиус когерентности оптического пучка ρ_c определим [24, 25] по первому пересечению графика степени когерентности заданного уровня, равного $\exp(-1)$, т.е.

$$\mu(x, \rho_c) = \exp(-1). \quad (14)$$

Интегральный масштаб степени когерентности ρ_m введем следующим образом:

$$\rho_m = \int_0^\infty d\rho \mu(x, \rho), \quad (15)$$

подобно тому, как обычно вводятся интегральные масштабы для корреляционной и спектральной функций стационарного случайного процесса [28].

Степень когерентности бессель-гауссова пучка

Интегральное выражение (7) для функции взаимной когерентности второго порядка поля бессель-гауссова пучка (1) можно упростить с использованием квадратичной аппроксимации для функции $H(\eta)(10)$. После подстановки (1) и (10) в интегральное выражение (7) и вычисления табличных интегралов [26] получится более простая формула для искомой функции

$$\begin{aligned} \Gamma_{2\text{bg}}(x, \mathbf{R}, \rho) &\equiv \Gamma_{2\text{bg}}(x, R, \varphi_R, \rho, \varphi_\rho) \cong \\ &\cong \langle E_{\text{bg}}(x, \mathbf{R} + \rho/2) E_{\text{bg}}^*(x, \mathbf{R} - \rho/2) \rangle = \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \Gamma_{2g}(x, \mathbf{R}, \rho) \exp \left[- \left(1 + \frac{2}{3} \Omega_{0\text{bg}} q \right) \frac{\Omega_{0\text{bg}}^{-1} \tilde{\beta}^2}{\zeta(\Omega_{0\text{bg}}, q)} \right] \times \\ &\times \int_0^{2\pi} d\varphi \exp \left[-i \frac{(1-i\Omega_{0\text{bg}}^{-1}) \tilde{\beta} \tilde{R} \cos(\varphi_R - \varphi)}{\zeta(\Omega_{0\text{bg}}, q)} - \right. \\ &\left. - i \frac{(1-i\Omega_{0\text{bg}}^{-1}) \tilde{\beta} \tilde{\rho} \cos(\varphi_\rho - \varphi)}{\zeta(\Omega_{0\text{bg}}, q)} - \frac{\left(1 - i \frac{1}{3} \Omega_{0\text{bg}}^{-1} \right)}{\zeta(\Omega_{0\text{bg}}, q)} q \tilde{\beta} \tilde{\rho} \cos(\varphi_\rho - \varphi) \right] \times \\ &\times \int_0^{2\pi} d\psi \exp \left[i \frac{(1+i\Omega_{0\text{bg}}^{-1}) \tilde{\beta} \tilde{R} \cos(\varphi_R - \psi)}{\zeta(\Omega_{0\text{bg}}, q)} - \right. \\ &\left. - i \frac{(1+i\Omega_{0\text{bg}}^{-1}) \tilde{\beta} \tilde{\rho} \cos(\varphi_\rho - \psi)}{\zeta(\Omega_{0\text{bg}}, q)} + \right. \\ &\left. + \frac{\left(1 + i \frac{1}{3} \Omega_{0\text{bg}}^{-1} \right)}{\zeta(\Omega_{0\text{bg}}, q)} q \tilde{\beta} \tilde{\rho} \cos(\varphi_\rho - \psi) + \frac{2}{3} \frac{q \tilde{\beta}^2}{\zeta(\Omega_{0\text{bg}}, q)} \cos(\varphi - \psi) \right], \end{aligned} \quad (16)$$

где $\mathbf{R} = \{R, \varphi_R\}$ и $\rho = \{\rho, \varphi_\rho\}$ – полярные координаты суммарного и разностного векторов точек наблюдения ρ_1 и ρ_2 ; $\tilde{R} = \sqrt{k/x} R$, $\tilde{\rho} = \sqrt{k/x} \rho$ – нормиро-

ванные на диаметр первой зоны Френеля $\sqrt{x/k}$ суммарные и разностные координаты точек наблюдения; $\tilde{\beta} = \sqrt{x/k}\beta$ — нормированный параметр бесселева пучка; $q = x/(kp_0^2)$ — параметр, характеризующий условия распространения оптического излучения в турбулентной атмосфере [25];

$$\begin{aligned} \Gamma_{2g}(x, \mathbf{R}, \rho) &\cong \langle E_g(x, \mathbf{R} + \rho/2) E_g^*(x, \mathbf{R} - \rho/2) \rangle = \\ &= \frac{E_{0bg}^2}{\zeta(\Omega_{0bg}, q)} \exp \left[-\frac{\Omega_{0bg}^{-1}(\tilde{R}^2 + \tilde{\rho}^2/4)}{\zeta(\Omega_{0bg}, q)} + \right. \\ &+ i \frac{\Omega_{0bg}^{-2}(1 + 2\Omega_{0bg}q)\tilde{R}\tilde{\rho} \cos(\phi_R - \phi_\rho)}{\zeta(\Omega_{0bg}, q)} - \\ &\left. - \frac{1 + \frac{1}{3}\Omega_{0bg}^{-2}(1 + \Omega_{0bg}q)}{\zeta(\Omega_{0bg}, q)} q\tilde{\rho}^2 \right] \end{aligned}$$

— функция взаимной когерентности второго порядка поля коллимированного гауссова пучка с параметрами E_{0bg} и Ω_{0bg} [25];

$$\zeta(\Omega_{0bg}, q) = 1 + \Omega_{0bg}^{-2} \left(1 + \frac{4}{3}\Omega_{0bg}q \right)$$

— геометрический фактор, описывающий уширение гауссова пучка при распространении в турбулентной атмосфере [24, 25]. Поскольку поле бессель-гауссова пучка обладает свойством аксиальной симметрии, то такое же свойство имеет и степень когерентности этого пучка (16) на оптической оси пучка.

На рис. 2 представлены результаты расчета степени когерентности бессель-гауссова пучка $\mu_{bg}(x, \rho)$ на его оптической оси ($R = 0$), проведенные по формулам (12) и (16) с $\Omega_{0bg} = 10$ при $\tilde{\beta}_{bg} = 1,0$ для различных уровней флюктуаций показателя преломления турбулентной атмосферы, определяемых параметром q .

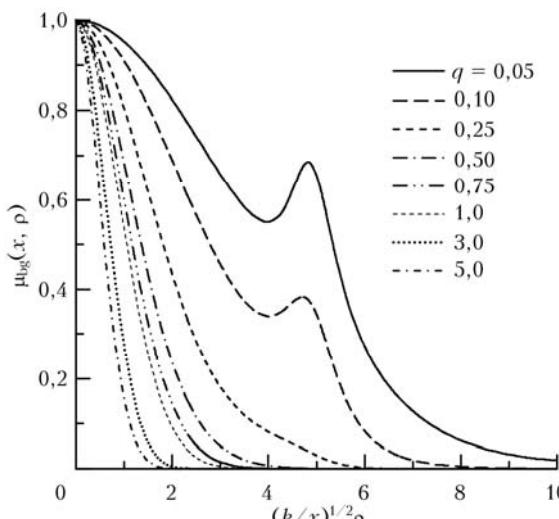


Рис. 2. Степень когерентности бессель-гауссова пучка $\mu_{bg}(x, \rho)$ при $\tilde{\beta}_{bg} = 1,0$ и $\Omega_{0bg} = 10$ для различных значений параметра q

Графики на рис. 2 наглядно демонстрируют чувствительность функционального вида данной характеристики к уровню флюктуаций в турбулентной атмосфере. В области слабых флюктуаций ($q < 1$) зависимость степени когерентности бессель-гауссова пучка $\mu_{bg}(x, \rho)$ от разностной поперечной пространственной переменной ρ носит немонотонный характер (рис. 2). Это связано с проявлением при этих условиях влияния регулярной структуры поля бесселева пучка на функцию взаимной когерентности второго порядка. Как видно из рис. 2, при $\tilde{\beta}_{bg} = 1,0$ немонотонность степени когерентности бессель-гауссова пучка $\mu_{bg}(x, \rho)$ явно проявляется лишь в области слабых флюктуаций ($q < 1$) (практически для пучка с $\tilde{\beta}_{bg} = 1,0$ при $q \leq 1$), а в области сильных флюктуаций ($q > 1$) график степени когерентности бессель-гауссова пучка $\mu_{bg}(x, \rho)$ представляет собой монотонно убывающую кривую. Выбор значения числа Френеля передающей апертуры оптического пучка $\Omega_{0bg} = 10$ связан с тем, что при $\Omega_{0bg} \geq 100$ для $\tilde{\beta}_{bg} = 1,0$ фактически реализуется случай бездифракционного бесселева пучка, а при $\Omega_{0bg} \leq 5,0$ для $\tilde{\beta}_{bg} = 1,0$ уже нельзя вести речь даже о псевдобесселевом пучке (так как на размере излучающей апертуры a_{0bg} уже не укладывается полностью даже первый максимум бесселева пучка).

Графики степени когерентности бессель-гауссовых пучков $\mu_{bg}(x, \rho)$ на их оптической оси ($R = 0$) для разных значений нормированного параметра бесселева пучка $\tilde{\beta}_{bg}$ в области слабых флюктуаций $q < 1$ (когда регулярная структура бездифракционного бесселева пучка все еще слабо искажена влиянием случайных неоднородностей среды распространения [19, 20]) представлены на рис. 3. Приведены кривые степени когерентности бессель-гауссовых пучков $\mu_{bg}(x, \rho)$ с $\Omega_{0bg} = 10$ при $q = 0,1$ для различных значений нормированного параметра бесселева пучка $\tilde{\beta}_{bg}$ (значения этого параметра указаны на рисунках). Сплошными линиями изображены степени когерентности бессель-гауссовых пучков $\mu_{bg}(x, \rho)$, штриховыми — сферической волны [$\mu_{sp}(x, \rho) = \exp(-1/3\tilde{q}\tilde{\rho}^2)$], а штрихпунктирными — плоской [$\mu_{pl}(x, \rho) = \exp(-q\tilde{\rho}^2)$].

Данные, представленные на рис. 3, показывают, что с увеличением нормированного параметра бесселева пучка $\tilde{\beta}_{bg}$ растет количество максимумов и минимумов на кривых степени когерентности бессель-гауссовых пучков $\mu_{bg}(x, \rho)$. Фактически в этих условиях поперечная функция взаимной когерентности второго порядка поля бессель-гауссова пучка существенно зависит от параметра самого бесселева пучка $\tilde{\beta}_{bg}$, а не только от условий распространения оптического излучения в турбулентной атмосфере (параметра q). Отметим, что увеличение влияния атмосферной турбулентности уменьшает количество наблюдаемых максимумов и минимумов на графиках степени когерентности $\mu_{bg}(x, \rho)$ при одном и том же значении параметра бесселева пучка $\tilde{\beta}_{bg}$.

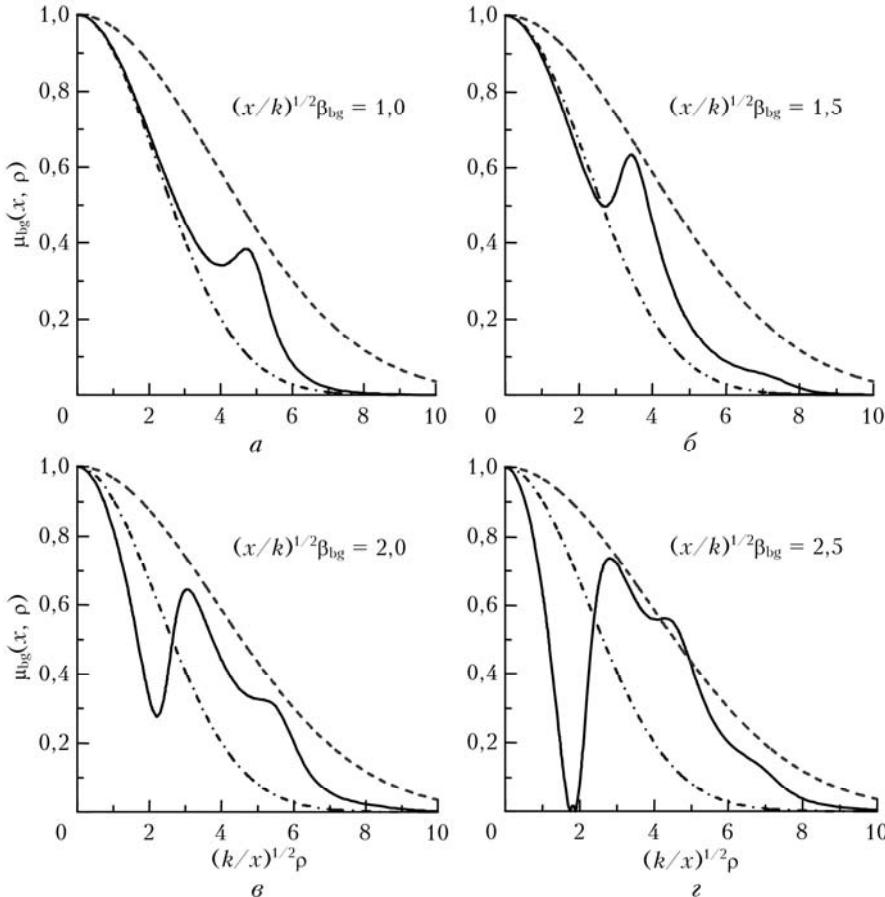


Рис. 3. Степени когерентности бессель-гауссова пучка $\mu_{bg}(x, \rho)$ с $\Omega_{0bg} = 10$ для различных значений параметра $\tilde{\beta}_{bg}$ ($\alpha - \tilde{\beta}_{bg} = 1,0$; $\beta - 1,5$; $\gamma - 2,0$; $\zeta - 2,5$) (сплошные линии), сферической (штриховые) и плоской (штрихпунктирные) волн при $q = 0,1$

Изображенные на рис. 3 графики степени когерентности плоской и сферической волн в турбулентной атмосфере позволяют наглядно продемонстрировать, что для данных условий кривые $\mu_{bg}(x, \rho)$ в основном лежат ниже кривой аналогичной характеристики сферической волны и ближе к кривой степени когерентности плоской волны.

Степень когерентности конической волны

Как и в случае бессель-гауссова пучка (1), интегральное выражение (7) для функции взаимной когерентности второго порядка поля конической волны (2) также может быть упрощено. Формула (7), представляющая собой четырехкратный интеграл, методом стационарной фазы [27] преобразовывается к выражению в виде двукратного интеграла

$$\begin{aligned} \Gamma_{2c}(x, R, \rho) &\equiv \Gamma_{2c}(x, R, \varphi_R, \rho, \varphi_p) \approx \\ &\approx \frac{E_{0c}^2}{2\pi} \tilde{\beta}_c^2 \exp \left[i\tilde{R}\tilde{\rho} \cos(\varphi_R - \varphi_p) - \frac{1}{3}q\tilde{\rho}^2 \right] \times \\ &\times \exp \left[-\left(1 + \frac{a_c^2}{a_a^2} + \frac{2}{3}\Omega_{0c}q \right) \Omega_{0c}^{-1} \tilde{\beta}_c^2 \right] \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times \int_0^{2\pi} d\varphi \exp \left[-i\tilde{\beta}_c \tilde{R} \cos(\varphi_R - \varphi) - \frac{i}{2}\tilde{\beta}_c \tilde{\rho} \cos(\varphi_p - \varphi) - \right. \\ &- \frac{1}{3}q\tilde{\beta}_c \tilde{\rho} \cos(\varphi_p - \varphi) \left. \right] \int_0^{2\pi} d\psi \exp \left[i\tilde{\beta}_c \tilde{R} \cos(\varphi_R - \psi) - \right. \\ &- \frac{i}{2}\tilde{\beta}_c \tilde{\rho} \cos(\varphi_p - \psi) + \frac{1}{3}q\tilde{\beta}_c \tilde{\rho} \cos(\varphi_p - \psi) + \\ &+ \left. \frac{2}{3}q\tilde{\beta}_c^2 \cos(\varphi - \psi) \right]. \quad (17) \end{aligned}$$

Формула (17) соответствует параксиальному приближению [24, 25] функции взаимной когерентности второго порядка поля конической волны (2), распространяющейся в турбулентной атмосфере.

Аналогичное решение для функции взаимной когерентности второго порядка конической оптической волны при распространении в турбулентной атмосфере с колмогоровским спектром флуктуаций показателя преломления степенного типа (8) было получено в работе [20]. Сравнение двух этих решений показало, что качественно квадратичная аппроксимация в целом верно описывает поведение средней интенсивности и степени когерентности конической оптической волны, а отклонения величин средней интенсивности и степени когерентности

находятся на вполне приемлемом для практических оценок уровне.

Подставив выражение (17) в формулу (12), можно показать, что степень когерентности конической оптической волны $\mu_c(x, \rho)$ на ее оптической оси ($R = 0$) не зависит от начального радиуса оптического пучка a_{0c} и радиуса апертуры конической линзы (аксикона) a_a . На рис. 4 и 5 представлена информация о степени когерентности конической волны $\mu_c(x, \rho)$, аналогичная той, что была дана соответственно на рис. 2 и 3 о степени когерентности бессель-гауссова пучка $\mu_{bg}(x, \rho)$. Графики, изображенные на рис. 4 и 5, рассчитывались по формулам (12) и (17) для степени когерентности конической волны $\mu_c(x, \rho)$ на ее оптической оси ($R = 0$) при $\tilde{\beta}_c = 1,0$ для различных значений параметра q (рис. 4) и разных значений $\tilde{\beta}_c$ при $q = 0,1$ (рис. 5).

Сравнение рис. 2 и 3 с рис. 4 и 5 наглядно демонстрирует, что поведение степени когерентности двух типов псевдобесселевых пучков в целом аналогично, но, однако, имеют место значительные различия как количественного, так и качественного характера. Причем можно отметить наличие более высокой когерентности у конической оптической

волны при распространении в турбулентной атмосфере по сравнению со случаем бессель-гауссова оптического пучка.

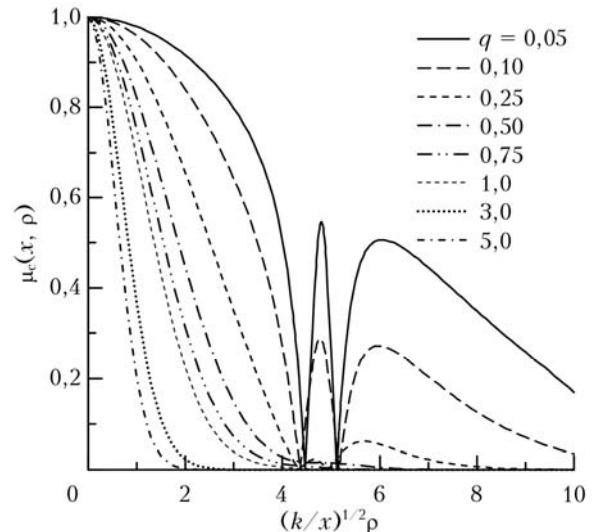


Рис. 4. Степень когерентности конической волны $\mu_c(x, \rho)$ при $\tilde{\beta}_c = 1,0$ для различных значений параметра q

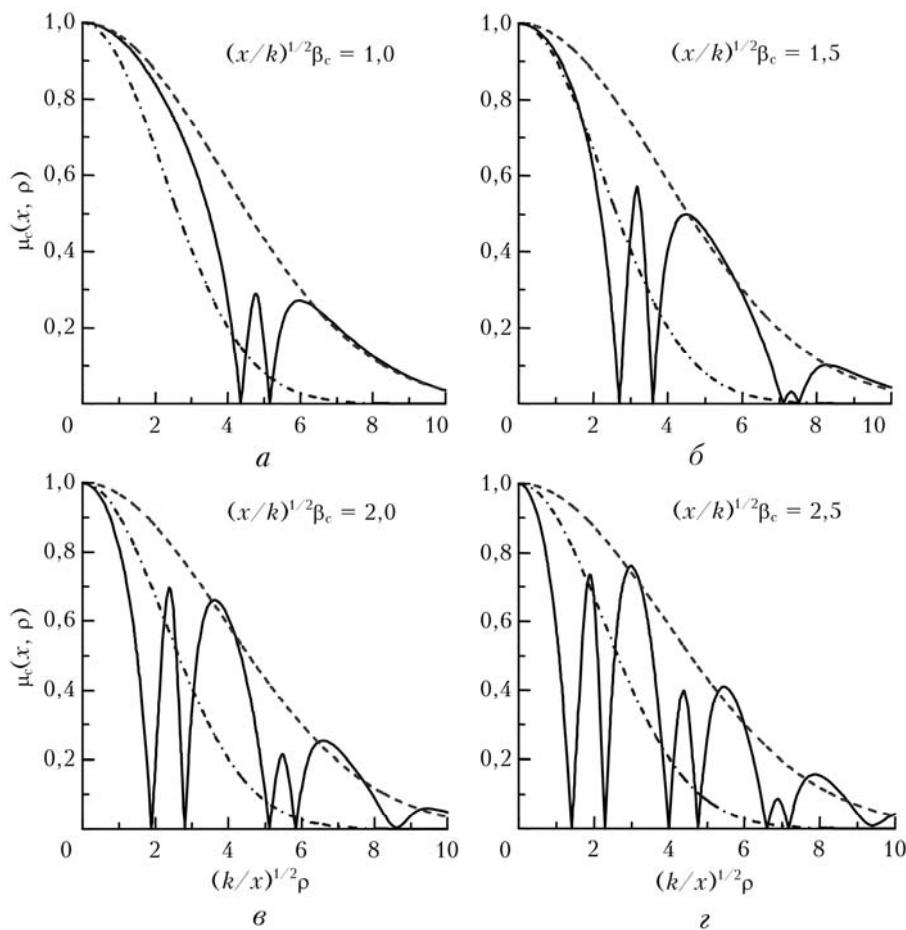


Рис. 5. Степени когерентности конической волны $\mu_c(x, \rho)$ для различных значений параметра $\tilde{\beta}_c$ ($a - \tilde{\beta}_c = 1,0$; $b - 1,5$; $c - 2,0$; $d - 2,5$) (сплошные линии), сферической (штриховые) и плоской (штрихпунктирные) волн при $q = 0,1$

Наличие чередующихся областей низкой когерентности вблизи оптической оси бездифракционных бесселевых пучков обусловлено самой структурой таких пучков. В бездифракционных пучках области высокой и низкой интенсивности оптического излучения чередуются, создавая пространственную дифракционную решетку, которая обеспечивает бездифракционный характер распространения подобных оптических пучков и наличие осцилляций в степени когерентности этих пучков [19, 20]. При распространении в турбулентной атмосфере по мере ухудшения когерентных свойств элементарных оптических волн, формирующих оптический пучок, средняя интенсивность подобных пучков «замывается», а степень когерентности из осциллирующей превращается в монотонно спадающую. Нужно отметить, что по мере увеличения значения нормированного параметра оптического пучка ($\tilde{\beta}_{bg}$ или $\tilde{\beta}_c$) увеличивается и значение параметра q , при котором происходит данное явление.

Фаза комплексной степени когерентности псевдобесселевых пучков

Графики фазы комплексной степени когерентности бессель-гауссовых пучков $\theta_{bg}(x, \rho)$ на их оп-

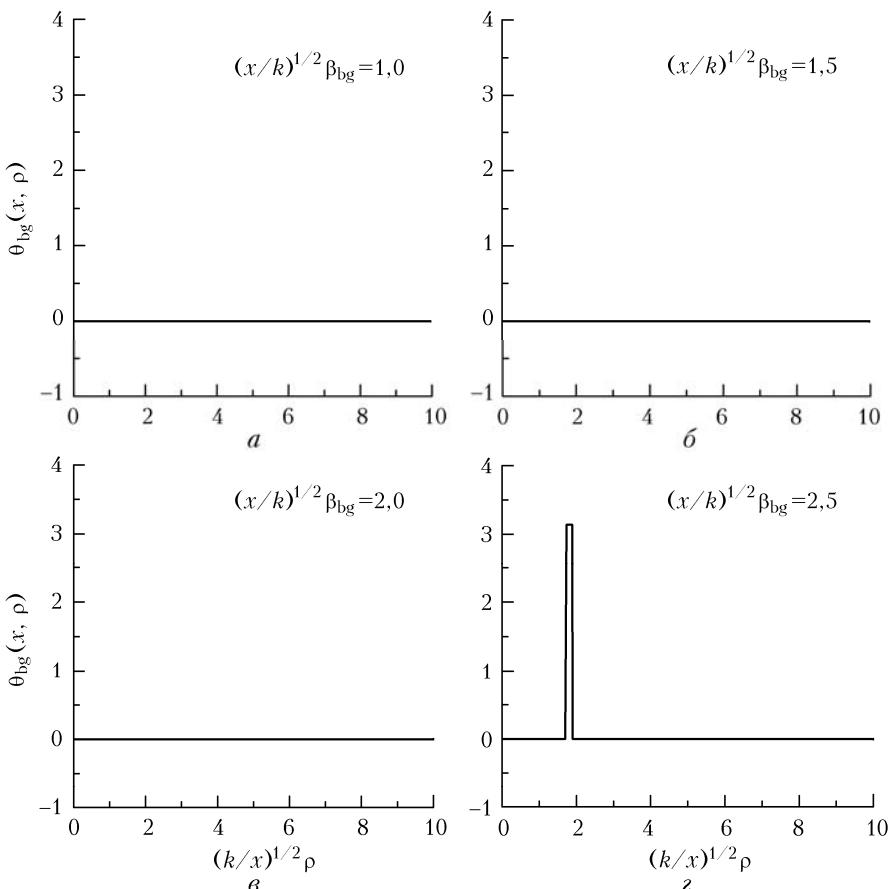


Рис. 6. Фаза комплексной степени когерентности бессель-гауссова пучка $\theta_{bg}(x, \rho)$ с $\Omega_{0bg} = 10$ для различных значений параметра $\tilde{\beta}_{bg}$ ($a - \tilde{\beta}_{bg} = 1,0$; $b - 1,5$; $c - 2,0$; $d - 2,5$) при $q = 0,1$

тической оси ($R = 0$) для разных значений нормированного параметра бесселева пучка $\tilde{\beta}_{bg}$ в области слабых флуктуаций $q < 1$, рассчитанные по формулам (13) и (16), представлены на рис. 6. Здесь приведены значения фазы комплексной степени когерентности $\theta_{bg}(x, \rho)$ бессель-гауссовых пучков с $\Omega_{0bg} = 10$ для $\tilde{\beta}_{bg} = 1,0$ (рис. 6, *a*), 1,5 (рис. 6, *b*), 2,0 (рис. 6, *c*) и 2,5 (рис. 6, *d*) при $q = 0,1$.

Аналогичная информация, но для случая конической волны $\theta_c(x, \rho)$, рассчитанная по формулам (13) и (17), изображена на рис. 7 для $\tilde{\beta}_c = 1,0$ (рис. 7, *a*), 1,5 (рис. 7, *b*), 2,0 (рис. 7, *c*) и 2,5 (рис. 7, *d*) при $q = 0,1$. Результаты численных расчетов фазы комплексной степени когерентности $\theta(x, \rho)$ бессель-гауссова пучка и конической волны на оптической оси ($R = 0$) в турбулентной атмосфере показывают, что функциональный вид данной характеристики в первую очередь чувствителен к величине параметра бесселева пучка $\tilde{\beta}$ и в меньшей степени $\theta(x, \rho)$ зависит от условий распространения оптического излучения в турбулентной атмосфере q . В центральной области около оптической оси пучка фаза комплексной степени когерентности равна нулю [$\theta(x, \rho) \approx 0$]. После того как степень когерентности $\mu(x, \rho)$ оказывается равной нулю, фаза комплексной степени когерентности становится равной [$\theta(x, \rho) \approx \pi$]. При повторном достижении степени

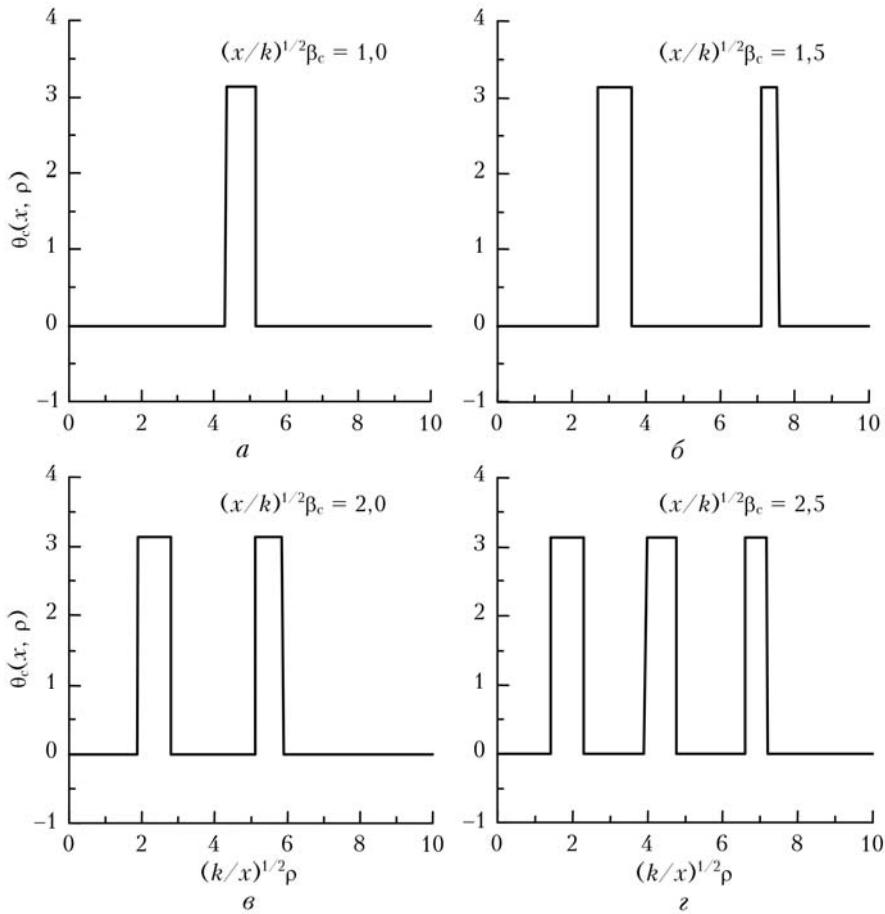


Рис. 7. Фаза комплексной степени когерентности конической волны $\theta_c(x, \rho)$ для различных значений параметра $\tilde{\beta}_c$ ($a - \tilde{\beta}_c = 1,0$; $\delta - 1,5$; $\beta - 2,0$; $\gamma - 2,5$) при $q = 0,1$

когерентности $\mu(x, \rho)$ нуля фаза комплексной степени когерентности опять становится равной нулю: $\theta(x, \rho) \cong 0$.

Радиус когерентности бессель-гауссова пучка

В качестве определения радиуса когерентности ρ_c оптического пучка возьмем соотношение (14). Результаты численных расчетов радиуса когерентности бессель-гауссова пучка (1) $\rho_{c\text{bg}}$ для различных значений нормированного параметра бесселева пучка $\tilde{\beta}_{\text{bg}}$ при $\Omega_{0\text{bg}} = 10$ по формулам (12), (14) и (16) представлены на рис. 8. Тонкими линиями на рисунке изображен радиус когерентности бессель-гауссова пучка $\rho_{c\text{bg}}$, полужирные штриховая и пунктирная прямые представляют случаи сферической ($\rho_{c\text{sp}} = \sqrt{3}\rho_0$) и плоской ($\rho_{c\text{pl}} = \rho_0$) волн соответственно.

Можно заметить, что с увеличением параметра q радиус когерентности бессель-гауссова пучка $\rho_{c\text{bg}}$ приближается к аналогичной характеристике сферической волны $\rho_{c\text{sp}}$. Кроме того, с одной стороны, для бессель-гауссова пучка с $\tilde{\beta}_{\text{bg}} \geq 3,0$ наблюдается область значений q , при которых радиус когерентности бессель-гауссова пучка $\rho_{c\text{bg}}$

относительно не зависит от турбулентных условий распространения оптического излучения на трассе.

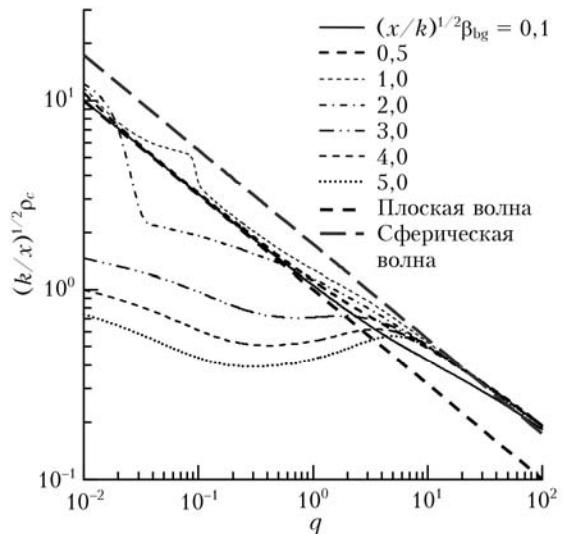


Рис. 8. Радиусы когерентности ρ_c бессель-гауссова пучка при $\Omega_{0\text{bg}} = 10$, сферической и плоской волн в турбулентной атмосфере

С другой стороны, резкие изменения поведения радиуса когерентности бессель-гауссова пучка

$\rho_{c\text{bg}}$ при $q \leq 0,1$ для значений параметра $\beta_{\text{bg}} \approx 1,0 \dots 2,0$ связаны с тем, что при данных значениях параметров задачи перестает проявляться влияние регулярной структуры бесселева пучка на когерентность оптического излучения.

Радиус когерентности конической волны

Аналогичная характеристика, но для конической волны (2), приведена на рис. 9. Численные расчеты радиуса когерентности конической волны ρ_{cc} проводились по формулам (12), (14) и (17). Тонкими линиями на рис. 9 представлено поведение радиуса когерентности конической волны ρ_{cc} , а полужирными штриховой и пунктирной прямыми соответственно изображены графики для случая сферической ($\rho_{c\text{sp}} = \sqrt{3}\rho_0$) и плоской ($\rho_{c\text{pl}} = \rho_0$) волн.

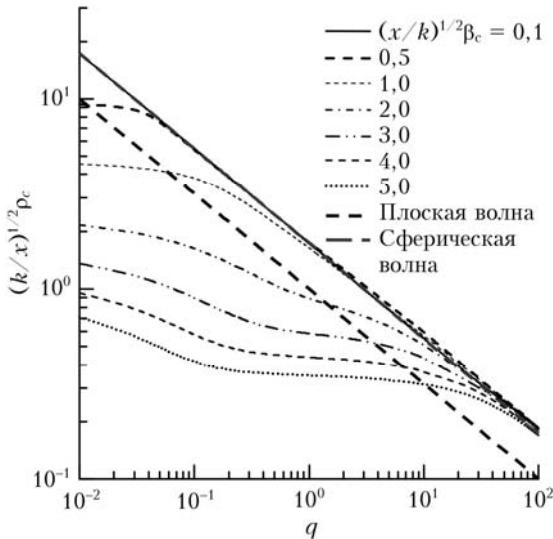


Рис. 9. Радиусы когерентности ρ_c конической, сферической и плоской волн в турбулентной атмосфере

Обратим внимание на то, что в общих чертах поведение радиуса когерентности конической волны ρ_{cc} подобно поведению радиуса когерентности бессель-гауссова пучка $\rho_{c\text{bg}}$. Как и в случае бессель-гауссова пучка, при увеличении параметра q радиус когерентности конической волны ρ_{cc} приближается к аналогичной характеристике сферической волны $\rho_{c\text{sp}}$. Однако, в отличие от случая бессель-гауссова пучка, по мере увеличения параметра β_c этот процесс происходит соответственно при больших значениях q . Для конической волны при выполнении условия $\beta_c \geq 3,0$ радиус когерентности практически не зависит от турбулентных условий распространения оптического излучения на трассе.

Таким образом, суммируя результаты двух последних разделов, можно утверждать, что как для бессель-гауссова оптического пучка, так и для конической оптической волны радиус когерентности ρ_c не дает однозначной функциональной связи для

информации о когерентных свойствах оптического излучения с условиями его распространения в турбулентной атмосфере.

Интегральный масштаб степени когерентности бессель-гауссова пучка

Интегральный масштаб степени когерентности бессель-гауссова пучка $\rho_{m\text{bg}}$, определяемый соотношением (15), для различных значений нормированного параметра бесселева пучка $\tilde{\beta}_{\text{bg}}$ при $\Omega_{0\text{bg}} = 10$, вычисленный по формулам (12), (15) и (16), представлен на рис. 10.

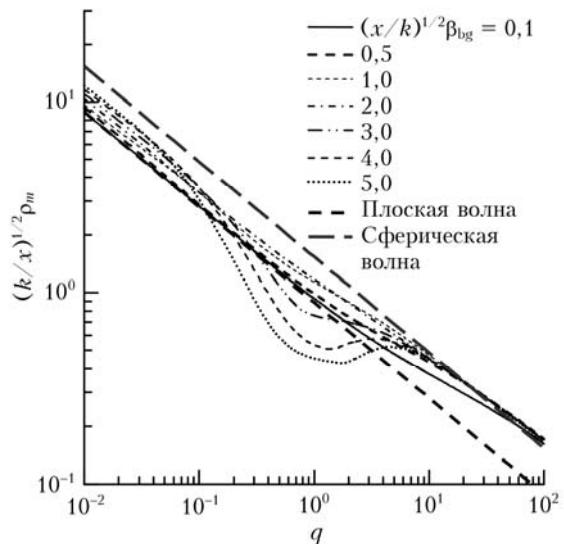


Рис. 10. Интегральные масштабы степени когерентности ρ_m бессель-гауссова пучка при $\Omega_{0\text{bg}} = 10$, сферической и плоской волн в турбулентной атмосфере

Тонкие линии графика соответствуют интегральному масштабу степени когерентности бессель-гауссова пучка $\rho_{m\text{bg}}$, полужирные штриховая и пунктирная прямые представляют случаи сферической [$\rho_{m\text{sp}} = \sqrt{3}(\sqrt{\pi}/2)\rho_0$] и плоской [$\rho_{m\text{pl}} = (\sqrt{\pi}/2)\rho_0$] волн соответственно. Данные проведенного анализа показали (рис. 10), что масштаб степени когерентности бессель-гауссова пучка $\rho_{m\text{bg}}$ в турбулентной атмосфере для значений параметра $\tilde{\beta}_{\text{bg}} \leq 2,0$ при слабых флюктуациях близок к интегральному масштабу степени когерентности плоской волны $\rho_{m\text{pl}}$, а по мере увеличения параметра q приближается к аналогичной характеристике сферической волны $\rho_{m\text{sp}}$. Отметим, что для $\tilde{\beta}_{\text{bg}} \geq 3,0$ в области слабых флюктуаций ($q < 0,1$) $\rho_{m\text{bg}} \approx \rho_{m\text{pl}}$, в промежуточной области ($0,1 < q < 10$) интегральный масштаб степени когерентности бессель-гауссова пучка $\rho_{m\text{bg}}$ может быть даже меньше, чем соответствующая характеристика плоской волны $\rho_{m\text{pl}}$, а в области сильных флюктуаций ($q > 10$) — $\rho_{m\text{bg}} \rightarrow \rho_{m\text{sp}}$.

Интегральный масштаб степени когерентности конической волны

На рис. 11 представлены результаты численных расчетов интегрального масштаба степени когерентности (15) конической волны (2) ρ_{mc} , проведенные с использованием выражений (12), (15) и (17).

Тонкими линиями на графике изображено поведение интегрального масштаба степени когерентности конической волны ρ_{mc} , а полужирными штриховой и пунктирной прямыми – сферической $[\rho_{msp} = \sqrt{3}(\sqrt{\pi}/2)\rho_0]$ и плоской $[\rho_{mpl} = (\sqrt{\pi}/2)\rho_0]$ волн соответственно.

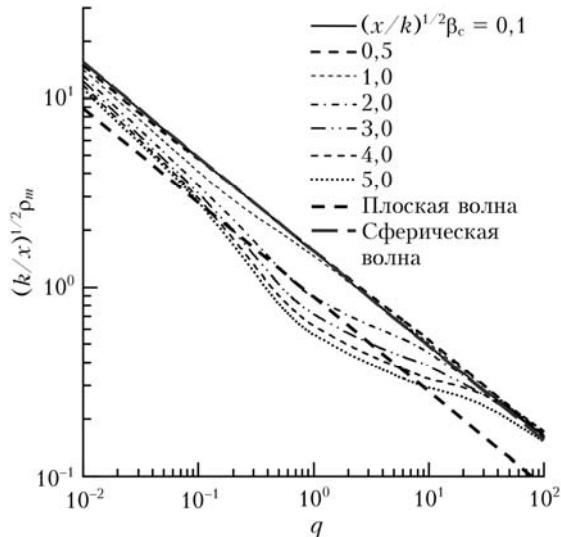


Рис. 11. Интегральные масштабы степени когерентности ρ_m конической, сферической и плоской волн в турбулентной атмосфере

Приведенные данные наглядно демонстрируют (рис. 11), что интегральный масштаб конической волны ρ_{mc} в турбулентной атмосфере для $\tilde{\beta}_c \leq 1,0$ в целом близок к интегральному масштабу сферической волны ρ_{msp} . Тем не менее с увеличением параметра $\tilde{\beta}_c$ (когда $\tilde{\beta}_c > 1,0$) графики интегрального масштаба конической волны ρ_{mc} все больше удаляются от графика сферической волны ρ_{msp} и приближаются к графику плоской волны ρ_{mpl} . Отметим, что для $\tilde{\beta}_c \geq 2,0$ при уровнях турбулентности, когда $0,1 < q < 10$, интегральный масштаб конической волны ρ_{mc} может быть даже меньше, чем соответствующая характеристика плоской волны ρ_{mpl} .

В качестве итога последних четырех разделов статьи можно сделать вывод, что для бессель-гауссова пучка и конической волны интегральный масштаб степени когерентности ρ_m , с точки зрения оценки влияния атмосферной турбулентности на оптическое излучение, является более информативной характеристикой, чем радиус когерентности ρ_c . Это обусловлено тем, что интегральный масштаб степени когерентности ρ_m при любых условиях

максимально чувствителен к параметру q , который характеризует степень влияния атмосферной турбулентности на оптическое излучение при распространении, и только во вторую очередь зависит от параметров оптического излучения.

Заключение

Как показывают результаты проведенных исследований, при распространении в турбулентной атмосфере когерентность бессель-гауссова оптического пучка и конической оптической волны в целом выше, чем когерентность плоской волны, но ниже когерентности сферической волны. Кроме того, необходимо отметить, что хотя основные моменты поведения модуля и фазы комплексной степени когерентности, радиуса когерентности и интегрального масштаба степени когерентности бессель-гауссова пучка и конической волны схожи, однако наблюдаются и принципиальные отличия (как количественные, так и качественные) в поведении этих характеристик для бессель-гауссова пучка и конической волны. Одной из наиболее ярко выраженных особенностей является следующая: радиус когерентности и интегральный масштаб степени когерентности конической волны оказываются, как правило, всегда больше аналогичных характеристик бессель-гауссова пучка.

Полезным частным практическим выводом из полученных в работе результатов может служить рекомендация использовать для адаптивных оптических систем, компенсирующих искажения бесселевых оптических пучков при работе в турбулентной атмосфере, в качестве датчика искажений фазы не измеритель радиуса когерентности бесселева оптического пучка, а измеритель интегрального масштаба степени когерентности этого пучка, так как интегральный масштаб степени когерентности таких пучков, в отличие от радиуса когерентности, при любых условиях распространения в турбулентной атмосфере максимально чувствителен к искажающему влиянию атмосферной турбулентности.

Пожалуй, самым существенным из представленных в работе результатов является то, что поведение характеристик когерентности различных псевдобесселевых оптических пучков (реально формируемых в физическом эксперименте) при их распространении в турбулентной атмосфере имеет ряд принципиальных особенностей и совсем другие количественные значения, чем у идеальных бесселевых оптических пучков (обычно рассматриваемых в теоретических работах). В связи с этим при интерпретации величины эффектов для описания распространения реально формируемых псевдобесселевых оптических пучков в атмосфере использовать данные оценок, полученных для идеальных бездифракционных бесселевых оптических пучков, нужно с известной степенью осторожности.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-08-00899 А).

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.
2. Морс Ф.М., Феишбах Г. Методы теоретической физики. Т. 1. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1958. 930 с.
3. Миллер У. Симметрия и разделение переменных. М.: Мир, 1981. 342 с.
4. Киселев А.П. Локализованные световые волны: параксиальные и точные решения волнового уравнения (Обзор) // Оптика и спектроскопия. 2007. Т. 102, № 4. С. 661–681.
5. Durnin J. Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory // J. Opt. Soc. Am. A. 1987. V. 4, N 4. P. 651–654.
6. Gori F., Guattari G., Padovani C. Bessel-Gauss beams // Opt. Commun. 1987. V. 64, N 6. P. 491–495.
7. McLeod J.H. The axicon: A new type of optical element // J. Opt. Soc. Am. 1954. V. 44, N 8. P. 592–597.
8. Friberg A.T. Stationary-phase analysis of generalized axicons // J. Opt. Soc. Am. A. 1996. V. 13, N 4. P. 743–750.
9. Ling D., Li J., Chen J. Analysis of eigenfields in the axicon-based Bessel-Gauss resonator by the transfer-matrix method // J. Opt. Soc. Am. A. 2006. V. 23, N 4. P. 912–918.
10. Коронкевич В.П., Харисов А.А., Гейл М.Т., Шумиц Х. Многопорядковые дифракционные линзы для формирования бесселевых пучков // Автометрия. 1966. № 5. С. 38–43.
11. Aruga T., Li Sh.W., Yoshikado Sh., Takube M., Li R. Nondiffracting narrow light beam with small atmospheric turbulence-influenced propagation // Appl. Opt. 1999. V. 38, N 15. P. 3152–3156.
12. Birch P., Ituen I., Young R., Chatwin Ch. Long-distance Bessel beam propagation through Kolmogorov turbulence // J. Opt. Soc. Am. A. 2015. V. 32, N 11. P. 2066–2073.
13. Cheng M., Guo L., Li J., Huang Q. Propagation properties of an optical vortex carried by a Bessel-Gaussian beam in anisotropic turbulence // J. Opt. Soc. Am. A. 2016. V. 33, N 8. P. 1442–1450.
14. Chen Sh., Li Sh., Zhao Y., Liu J., Zhu L., Wang A., Du J., Shen L., Wang J. Demonstration of 20-Gbit/s high-speed Bessel beam encoding/decoding link with Adaptive turbulence compensation // Opt. Lett. 2016. V. 41, N 20. P. 4680–4683.
15. Zhang Y., Ma D., Yuan X., Zhou Z. Numerical investigation of flat-topped vortex hollow beams and Bessel beams propagating in a turbulent atmosphere // Appl. Opt. 2016. V. 55, N 32. P. 9211–9216.
16. Doster T., Watnik A.T. Laguerre-Gauss and Bessel-Gauss beams propagation through turbulence: Analysis of channel efficiency // Appl. Opt. 2016. V. 55, N 36. P. 10239–10246.
17. Лукин И.П. Флуктуации фазы бессель-гауссовых пучков в случайно-неоднородных средах // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23, № 1. С. 66–70; Lukin I.P. Bessel–Gaussian beams phase fluctuations in randomly inhomogeneous media // Atmos. Ocean. Opt. 2010. V. 23, N 3. P. 236–240.
18. Лукин И.П. Флуктуации фазы оптических волн при конической фокусировке в турбулентной атмосфере // Оптика атмосф. и океана. 2011. Т. 24, № 12. С. 1066–1071; Lukin I.P. Phase fluctuations of optical waves in the case of cone focusing in turbulent atmosphere // Atmos. Ocean. Opt. 2012. V. 25, N 3. P. 199–203.
19. Лукин И.П. Когерентность бесселева пучка в турбулентной атмосфере // Оптика атмосф. и океана. 2012. Т. 25, № 5. С. 393–402; Lukin I.P. Coherence of a Bessel beam in a turbulent atmosphere // Atmos. Ocean. Opt. 2012. V. 25, N 5. P. 328–337.
20. Lukin I.P. Formation of a ring dislocation of a coherence of a vortex optical beam in turbulent atmosphere // Proc. SPIE. 2013. V. 9066. P. 90660Q.
21. Eyyuboglu H.T., Baykal Y., Cai Y. Complex degree of coherence for partially coherent general beams in atmospheric turbulence // J. Opt. Soc. Am. A. 2007. V. 24, N 9. P. 2891–2901.
22. Nelson W., Palastro J.P., Davis C.C., Sprangle P. Propagation of Bessel and Airy beams through atmospheric turbulence // J. Opt. Soc. Am. A. 2014. V. 31, N 3. P. 603–609.
23. Jiang Zh., Lu Q., Liu Z. Propagation of apertured Bessel beams // Appl. Opt. 1995. V. 34, N 31. P. 7183–7185.
24. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 464 с.
25. Беленъкий М.С., Лукин В.П., Миронов В.Л., Покаков В.В. Когерентность лазерного излучения в атмосфере. Новосибирск: Наука, 1985. 176 с.
26. Градиштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и производений. М.: Наука, 1971. 1108 с.
27. Федорюк М.В. Метод перевала. М.: Наука, 1977. 368 с.
28. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. С. 21–22.

I.P. Lukin. Coherence of pseudo-Bessel beam in a turbulent atmosphere.

Coherent properties of diffraction-free pseudo-Bessel optical beams propagating in a turbulent atmosphere are theoretically studied. The solution of the equation for the second-order transverse function of mutual coherence of the optical radiation field, derived from the paraxial approximation of the scalar wave equation, is analyzed. The behavior of the modulus and phase of the complex coherence degree, the coherence radius, and the integral scale of the coherence degree of a Bessel-Gaussian optical beam and a conic optical wave found through conic focusing of an optical beam by an axicon is studied for different parameters of the optical beam and turbulent atmosphere. Significant qualitative and quantitative differences are discovered between the studied coherence characteristics of a Bessel-Gaussian optical beam and a conic optical wave. In general, the coherence of a conic optical wave is higher than that of a Bessel-Gaussian optical beam under identical propagation conditions in a turbulent atmosphere.