

Методика SLODAR. Часть 1: развитие методики для определения положений оптических элементов

С.О. Галецкий, Т.Ю. Черезова*

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
119992, г. Москва, ГСП-2, Ленинские горы

Поступила в редакцию 17.02.2009 г.

Демонстрируется принципиальная возможность использования методики SLODAR (SLOpes Detection And Ranging) для определения положений оптических элементов. Приводятся результаты численного моделирования, позволяющие использовать корреляционную функцию локальных наклонов волновых фронтов двух опорных источников светового излучения для определения положения одного или нескольких фазовых экранов. Показано качественное и количественное соответствие результатов моделирования и экспериментальных результатов. Обсуждается модификация методики, позволяющая определять положения толстых оптических элементов (например, линз).

Ключевые слова: SLODAR, корреляционная функция, метод Шака–Гартмана.

Введение

Метод SLODAR (SLOpes Detection And Ranging) известен в атмосферной адаптивной оптике как метод, позволяющий определить зависимость структурной постоянной C_n^2 атмосферной турбулентности от высоты [1–5]. В рамках данного метода с помощью датчика Шака–Гартмана [6] одновременно измеряются локальные наклоны волновых фронтов, приходящих от двух источников, разнесенных в пространстве на угол θ (рис. 1, а). В качестве источников предлагается использовать, например, двойные звезды.

Идея метода достаточно проста: при прохождении световых пучков одного и того же турбулентного слоя на высоте H на земле появляются копии

аббераций турбулентного слоя, сдвинутые на расстояние $S = H\theta$ (угол θ между пучками предполагается малым). Таким образом, усредненная по времени пространственная корреляционная функция локальных наклонов волнового фронта для первого и второго пучка

$$C(\delta i, \delta j) = \left\langle \sum_{i,j} s_{ij}(t) s'_{i+\delta i, j+\delta j}(t) \right\rangle_T$$

будет содержать пик. Здесь $s_{ij}(t)$ и $s'_{ij}(t)$ – локальные наклоны волнового фронта на субапертуре (i, j) для первого и второго источника соответственно. Положение пика однозначно связано с высотой турбулентного слоя следующим образом [2]:

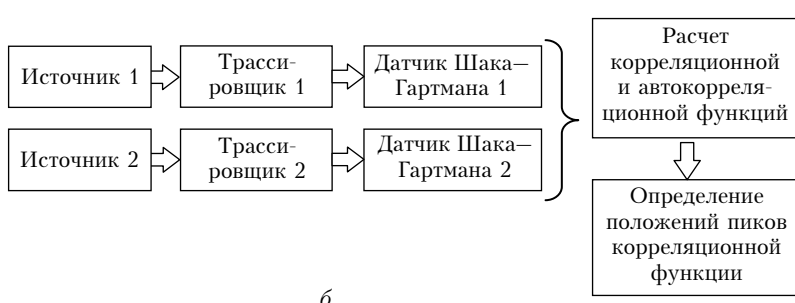
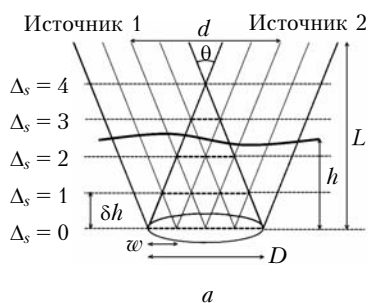


Рис. 1. Схема измерения волновых фронтов двух источников в методе SLODAR: D – диаметр пучка; w – размер субапертуры микролинзового раstra; Δ_s – смещение корреляционного пика, соответствующего данному слою; δh – разрешение по высоте; θ – угол между опорными пучками; d – расстояние между источниками; L – расстояние от камеры до источников; h – расстояние до измеряемого слоя, показанного волнистой линией; пунктирными линиями обозначены турбулентные слои (а); схема численного эксперимента (б)

Сергей Олегович Галецкий (galetskiy1986@mail.ru);
Татьяна Юрьевна Черезова (cherezova@mail.ru).

$$\Delta_s = H/dh, \tag{1}$$

где Δ_s – положение пика корреляции;

$$dh = D/N\theta \quad (2)$$

– разрешение по высоте; N – число субапертур датчика Шака–Гартмана по диаметру D пучка. При этом максимальная высота, которую можно измерить, равна

$$H_{\max} = D/\theta, \quad (3)$$

что определяется областью перекрытия пучков.

Для определения вертикального профиля структурной постоянной C_n^2 рассчитывается также усредненная по времени автокорреляционная функция

$$A(\delta i, \delta j) = \left\langle \sum_{i,j} s_{ij}(t) s_{i+\delta i, j+\delta j}(t) \right\rangle_T.$$

Тогда, как утверждается в работе [3], нормированную структурную постоянную в отсутствие шума можно вычислить следующим образом:

$$C_n^2(h) = F^{-1} \left(\frac{F[C(\delta i, \delta j)]}{F[A(\delta i, \delta j)]} \right),$$

где F – преобразование Фурье.

В данной статье исследуется возможность применения методики SLODAR для определения положений оптических элементов. Для решения этой задачи были проведены численное моделирование и экспериментальная апробация методики.

1. Результаты численного моделирования

Для исследования особенностей данной методики и применимости ее к измерениям положений оптических элементов была рассмотрена следующая схема (см. рис. 1, а). На расстоянии $L = 236$ мм от камеры симметрично относительно оптической оси помещались источники с плоским волновым фронтом. Расстояние между источниками полагалось равным $d = 5,4$ мм, диаметр пучков D составлял 2 мм. Число микролинз растра датчика Шака–Гартмана равнялось 9×9 , моделировались микролинзы с размером субапертуры $sub = 222$ мкм, разрешение камеры 256×256 пикселей. Расчет производился в соответствии с методикой, схематично представленной на блок-схеме рис. 1, б.

Было разработано программное обеспечение, позволяющее проводить численное моделирование распространения световых пучков методом трассировки лучей [7] через оптические объекты четырех типов: источник излучения, поверхность, среда и камера (датчик Шака–Гартмана). Приведем более подробное описание каждого из оптических элементов.

1. *Источник излучения.* В работе рассматриваются источники, испускающие монохроматическое излучение с плоским волновым фронтом. Длина волны источника равна 650 нм.

2. *Среда.* Среда характеризуется постоянной показателем преломления n . Лучи распространяют-

ся через среду от одной поверхности к другой прямолинейно вдоль их текущего направления.

3. *Поверхность.* При пересечении лучами поверхностей направление распространения луча \mathbf{d} изменяется по закону Снеллиуса:

$$\mathbf{d} = \left\{ \mathbf{r} \cdot n_1 - \mathbf{s} \cdot \left[n_1 \cdot (\mathbf{r}, \mathbf{s}) - \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \cdot (\mathbf{r}, \mathbf{s})^2} \right] \right\} \frac{1}{n_2},$$

где n_1 – показатель преломления среды, расположенной до данной поверхности; n_2 – показатель преломления среды, расположенной после данной поверхности; \mathbf{s} – нормаль к поверхности в точке пересечения; \mathbf{r} – старое направление луча. Рассматриваются следующие варианты поверхностей:

а) Фазовый экран

Под фазовым экраном понимается поверхность, геометрически представляющая собой плоскость с нормалью, направленной по оси z . При пересечении луча с такой поверхностью к его фазе добавляется определенная величина $\zeta(\mathbf{r})$, зависящая от точки пересечения: $\varphi = \varphi + \zeta(\mathbf{r})$. При численном моделировании $\zeta(\mathbf{r})$ определялась следующим образом. На апертуре экрана определялась равномерная сетка с числом узлов по каждой координате N . Каждому узлу сетки приписывалась случайная фаза в определенном диапазоне. Затем для каждой точки фазового экрана фаза определяется как линейная интерполяция значений фазы соседних узлов сетки. Характерный пространственный масштаб флуктуаций фазы для данного фазового экрана оценивался как D_f/N , где D_f – диаметр фазового экрана. В данном численном эксперименте использовались фазовые экраны с размером неоднородности 250 мкм и амплитудой фазовой модуляции 0,5 мкм. Фазовый экран помещался на расстоянии h от камеры.

В реальных экспериментах имитатором фазового экрана служил слой липкой ленты (скотча).

В численном моделировании также использовались сферические поверхности и линзы.

б) Сферическая поверхность

Сферическая поверхность задается уравнением $[\mathbf{r}(x, y, z) - \mathbf{p}]^2 = R^2$, где \mathbf{p} – положение поверхности; R – радиус поверхности, и условием $(\mathbf{r})_z > (\mathbf{p})_z$ или $(\mathbf{r})_z < (\mathbf{p})_z$. Нормаль \mathbf{n} к поверхности в точке \mathbf{r} равна $\tilde{N}[\pm(\mathbf{r} - \mathbf{p})]$, где \tilde{N} – операция нормирования. Положение точки пересечения \mathbf{r} луча $\mathbf{r}(t) = \mathbf{o} + \mathbf{d} \cdot t$ (\mathbf{o} – начальное положение; \mathbf{d} – направление распространения) с такой поверхностью определяется следующим образом: $\mathbf{r} = \mathbf{o} + \mathbf{d} \cdot t^*$, где t^* – корень уравнения $at^2 + bt + c = 0$ с коэффициентами $a = (\mathbf{d})^2$, $b = 2(\mathbf{o} - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{d}$, $c = (\mathbf{o} - \mathbf{p})^2 - R^2$.

в) Линза

Линза рассматривается как совокупность двух сферических поверхностей и одной среды с показателем преломления n . Радиусы поверхностей $R = 2f(n - 1)$, где f – фокусное расстояние линзы.

Положение поверхностей определяется следующим образом: $\mathbf{p} = \mathbf{p}_l \pm (R - s/2)$, где \mathbf{p}_l – положение центра линзы; s – толщина линзы.

Для проведения реальных экспериментов использовались очковые линзы.

4. Камера (датчик Шака–Гартмана)

Камера датчика Шака–Гартмана располагается в выходной плоскости оптической схемы. Будем считать, что все лучи останавливаются в плоскости камеры. Для лучей, попавших на апертуру камеры, сохраняются их координаты пересечения с плоскостью камеры и фазы лучей. На камере определяется сетка, которая использовалась в дальнейшем для восстановления фазы.

2. Моделирование датчика Шака–Гартмана

Рассматриваются датчики Шака–Гартмана, микролинзы раstra которых располагаются на прямоугольной сетке вплотную друг к другу. Под локальными наклонами волнового фронта подразумеваются усредненные градиенты фазы по апертурам микролинз раstra.

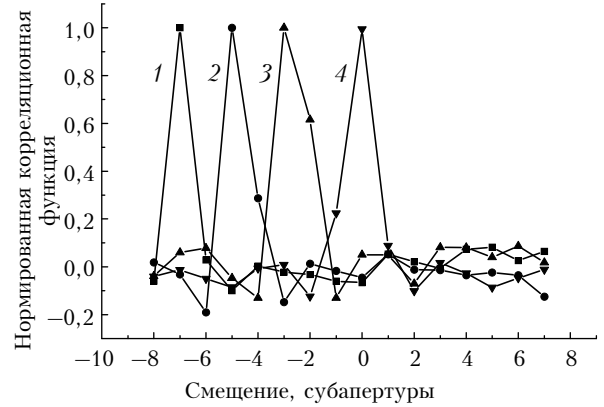
Трассировка лучей выполняется для каждого источника излучения. Затем выполняется расчет корреляционной и автокорреляционной функций наклонов волнового фронта по соответствующим формулам:

$$c(k, l) = \langle (\text{grad}\phi_1(i, j) - \langle \text{grad}\phi_1 \rangle) \times (\text{grad}\phi_2(i + k, j + l) - \langle \text{grad}\phi_2 \rangle) \rangle / (\sigma_{\text{grad}\phi_1} \sigma_{\text{grad}\phi_2}); \quad (4)$$

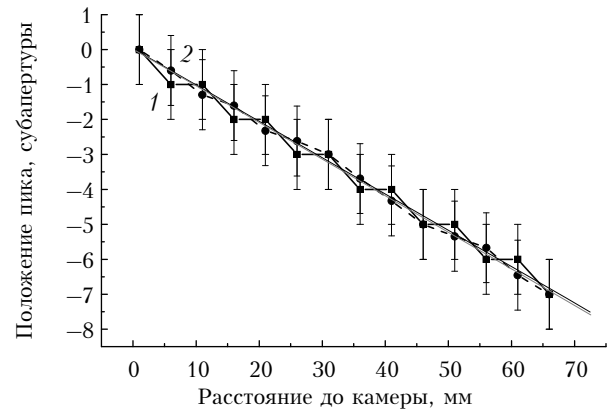
$$a(k, l) = \langle (\text{grad}\phi_1(i, j) - \langle \text{grad}\phi_1 \rangle) \times (\text{grad}\phi_1(i + k, j + l) - \langle \text{grad}\phi_1 \rangle) \rangle / (\sigma_{\text{grad}\phi_1} \sigma_{\text{grad}\phi_2}), \quad (5)$$

где $\text{grad}\phi_k(i, j)$ – градиент фазы на (i, j) -й микролинзе для положения источника k ($k = 1, 2$); σ_x – стандартное отклонение величины x , усреднение берется по апертуре датчика Шака–Гартмана. В числителе формулы (4) имеется в виду скалярное произведение двумерных векторов. Корреляция определяется для $(-N + 1) \leq k < N - 1$, $l = 0$. По координате l нет необходимости рассчитывать автокорреляцию, так как источники изменяют положение только по горизонтальной оси, что соответствует координате k корреляции. Рассчитывались усредненные по 10 случайным реализациям фазового экрана автокорреляционная и корреляционная функции для различных положениях фазового экрана. Полученные корреляционные функции представлены на рис. 2, а.

При проведении численных экспериментов было выявлено, что использование усреднения по многим случайным реализациям принципиально. При увеличении числа реализаций шум в корреляционной функции уменьшается, пик становится более выраженным. При проведении реальных экспериментов роль усреднения еще больше. При расчете корреляционной функции по одной реализации в некоторых



а



б

Рис. 2. Нормированные корреляционные функции для расстояний до экрана $h = 66$ (1); 46 (2); 26 (3) и 1 (4) мм (а); зависимость положения пика корреляционной функции от положения фазового экрана, рассчитанная по максимальному значению (7) (кривая 1) и вычислением центра масс (8) (кривая 2) (б)

случаях вообще не наблюдалось наличие пика. Положение пика корреляционной функции однозначно связано с положением фазового экрана относительно камеры и определяется геометрией оптической схемы.

Для введенных обозначений схемы на рис. 1, а зависимость смещения пика [формулы (1)–(3)] Δ_s от расстояния до слоя h записывается следующим образом: $\Delta_s = h\theta/sub$. Положение слоя определяется по формуле

$$h = sub\Delta_s/\theta. \quad (6)$$

Погрешность измерений определяется точностью определения положения пика δ_{Δ_s} :

$$\delta h = sub\delta_{\Delta_s}/\theta. \quad (7)$$

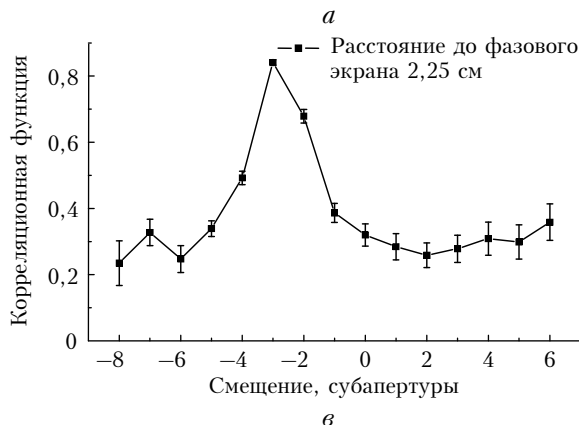
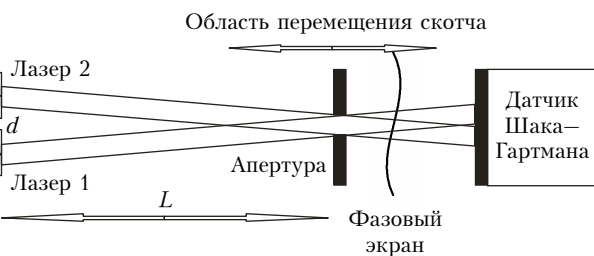
Мы рассчитали положения пика корреляционной функции при различных положениях фазового экрана (рис. 2, б). Положение пика определялось как координата максимума корреляционной функции (сплошная линия):

$$\Delta_s = \sum_{i=-N+1}^N i \delta_{C(i), \max_i [C(i)]}, \quad (8)$$

где δ_{ij} – символ Кронекера, равный 1 при $i = j$ и 0 в остальных случаях; $C(i)$ – корреляционная функция. Как видно из рис. 2, б, зависимость хорошо аппроксимируется линейной функцией, как и предсказывается теорией. В то же время хорошо видны характерные ступеньки. Они связаны с алгоритмом определения пика корреляционной функции и тем, что корреляционная функция считается в дискретных точках, связанных с субпертурами датчика Шака–Гартмана. Поэтому был предложен другой алгоритм обработки корреляционной функции: за положение пика принимался центр масс той части корреляционной функции, которая лежит выше некоторого порогового шумового значения (штрихованная линия на рис. 2, б):

$$\Delta x = \frac{\sum_{i=-N+1}^{N-1} C(i) i H[C(i) - Thr]}{\sum_{i=-N+1}^{N-1} C(i) H[C(i) - Thr]}, \quad (9)$$

где $H(x)$ – функция Хевисайда, равная 0 при $x < 0$ и 1 при $x \geq 0$; Thr – выбранное пороговое шумовое значение. Порог Thr выбирался эмпирически и обычно



принимался равным 0,4 от максимального значения корреляционной функции.

Рис. 2, б показывает количественное соответствие результатов численного моделирования и теории. Коэффициент наклона линейной аппроксимации для алгоритма поиска максимума $k = (0,104 \pm 0,002) \text{ мм}^{-1}$, коэффициент наклона линейной аппроксимации для алгоритма центра масс $k = (0,104 \pm 0,001) \text{ мм}^{-1}$. Полученные значения в пределах погрешности совпадают с теоретическим значением коэффициента наклона $k = 0,103 \text{ мм}^{-1}$.

Было проведено исследование зависимости вида корреляционной функции от характерного пространственного масштаба флуктуаций фазы экрана. Было установлено, что ширина пика уменьшается при уменьшении характерного пространственного масштаба флуктуаций фазы. Кроме того, пик становится более выраженным, при этом уменьшается амплитуда шумов. Таким образом, для более простого и точного определения положения фазового экрана желательно наличие мелкомасштабных флуктуаций фазы.

3. Эксперимент с тонким фазовым объектом

Представленные экспериментальные данные подтверждают результаты расчетного эксперимента по определению положения фазового экрана. В качестве объекта, имитирующего тонкий фазовый экран, использовали обыкновенную клейкую ленту (скотч). Экспериментальная установка (рис. 3, а) состояла

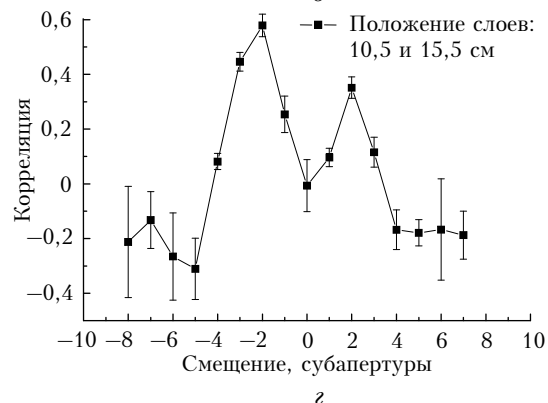
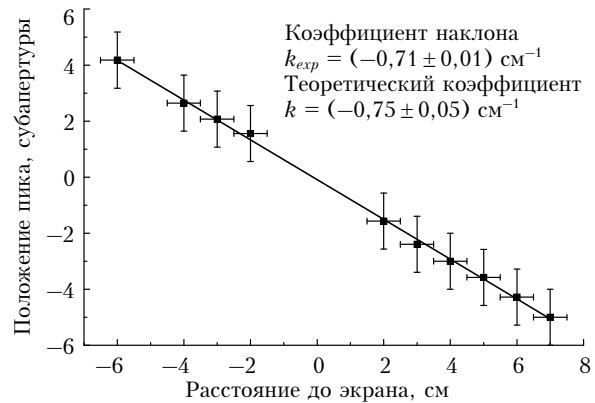


Рис. 3. Экспериментальная схема установки (а); зависимость положения пика корреляционной функции от положения фазового экрана (б); пример корреляционной функции (в); корреляционная функция для системы из двух фазовых экранов (г)

из двух диодных лазеров ($\lambda = 650$ нм, диаметр пучка 3 мм, мощность 1,5 мВт) и датчика Шака–Гартмана, состоящего из ПЗС-камеры Basler A302f и линзового раstra (20×20 микролинз, диаметр микролинзы 0,3 мм, фокусное расстояние 25 мм).

Расстояние от источников до камеры $L = (660 \pm 10)$ мм, расстояние между источниками $d = (15 \pm 1)$ мм. Разделение двух гартманогамм стало возможным благодаря тому, что пучки пересекались в некоторой плоскости между камерой и лазерами (в этой плоскости находилась апертура) и на камере расходились на расстояние чуть большее их диаметра. Программное обеспечение датчика Шака–Гартмана было модифицировано таким образом, чтобы иметь возможность обрабатывать две гартманогаммы на одной камере одновременно. Был встроены программный модуль, рассчитывающий автокорреляционные и корреляционные функции локальных наклонов для двух источников. Полученная зависимость положения корреляционного пика от положения скотча показана на рис. 3, б. Видно, что коэффициент линейной аппроксимации данной зависимости в пределах погрешности совпадает с теоретическим. Погрешность определения положений слоев составляла 1,3 см. На рис. 3, в представлен пример корреляционной функции.

Аналогичные эксперименты были проведены для других параметров экспериментальной схемы. Также были проведены эксперименты по определению положений двух слоев скотча. В полученных корреляционных функциях присутствовали два пика, соответствующие слоям скотча (рис. 3, з). При этом измеренные положения слоев совпадали с заданными в пределах погрешности измерений. Точность определения положений слоев в этом случае составляла 1,3 см.

4. Численное моделирование и эксперимент по определению положения линзы: проблемы и возможное их решение

Как показало численное моделирование, перемещение линзы вдоль оптической оси практически не меняет вид корреляционной функции. Однако экспериментально было замечено, что совмещение поверхности линзы и скотча позволяет зафиксировать некоторое изменение корреляционной функции, соответствующее перемещению скотча (рис. 4, а).

Как оказалось, положение скотча можно определить по разности нормированной корреляционной функции системы линзы со скотчем и автокорреляционной функции для линзы. Получившаяся зависимость имеет пик, который определяет положение линзы со скотчем в пределах погрешности измерений (рис. 4, б). Была реализована оптическая схема, аналогичная схеме, изображенной на рис. 3, а, состоящая из 2 источников лазерного излучения, разнесенных на угол $(0,023 \pm 0,001)$ рад, с диаметром пучков $(2,74 \pm 0,02)$ мм, датчиком Гартмана

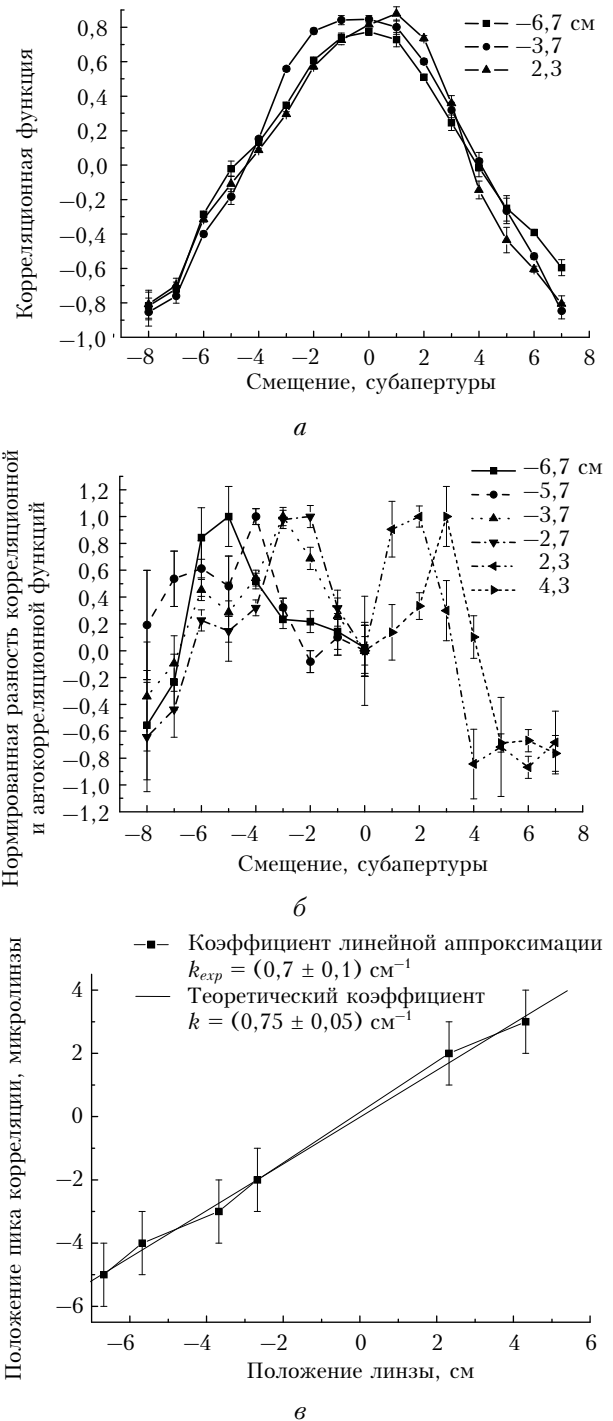


Рис. 4. Измеренные корреляционные функции для системы «линза + фазовый экран» для положений системы: -6,7; -3,7 и 2,3 см (а); нормированные функции, полученные путем вычета из корреляционных функций для системы «линза + фазовый экран» автокорреляционной функции для положений линзы: -6,7; -5,7; -3,7; -2,7; 2,3 и 4,3 см (б); график зависимости положения корреляционных пиков от положения системы «линза + фазовый экран» (в)

(9×9 субапертур для каждого пучка) и размером микролинз ($0,3 \pm 0,02$) мм. По положению корреляционных пиков был построен график зависимости положения пиков от положения линзы со скотчем

(рис. 4, в). Коэффициент наклона линейной аппроксимации $k_{exp} = (0,7 \pm 0,1) \text{ см}^{-1}$ в пределах погрешности совпадает с теоретическим $k = 1/\delta h = (0,75 \pm 0,05) \text{ см}^{-1}$. Точность определения положения линзы составляла 1,3 см.

Заключение

В данной статье рассмотрена возможность определения положения оптических объектов с помощью методики SLODAR, традиционно применяемой в атмосферной оптике для определения вертикального профиля C_n^2 . Были проведены численные эксперименты по определению положений фазовых экранов. Численно было показано, что для датчика Гартмана, имеющего 36×36 микролинз, при угловом расстоянии между опорными источниками $0,023$ рад, диаметрах пучков 2 мм, можно рассчитать расположение 4 фазовых экранов с точностью до $2,4$ мм. Полученные результаты позволили создать программное обеспечение для реализации методики на практике и провести реальные эксперименты с тонкими (скотч) и толстыми (линзы) фазовыми объектами. Было показано, что использование методики SLODAR без каких-либо модификаций для определения положения реальной линзы неэффективно. Методика позволяет рассчитать положение линз только при наличии на поверхности объекта дополнительных мелкомасштабных фазовых искажений. При этом необходимо также модифицировать методику SLODAR — положению объекта соответствует не положение корреляционной функции градиентов фаз двух источников, а разность нормированной корреляционной функции системы линзы со скотчем

и автокорреляционной функции для линзы. В этом случае можно определить положение линзы с точностью $1,3$ см для оптической схемы, состоящей из двух источников лазерного излучения, разнесенных на угол $(0,023 \pm 0,001)$ рад, с диаметром пучков $(2,74 \pm 0,02)$ мм, с датчиком Шака—Гартмана (9×9 микролинз для каждого пучка) и размером микролинз $(0,3 \pm 0,02)$ мм.

Работа проведена при финансовой поддержке проекта МНТЦ № 3497.

1. *Welsh B.M.* Sensing refractive-turbulence profiles (C_n^2) using wave front phase measurements from multiple reference sources // *Appl. Opt.* 1992. V. 31. N 34. P. 7283–7291.
2. *Wilson R.W.* SLODAR: measuring optical turbulence altitude with a Shack–Hartmann wavefront sensor // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2002. V. 337. N 1. P. 103–108.
3. *Wilson R.W., Saunter C.D.* Turbulence profiler and seeing monitor for laser guide star adaptive optics // *Proc. SPIE.* 2003. V. 4839. P. 466–472.
4. *Butterley T., Wilson R.W., Sarazin M.* Determination of the profile of atmospheric optical turbulence strength from SLODAR data // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2006. V. 369. N 2. P. 835–845.
5. *Love G.D., Dunlop C.N., Patrick S., Saunter C.D., Wilson R.W., Wright C.* SLODAR as turbulence monitor for free space optical communications // *Proc. SPIE.* 2005. V. 6018. P. 133–138.
6. *Galetskiy S., Letfullin R., Belyakov A., Cherezova T., Kudryashov A.* Custom-oriented wavefront sensor for human eye properties measurements // *Proc. SPIE.* 2005. V. 6018. P. 51–59.
7. *Spencer G.H., Murty M.V.R.K.* General Ray-Tracing Procedure // *J. Opt. Soc. Amer.* 1962. V. 52. N 6. P. 672–678.

S.O. Galetskiy, T.Yu. Cherezova. SLODAR technique. Part 1: development of the technique for positioning optical elements.

The possibility in principle is demonstrated of using SLODAR (SLOpes Detection And Ranging) technique for positioning optical elements. The numerical simulation results are presented, which allow the cross correlation function between local wavefront slopes of two beacons to be used for positioning single or multiple phase screens. The qualitative and quantitative agreement between the simulation and experimental results is shown. The technique modification is discussed providing for positioning «thick» optical elements (e.g., lenses).