

О.А. Евсеев, А.Н. Исупов, К.В. Шишаков

МЕМБРАННОЕ ГИБКОЕ ЗЕРКАЛО ДЛЯ АДАПТИВНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Описывается конструкция мембранного гибкого зеркала. Исследуются его основные статистические характеристики: чувствительность и функции отклика зеркала. Проведен теоретический анализ выбранного расположения приводов. Рассмотрена возможность использования зеркала в атмосферной адаптивной оптической системе.

Случайные искажения волнового фронта, вызванные атмосферной турбулентностью, приводят к ухудшению характеристик оптических систем передачи и приема информации через атмосферу, в частности больших наземных телескопов. Существенно улучшить разрешающую способность телескопа можно с помощью адаптивной оптической системы с управляемым зеркалом [1]. Одним из перспективных видов таких зеркал являются мембранные зеркала с электростатическим управлением [2]. Они могут работать при низких напряжениях, не сложны в изготовлении и позволяют сравнительно просто воспроизводить достаточно сложные фазовые aberrации искаженной световой волны [3].

В работе рассматриваются основные вопросы расчета управляемых мембранных зеркал для систем наблюдения через атмосферу. Описан созданный макет зеркала и исследованы его характеристики.

Устройство управляемого мембранного зеркала с электростатическим управлением описано в работах [2, 3]. Такое зеркало представляет собой равномерно натянутую на кольцевую оправу зеркальную металлическую пленку, формой поверхности которой управляют при помощи электродов, расположенных с ее обратной стороны. Для того чтобы зеркало могло изгибаться в обе стороны, перед ним помещают прозрачный электрод. Организация управления зеркалом зависит от требований, предъявляемых к адаптивной системе в целом. В задачах получения наилучшего качества коррекции искаженного волнового фронта зеркалом управляют с помощью напряжений каждого электрода по отдельности. Эффективность коррекции в этом случае можно оценить в соответствии с результатами работы [4] в предположении о локальности функций отклика зеркала [3]. В адаптивных системах, осуществляющих модальную коррекцию волнового фронта, управление зеркалом организуется с помощью специально рассчитанных напряжений электродов [5]. Количество каналов управления при этом обычно выбирают меньшим числа электродов. Рассмотрим такие системы. Характерные формы искажений волнового фронта будем описывать полиномами Цернике z_j низших порядков, широко используемыми в адаптивных атмосферных системах [1, 6]. Тогда искаженную фазу φ световой волны представим в виде

$$\varphi(\mathbf{r}) \approx \sum_{j=1}^m \beta_j Z_j(\mathbf{r}), \quad (1)$$

где $Z_1 = 1$, $Z_{2,3} = 2\rho e^{i\theta}$, $Z_4 = \sqrt{3}(2\rho^2 - 1)$, $Z_{5,6} = \sqrt{6}\rho^2 e^{i2\theta}$, $Z_{8,7} = \sqrt{8}(3\rho^2 - 2\rho)e^{i\theta}$, $Z_{9,10} = \sqrt{8}\rho^3 e^{i3\theta}$, $\rho = 2R/D$, (r, θ — полярные координаты, D — диаметр приемной апертуры Ω , β_j — коэффициенты разложения, имеющие дисперсии $\langle \beta_j^2 \rangle = 0,449(D/r_0)^{5/3}$, $j = 2,3$; $\langle \beta_j^2 \rangle = 0,023(D/r_0)^{5/3}$, $j = 4-6$; $\langle \beta_j^2 \rangle = 0,06(D/r_0)^{5/3}$, $j = 7-10$; $\sum_{j=11}^{\infty} \langle \beta_j^2 \rangle = 0,0401(D/r_0)^{5/3}$; r_0 — радиус корреляции Фрида; угловые скобки обозначают операцию усреднения по ансамблю реализаций.

Управление зеркалом основывается на компенсации каждого полинома z_j по отдельности. В этом случае ошибка коррекции волнового фронта J может быть приближенно записана в виде.

$$J = \left\langle \frac{1}{S} \int_{\Omega} \left(\sum_{j=2}^m \beta_j \left(Z_j - \sum_{k=1}^N P_k^j R_k \right) + \sum_{j=m+1}^{\infty} \beta_j Z_j \right)^2 d^2\mathbf{r} \right\rangle \approx \sum_{j=2}^m \langle \beta_j^2 \rangle J_j + \sum_{j=m+1}^{\infty} \langle \beta_j^2 \rangle, \quad (2)$$

где

$$J_j = \frac{1}{S} \int_{\Omega} \left(Z_j - \sum_{k=1}^N P_k^j R_k \right)^2 d^2 \mathbf{r} - \quad (3)$$

ошибки аппроксимации полиномов Z_j ; $S = \pi D^2/4$; N — количество электродов; P_k^j — управляющее усилие k -го электрода при коррекции $Z_j(\mathbf{r})$, $R_k(\mathbf{r})$ — функции отклика зеркала, определяемые из решения уравнения изгиба мембраны [7]:

$$T \Delta W = -q; \quad W(r = R_0) = 0, \quad (4)$$

Δ — оператор Лапласа; W — функция прогиба мембраны; q — нагрузка, действующая на мембрану; T — усилие натяжения зеркала в оправе радиусом R_0 .

Функция отклика зеркала на действие напряжения, создаваемого центральным круглым электродом радиуса r_n приведена в работе [3], а функция Грина мембраны — в [7]. Сравнивая их, можно показать, что функция отклика произвольно расположенного привода, создающего по своей области нагрузку $q_s = \text{const}$, будет определяться выражением

$$R_s(r) = \frac{1}{4\pi T} \begin{cases} \ln(B/r_n^2) + 1 - A/r_n^2, & A \leq r_n^2, \\ \ln(B/A), & A > r_n^2, \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{где } A = r^2 + r_s^2 - 2rr_s \cos(\theta - \theta_s); \quad B = r_s^2 r^2 / R_0^2 + R_0^2 - 2rr_s \cos(\theta - \theta_s), \quad s = 1, \dots, N; \quad (6)$$

(r_s, θ_s) — полярные координаты центра привода.

Отметим следующее. Сверхтонкие свободные металлические пленки имеют очень малую собственную жесткость на изгиб, которой в большинстве случаев пренебрегают. Однако при достаточно малой величине натяжения T эта жесткость может влиять на характер деформации зеркала. В этом случае форма зеркала будет описываться уравнением изгиба тонкой пластинки с растяжением [8]:

$$(D_0 \Delta \Delta - T \Delta) W = q; \quad (7)$$

$$W(r = R_0) = 0; \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} W(r = R_0) = 0, \quad (9)$$

где D_0 — цилиндрическая жесткость зеркала.

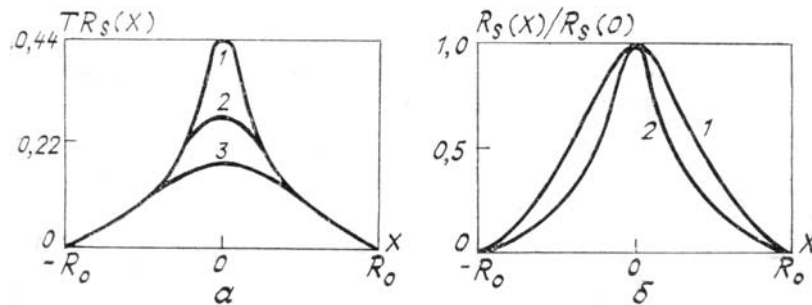


Рис. 1. Функции отклика мембранного зеркала на действие центрального привода ($r_s = 0$):
 а) $D_0 = 0$: 1 — $r_n = 0,1 R_0$, 2 — $r_n = 0,3 R_0$, 3 — $r_n = 0,5 R_0$, б) $D_0 \neq 0$, $r_n = 0$: 1 — $\omega = 2$, 2 — $\omega = 20$

В соответствии с общей методикой решения уравнения (7) на круглой области, нетрудно показать [8], что для сосредоточенного усилия, приложенного в точке с координатами (r_s, θ_s) , функция отклика зеркала приближенно может быть вычислена по формуле:

$$R_s(r) = \frac{1}{2\pi T} \left\{ \frac{1}{2} \ln \frac{B}{A} + K_0(\omega B) - K_0(\omega A) + C_0 [I_0(\omega B) - I_0(\omega A)] \right\}, \quad (10)$$

$$C_0 = \left[K_1(\omega_1) - \frac{1}{\omega_1} \right] / I_1(\omega_1), \quad \omega_1 = (r_s + R_0) \omega,$$

где $\omega^2 = T/D_0$; I_0, I_1, K_0, K_1 — модифицированные функции Бесселя. Такая функция отклика удовлетворяет уравнениям (7), (8) для приближенно заданного условия (9) в виде $\frac{\partial W}{\partial r} \left(r = r_s + R_0, \theta = \frac{\pi}{2} \right) = 0$. При $r_s = 0$ она является точным решением задачи (7)–(9). Графики функций отклика (5), (10) на действие центрального привода ($r_s = 0$) приведены на рис. 1.

С помощью полученных выражений (5), (10) можно рассчитать величины управляющих усилий P_k^j требуемые для аппроксимации соответствующего полинома $Z_j(\mathbf{r})$. Так как условия закрепления зеркала в оправе не позволяют создать формы Z_j на всей области зеркала, диаметр D области коррекции необходимо выбирать меньшим $2R_0$. Рассмотрим зависимость ошибок аппроксимации (3) от геометрии расположения приводов. В дальнейшем для простоты везде будем считать, что мембранное зеркало получено из абсолютно гибкой металлической пленки ($D_0 = 0$). В этом случае уравнению (4) тождественно удовлетворяют следующие функции: $r^n \exp[in\theta]$, $n = 0, 1, 2, \dots$ [7]. В их числе оказываются и первые десять полиномов Цернике, за исключением $Z_4, Z_{8,7}$. Поэтому для коррекции $Z_j(\mathbf{r})$, $j = 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10$ электроды следует располагать на границе области Ω или вынести за ее пределы. Расположение электродов внутри Ω требуется только при получении $Z_4, Z_{8,7} (m \leq 10)$.

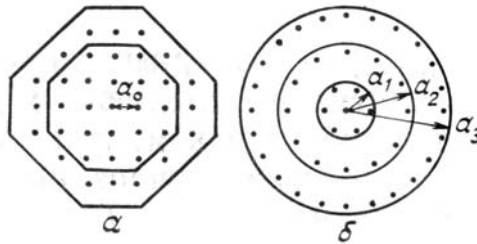


Рис. 2. Схемы расположения центров приводов

Были рассчитаны пять вариантов расположения круглых приводов радиуса r_{π} в узлах декартовой и полярной сеток координат. Первые два из них показаны на рис. 2, а, остальные — на рис. 2, б (расположения приводов околочурены сплошными линиями). Обозначим эти варианты номерами 1–5. Им соответствуют следующие значения параметров N, r_{π}, a_j :

$$\begin{aligned} 1-N &= 21, a_0 = 2r_{\pi} = 0,25D; \\ 2-N &= 37, a_0 = 0,165D, 2r_{\pi} = 0,15D; \\ 3-N &= 7, a_0 = 2r_{\pi} = 0,4D; \\ 4-N &= 19, a_2 = 2a_1 = 4r_{\pi} = 0,5D; \\ 5-N &= 43, a_3 = 1,5, a_2 = 3, a_1 = 0,495D, r_{\pi} = 0,08D. \end{aligned}$$

Во всех вариантах радиус зеркала принимался равным $R_0 = 0,65D$. Управляющие усилия, необходимые для воспроизведения Z_j , вычислялись по формуле [1]:

$$\sum_{k=1}^N P_k^j R_k(\mathbf{r}_s) = Z_j(\mathbf{r}_s); s = 1, \dots, N; j = 1, \dots, m, \quad (11)$$

где r_s — координаты центров электродов.

Определенные таким образом усилия соответствуют экспериментальной настройке системы управления [1]. Ошибки аппроксимации $\sqrt{J_j}$ полиномов Цернике Z_j мембранным зеркалом с функциями отклика вида (5) приведены в таблице. В ней обозначено: N_{z_j} — номер аппроксимируемого полинома Z_j , $N_{\text{вар}}$ — номер варианта расположения электродов.

№ варианта	N_{z_j}					
	1	2,3	4	5,6	7,8	9,10
1	0,12	0,22	0,53	0,33; 0,36		
2	0,05	0,08	0,19	0,13	0,36	0,19
3	0,14	0,27	0,56	0,39; 0,44		
4	0,09	0,17	0,44	0,23	0,85	0,28; 0,32
5	0,05	0,09	0,21	0,13	0,40	0,19

В более общей постановке задачи коррекции произвольного волнового фронта $\phi(\mathbf{r})$, управляющие усилия со стороны электродов также могут быть рассчитаны по формуле (11), в которой вместо Z_j необходимо подставить ϕ . При этом в выражении (11) неявно предполагается, что фаза волны ϕ в

точках r_s доступна непосредственному измерению (например, с помощью датчика фазового контраста Цернике [1]). В то же время при наблюдении слабых источников света (астрономические объекты) более широко применяются датчики локальных наклонов, например, датчик Гартмана [1]. В этом случае возникает задача предварительного восстановления $\varphi(r_s)$. При расчете управления мембранными зеркалами этого можно избежать. Известно [1, 9], что алгоритмы восстановления волнового фронта, минимизирующие ошибки измерения его локальных наклонов, как правило, являются дискретным аналогом следующего уравнения:

$$\Delta\varphi = \frac{\partial}{\partial x} X + \frac{\partial}{\partial y} Y = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r\varphi_r) + \frac{\partial}{\partial \theta} \varphi_\theta \right], \quad (12)$$

где $X, Y, \varphi_r, \varphi_\theta$ – измеренные с шумом средние значения $\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \frac{\partial\varphi}{\partial y}, \frac{\partial\varphi}{\partial r}, \frac{\partial\varphi}{\partial \theta}$ по субапертурам датчиков.

Тогда, сравнивая (4) с (12), видно, что управляющие усилия для электродов, расположенных внутри приемной апертуры Ω , можно определить по формуле

$$q = -T \left(\frac{\partial}{\partial x} X + \frac{\partial}{\partial y} Y \right), \quad (13)$$

а усилия для электродов, расположенных на границе Ω , рассчитать по известной процедуре [9] наилучшего среднеквадратического приближения наклонов зеркала к наклонам искаженного волнового фронта. Особенно простой вид выражение (13) принимает в случае расположения электродов в узлах квадратной сетки (рис. 2, а). Если датчики наклонов разместить в узлах покрывающей сетки, сдвинутой на $0,5a_0$ вдоль осей x, y , формула для расчета усилий приводов примет следующий вид:

$$q_{ij} = -\frac{T}{2a_0} \{ X_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} + X_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} - X_{i-\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} - X_{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} + \\ + Y_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} + Y_{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} - Y_{i-\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} - Y_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} \}. \quad (14)$$

Здесь индексы (i, j) характеризуют положение узла сетки (x_i, y_j) .

При расчете системы управления реального зеркала необходимо оценить влияние погрешностей оправы на качество поверхности зеркала. В соответствии с [7] нетрудно показать, что для погрешности оправы вида $W(r = R_0, \theta) = C \cdot \cos n \theta$ среднеквадратическая ошибка отклонения поверхности зеркала от плоской формы на области Ω составляет $0,5C^2(D/2R_0)^{2n}/(n+1)$.

С учетом проведенного анализа был создан макет мембранного управляемого зеркала для систем наблюдения через турбулентную атмосферу. Зеркальная пленка, полученная методом вакуумного напыления слоев меди и алюминия и имеющая диаметр 110 мм, растягивалась с равномерным натяжением на кольцевую оправу с внутренним основанием. Полученный блок приводов заливался эпоксидной смолой, а между входным окном, покрытым прозрачным проводящим слоем и 37 электростатическими приводами. В качестве электростатических приводов использовались контактные площадки диаметром 6,5 мм, расположенные на расстоянии 7,8 мм друг от друга на изолированном основании. Полученный блок приводов заливался эпоксидной смолой, а торцевая поверхность приводов шлифовалась, затем полировалась. Расстояние между контактными площадками и зеркальной пленкой составляло 50–100 мкм. Рассчитанные для такого зеркала ошибки аппроксимации (3) полиномов Цернике низших порядков на области коррекции Ω диаметром 50 мм составили

N_{z_j}	1	2,3	4	5	6	7,8	9,10
$\sqrt{J_j}$	0,019	0,052	0,13	0,078	0,012	0,25	0,17

При этом управляющие усилия определялись из условия минимизации ошибок (3), функции отклика зеркала вычислялись по формуле (5). С помощью модифицированного теневого метода на установке «Тень-5» были измерены деформации полученного зеркала. На рис. 3, а показана теневая картина первоначального профиля зеркала, на рис. 3, б – его профиль (верхняя кривая) и профиль угла наклона (нижняя кривая) в сечении по диаметру зеркала. Изломы на краях кривых соответствуют оправе зеркала. Нарушение плоской формы зеркала вблизи оправы объясняется несовершенством технологии получения зеркала с равномерным натяжением. Для области коррекции с $D = 50$ мм такие искажения не имеют принципиального значения, в наихудшем случае их всегда можно компенсировать с помощью управления усилиями крайних приводов. Профили поверхности зеркала и его угла наклона при подаче на центральный электрод напряжения 200 В показаны на рис. 3, в. . Чувстви-

тельность стрелы прогиба зеркала к величине напряжения центрального электрода была квадратичной и при напряжении 200 В составила 10 мкм.

В заключение отметим, что полученный диапазон изменения формы созданного мембранного зеркала свидетельствует о возможности применения такого зеркала в атмосферных адаптивных системах. Проведенный теоретический анализ деформаций мембранных зеркал позволит упростить этап проектирования их систем управления.

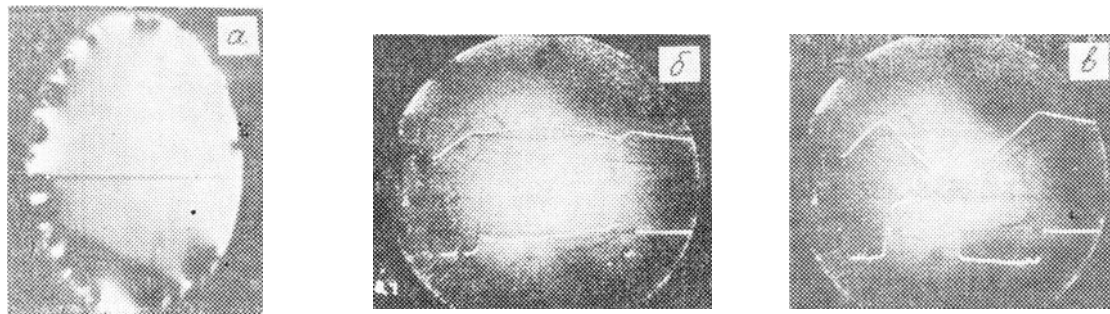


Рис. 3. Деформация поверхности мембранного зеркала: *а*) теневая картина исходной поверхности зеркала; *б*), *в*) профили поверхности зеркала (вверху) и угла наклона зеркала (внизу) в исходном состоянии (*б*) и при напряжении 200 В на центральном электроде (*в*)

1. Харди Д. У. Активная оптика. Новая техника управления световым пучком. //ТИИЭР. 1978. Т. 66. №6. С. 31.
2. Yellin M. //Proc. SPIE. 1976. V. 75. P. 97.
3. Grosso R.P., Yellin M. //JOSA. 1977. V. 67. № 3. P. 396.
4. Hudgin R.H. //JOSA. 1977. V. 67. № 3. P. 393.
5. Исупов А. Н., Шишаков К. В. //Формирование оптического изображения и методы его обработки. Вторая всесоюзная конференция. Кишинев. 1985. Т. 1. С. 124.
6. Noll J. //JOSA. 1976. V. 66. № 3. P. 207.
7. Соболев С. Л. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966. 444 с.
8. Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. М.: Наука, 1965.
9. Воронцов М. А., Корябин А. В., Шмальгаузен В. И. Управляемые оптические системы. М.: Наука, 1988. 272 с.

Московский госуниверситет
им. М.В. Ломоносова

Поступила в редакцию
13 марта 1989 г.

O. A. Evseev, A. N. Isupov, K. V. Shishakov. **Flexible Membrane Mirror for Adaptive Optical Information-Measuring Systems.**

Construction of a flexible membrane mirror is described. The main static characteristics of the mirror are investigated. Theoretical analysis of the actuator positions is carried out. The possibility of using the membrane mirror in the atmospheric adaptive optical system is considered.