«Оптика атмосферы и океана», **8**, N 8 (1995)

УДК 551.573

А.М. Сагалаков, А.М. Шайдук

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ОГРАНИЧЕННЫХ ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ В ВОСПЛАМЕНЯЮЩЕМСЯ АЭРОЗОЛЕ

Рассматривается распространение ограниченного в поперечном направлении лазерного пучка в условиях теплового самовоздействия в реакционноспособном аэрозоле. Учтено влияние в пороговом приближении уменьшения оптического сечения частиц вследствие их выгорания. Получено выражение для скорости волны воспламенения аэрозоля с учетом рефракционных и дифракционных искажений пучка.

При распространении мощного оптического излучения в воспламеняющемся аэрозоле может происходить просветление среды, связанное с уменьшением размера аэрозольных частиц в процессе горения [1]. В настоящее время довольно подробно изучены нелинейные эффекты просветления в рамках закона Бугера [2]. Фактически речь шла о распространении пучков большого диаметра, когда дифракционной расходимостью можно пренебречь. В работе [3] рассматривался случай распространения расширяющегося пучка вдали от перетяжки, но угол расходимости являлся заданным параметром. Распространение ограниченных пучков анализировалось численно в [4] для случая достаточно мелких частиц сажи, горящих в кинетическом режиме.

Представляет интерес качественно проанализировать влияние дифракционной расходимости, обусловленное возмущением показателя преломления среды в канале пучка, на процесс просветления горючего аэрозоля. В данной статье такой анализ проведен в приближении квази-оптики. Показано, что в параболическом уравнении для амплитуды световой волны можно в некотором приближении разделить эффекты бугеровского поглощения и уширения пучка из-за дифракции и рефракции.

Амплитуда световой волны удовлетворяет параболическому уравнению

$$2\,i\,k\,\frac{\partial A}{\partial z} = \Delta_\perp A + k^2\left(\Delta\,\varepsilon - i\,\frac{\alpha}{k}\right)A, \tag{1}$$

где k – волновое число; z – координата, отсчитываемая вдоль пучка; $\Delta_\perp = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, $\Delta\,\varepsilon = n^2(r) - n_\infty^2$, $n(r)$ – показатель преломления среды; $\alpha = \int\limits_0^\infty k_0\,\pi\,a^2 f(a,\,r,\,t)\,d\,a$, k_0 – фактор эффективности ослабления, a – радиус аэрозольных частиц; $f(a,\,r,\,t)$ – функция распределения частиц по размерам, зависящая от времени вследствие нелинейного взаимодействия. Уравнение (1) является незамкнутым. К нему должны быть присоединены уравнения, определяющие динамику объемного коэффициента аэрозольного ослабления и поле возмущений показателя преломления.

Уравнение (1) имеет структуру уравнения Шредингера. Поэтому уравнение для интенсивности излучения может быть получено по аналогии с выводом уравнения для плотности вероятности. Взяв комплексное сопряжение от (1), получим

$$2\,i\,k\,\frac{\partial A^*}{\partial z} = \Delta_\perp A^* + k^2\left(\Delta\,\varepsilon + i\,\frac{\alpha}{k}\right)A^*. \tag{2}$$

Умножая (1) на A^* и (2) на A и складывая, находим

$$A\frac{\partial A^*}{\partial z} + A^*\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{1}{2\,i\,k}\,(A^*\,\Delta_\perp A - A\,\Delta_\perp A^*) - \alpha\,A\,A^*.$$

Отсюда

$$\frac{\partial I}{\partial z} = \frac{1}{2\,i\,k}\,(A^*\,\Delta_\perp A - A\,\Delta_\perp A^*) - \alpha\,I. \tag{3}$$

Здесь через I обозначена интенсивность излучения $I = A\,A^*$. Первое слагаемое в правой части (3) можно преобразовать к виду

$$\frac{1}{2\,i\,k}\,(A^*\,\Delta_\perp A - A\,\Delta_\perp A^*) = \mathrm{div}_\perp\,\mathbf{J}, \tag{4}$$

где

$$\mathbf{J} = \frac{1}{2\,i\,k}\left(\mathrm{A}\left(\mathbf{e}_x\,\frac{\partial A^*}{\partial x} + \mathbf{e}_y\,\frac{\partial A^*}{\partial y}\right) - A^*\left(\mathbf{e}_x\,\frac{\partial A}{\partial x} + \mathbf{e}_y\,\frac{\partial A}{\partial y}\right)\right)\ . \tag{5}$$

В соотношении (5) $\mathbf{e}_x$ и $\mathbf{e}_y$ – орты поперечных координатных осей. Используя (4), имеем

$$\frac{\partial I}{\partial z} = \mathrm{div}_\perp\,\mathbf{J} - \alpha\,I. \tag{6}$$

Если можно пренебречь поперечным потоком энергии от оси пучка, то соотношение (6) переходит в закон Бугера

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -\,\alpha\,I. \tag{7}$$

Именно в этом приближении ранее были получены основные результаты по взаимодействию излучения с горючим аэрозолем. Влияние же рефракционных и дифракционных эффектов обусловлено наличием $\mathrm{div}_\perp\,\mathbf{J}$, которое ранее не учитывалось.

В данной задаче имеется три характерных размера вдоль трассы пучка: $l_\partial = R_0^2/\lambda$, $l_n = 1/\alpha$, $l_p = R_0/(\delta\,n)^{1/2}$. Оценим характерные порядки величин для углеродного аэрозоля и гауссова пучка радиусом R_0. Для концентрации аэрозоля $n \sim 10^9$ м$^{-3}$ и характерных размеров частиц ~1 мкм $\alpha \sim 10^{-2}$ м$^{-1}$, $l_n \sim 100$ м. Дифракционная длина $l_\partial \sim 100$ м для лазера с длиной волны $\lambda = 1{,}06$ мкм при радиусе пучка $R_0 \simeq 1$ см. Оценивая $\delta\,n$ как $\delta\,n \sim (n-1)\,(\Delta\,T/T)$, где $\Delta\,T$ – среднее возмущение температуры среды в пучке, получаем $\delta\,n \sim 10^{-8}$, откуда $l_p \sim 100$ м. При указанных параметрах эффекты рефракционного и дифракционного искажения пучка – одного порядка и они становятся сравнимыми с эффектом бугеровского ослабления на трассах с длиной порядка 100 м. Отсюда ясно, что результаты работ [2, 3], строго говоря, применимы на трассах меньшей протяженности.

Представляет интерес попытаться разделить эффекты ослабления от рефракционных и дифракционных эффектов. Будем искать решение уравнения (1) в виде

$$A\,(r, z) = \varphi(r, z)\,\exp\Bigl(-\int_0^z \Phi\,(r, \xi)\,d\xi\Bigr), \tag{8}$$

где

$$\Phi\,(r, z) = \frac{\alpha(r, z)}{2} + i\,k\,\frac{\Delta\,\varepsilon(r, z)}{2}\,.$$

После подстановки (8) в (1) для функции $\varphi\,(r, z)$ находим уравнение

$$2\,i\,k\,\frac{\partial\varphi}{\partial z} = \Delta_\perp\,\varphi + 2\,\frac{\partial\varphi}{\partial r}\int_0^z \frac{\partial\Phi}{\partial r}\,d\xi + \varphi\int_0^z \Delta_\perp\,\Phi\,d\xi. \tag{9}$$

При линейном взаимодействии излучения с однородным аэрозолем, когда состояние аэрозольной среды не меняется, два последних члена в правой части (9) обратятся в нуль. При этом функция $\varphi\,(r, z)$ удовлетворяет уравнению дифракции в вакууме

$$2\,i\,k\,\frac{\partial\varphi}{\partial z} = \Delta_{\perp}\,\varphi,$$

для которого имеется аналитическое решение

$$\varphi(r, z) = \int_0^{\infty} \frac{k}{2\,i\,z}\,\varphi\,(R, 0)\,\exp\Big(-k\,\frac{r^2 + R^2}{2\,i\,z}\Big)\,J_0\Big(\frac{k\,R\,r}{z}\Big)\,R\,\partial R. \qquad (10)$$

Здесь $\varphi(R, 0)$ – распределение амплитуды световой волны в начале трассы. Для гауссова пучка интеграл (10) можно вычислить:

$$\varphi(r, z) = \varphi_0\,\frac{R_0}{R(z)}\,\exp\left(-\frac{R^2}{R^2(z)}\right)\exp\left(i\,k\left(z + \frac{r^2}{2\,l(z)}\right) + i\,\phi\right), \qquad (11)$$

где

$$R^2(z) = R_0^2\left(1 + \left(\frac{2\,z}{k\,R_0^2}\right)^2\right);\ l(z) = z\left(1 + \left(\frac{k\,R_0^2}{2\,z}\right)^2\right);\ \mathrm{tg}\,\phi = \frac{k\,R_0^2}{2\,z}.$$

Видно, что в линейной задаче эффект ослабления полностью отщепляется от дифракционной задачи. Дифракция в данном приближении вносит вклад в изменение фазы и не влияет на интенсивность пучка. Последний вывод достаточно очевиден, так как в отсутствие возмущений показателя преломления в однородном аэрозоле не возникает рефракционных искажений пучка.

Рассмотрим теперь нелинейное взаимодействие излучения с воспламеняющимся аэрозолем. В качестве модели горения примем пороговое приближение [1]. В пороговом приближении считается, что аэрозольные частицы воспламеняются при значениях интенсивности, превышающих пороговое значение $I_{\text{пор}}$. Предполагается, что после возгорания частицы динамика коэффициента объемного ослабления не зависит от интенсивности и определяется процессами тепломассообмена.

Первоначально в пространстве образуется некоторое распределение интенсивности $I(r, z)$. В области значений r и z таких, что $I(r, z) \geq I_{\text{пор}}$ частицы воспламеняются. Область, занятая горящими частицами, будет представлять собой тело вращения, вытянутое в направлении распространения пучка. Для гауссова пучка из соотношения (11) находим уравнение поверхности, ограничивающей область горящих частиц:

$$I_{\text{пор}}/I_0 = \exp\left(-2\,\frac{r^2}{R_0^2\big(1 + (2\,z/k\,R_0^2)^2\big)} - \alpha z\right)\Big/\big[1 + (2\,z/k\,R_0^2)^2\big]. \qquad (12)$$

Здесь I_0 – интенсивность пучка на его оси в начале трассы. Из соотношения (12) уравнение поверхности можно представить как функцию r от z:

$$r^2 = R_0^2\big[1 + (2\,z/k\,R_0^2)^2\big]\left[\ln\frac{I_0}{I_{\text{пор}}} - \ln\big(1 + (2\,z/k\,R_0^2)^2\big) - \alpha\,z\right]. \qquad (13)$$

В процессе выгорания частиц в области $I(r, z) \geq I_{\text{пор}}$ сечение ослабления излучения уменьшается и фронт воспламенения продвигается вдоль трассы. Получим уравнение, определяющее скорость продвижения фронта воспламенения. Из условия воспламенения в рамках порогового приближения имеем

$$I_{\text{пор}} = \varphi(r, z_{\text{пор}})\,\varphi^*(r, z_{\text{пор}})\,\exp\Big(-\int_0^{z_{\text{пор}}} \alpha(r, z)\,dz\Big). \qquad (14)$$

Здесь $z_{\text{пор}} = z_{\text{пор}}(t)$ – координата фронта воспламенения. Введем скорость движения фронта воспламенения $v(t) = dz_{\text{пор}}/d\,t$. Ясно, что изменение функции $\alpha(r, z)$ в точке z определяется временем воздействия излучения в этой точке с интенсивностью больше пороговой. Следовательно, функция $\alpha(r, z)$ может быть представлена как функция $\alpha(r, t - \tau\,(z))$, где t – время, отсчитываемое от начала воздействия, $\tau(z)$ – время появления пороговой интенсивности $I_{\text{пор}}$ в точке z. Выполняя замену переменной $z = z(\tau)$, $dz = v(\tau)d\tau$, из (14) находим

$$\frac{\varphi(r, z_{\text{пор}})\,\varphi^*(r, z_{\text{пор}})}{I_{\text{пор}}} = \int_0^t \alpha\,(r, t-\tau)\;v(\tau)\;d\tau. \tag{15}$$

Рассмотрим распространение фронта воспламенения вдоль оси пучка. В этом случае, согласно (11), уравнение (15) принимает вид

$$\ln\left(I_0 \,/\left\{I_{\text{пор}}\left[1 + \left(2\,z_{\text{пор}}/k\,R_0^2\right)^2\right]\right\}\right) = \int_0^t \alpha(0, t-\tau)\;v(\tau)\;d\tau, \tag{16}$$

где введено обозначение $\varphi^*(0, 0)\,\varphi(0, 0) = I_0$. Уравнение (16) имеет особенность при t=0 (см. также [2, 3]). Появление особенности обусловлено тем, что в данном приближении скорость света считается бесконечно большой. Поэтому некоторый слой аэрозоля z_0 вспыхивает одновременно.

Выделяя эту особенность с помощью подстановки

$$v(t) = z_0\;\delta\,(t) + v_0(t),$$

находим регулярное интегральное уравнение для определения скорости фронта воспламенения

$$\ln\left(I_0/\left\{I_{\text{пор}}\left[1 + \left(2\,z_{\text{пор}}/k\,R_0^2\right)^2\right]\right\}\right)=\alpha(0, t)z_0+\int_0^t \alpha(0, t-\tau)\;v_0(\tau)\;d\tau, \tag{17}$$

где величина z_0 определяется из условия

$$\ln\left(I_0/\left\{I_{\text{пор}}\left[1 + \left(2\,z_0/k\,R_0^2\right)^2\right]\right\}\right) = \alpha\;(0, 0)\;z_0.$$

При горении частиц в диффузионном режиме $\alpha(t)$=$\alpha_0(1–t/t_0)$, $\alpha = 0$ при $t > t_0$. В этом случае, предполагая, что функция $v_0(t)$ слабо меняется на отрезке $[t - t_0, t]$, при $t > t_0$ находим

$$v_0 = \ln\left(I_0/\left\{I_{\text{пор}}\left[1 + \left(2\,z/k\,R_0^2\right)^2\right]\right\}\right)/\int_0^{t_0} \alpha(t)dt. \tag{18}$$

В соотношении (18) скорость фронта воспламенения найдена как функция координаты вдоль трассы. Зависимость скорости v_0 от времени может быть найдена теперь обычным способом с помощью элементарного численного интегрирования. Из (18) видно, что скорость $v_0(z)$ с ростом z монотонно убывает и обращается в нуль в точке трассы

$$z_{\max} = (k\,R_0^2/2)\,\sqrt{I_0/I_{\text{пор}}} - 1.$$

Рассмотрим теперь распространение фронта воспламенения вне оси пучка. В этом случае уравнение (17) примет вид

$$\ln\left[I_0\,\exp\left(-\frac{r^2}{R_0^2(1 + (2\,z/k\,R_0^2)^2)}\right)\Big/ I_{\text{пор}}\left(1 + \left(\frac{2\,z}{k\,R_0^2}\right)^2\right)\right] = \alpha(r, t)\;z_0\;(r) + \int_0^t \alpha(r, t)\;v_0(r\;,\tau)\;d\tau. \tag{19}$$

При $t > t_0$ в тех же предположениях о медленности изменения скорости $v_0(t, r)$ имеем

$$v_0(z, r) =\left[\ln\,(I_0\,/\,I_{\text{пор}}) + \ln\left(\exp\left(-\frac{r^2}{R_0^2(1 + (2\,z/k\,R_0^2)^2)}\right)\Big/\left(1+\left(\frac{2\,z}{k\,R_0^2}\right)^2\right)\right]\Big/\left(\int_0^{t_0} \alpha(r, t)\;d\,t\right). \tag{20}$$

В этом случае скорость v_0 не является монотонно убывающей вдоль z, поскольку дифракция в некоторой области приводит к увеличению интенсивности излучения. Однако при достаточно больших z скорость начинает убывать и обращается в нуль.

1. Б у к а т ы й В.И., С а г а л а к о в А.М., Т е л ь н и х и н А.А., Ш а й д у к А. М. // ФГВ. 1979. Т. 46. N 6. С. 46–50.
2. Б у к а т ы й В. И., Ш а й д у к А. М. // Распространение мощного лазерного излучения в поглощающей свет среде. Томск: ИОА, 1982. С. 40–48.
3. Б у к а т ы й В. И., Т е л ь н и х и н А. А., Ш а й д у к А. М. //ЖПС. Т. 36. Вып.4. 1982. С. 557–562.
4. Л о с к у т о в В. С., С т р е л к о в Г. М. // Распространение мощного оптического излучения в твердом горючем аэрозоле. Барнаул: АГУ, 1982. С. 28–42.

Алтайский государственный университет,
Барнаул

Поступила в редакцию
17 ноября 1994 г.

A. M. Sagalakov, A. M. Shaiduk. **Propagation of Limited Laser Beams in the Ignitable Aerosol.**

Propagation of a laser beam, limited in diameter, through reactive aerosol under thermal blooming condition is treated in the paper. Decrease of particles' optical cross-section due to burning out is taken into acount within the threshold approximation. The expression is obtained to describle the velocity of the aerosol ignition wave which takes into account the refraction and diffraction distortions of the beam.