

А.П. Шелехов

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЯ ВНУТРИ РЕЗОНАТОРА ЛАЗЕРА С ВНЕШНИМ ОТРАЖАТЕЛЕМ

Рассмотрена задача о генерации лазера с внешним отражателем при пространственном рассогласовании полей падающей и отраженной волн. Получена система уравнений на коэффициенты разложения поля внутри лазера по собственным функциям пустого резонатора для пространственно однородной активной среды в рамках полуклассической теории квантовых генераторов. Проведено сравнение методов регистрации оптических полей при гетеродинном детектировании и когерентном приеме на лазер. Показано, что эти методы отличаются друг от друга видом функции пропускания приемника, роль которой в случае приема на лазер играют собственные функции пустого резонатора.

1. Введение

Детектирование сверхслабых сигналов на основе включения атмосферы в канал обратной оптической связи лазера является наравне с гетеродинным детектированием одним из наиболее эффективных методов приема в ИК-области спектра. В последнее время в печати появились работы [1–3], которые посвящены теоретическим и экспериментальным исследованиям потенциальных возможностей метода, основанного на приеме на лазер, что свидетельствует о несомненном интересе к этой проблеме. По мнению автора, применение данного метода на практике требует решения задачи об отклике лазерного приемника на оптическое излучение, имеющее как случайное, так и детерминированное пространственное распределение. Данную задачу можно сформулировать как проблему нахождения пространственного распределения поля внутри резонатора лазера с внешним отражателем с учетом пространственного рассогласования полей падающей и отраженной волн при лазерном приеме. Решение этой задачи позволит расширить круг проблем, которые можно исследовать методами, основанными на когерентном приеме оптических полей [4, 5].

В настоящей статье пространственное распределение поля внутри резонатора лазера с внешним отражателем ищется в виде разложения по собственным функциям пустого резонатора. Роль внешнего отражателя может играть в принципе любой объект: зеркало, топографическая цель, поверхность земли или моря, атмосферные частицы и т. д. Коэффициенты разложения поля по собственным функциям пустого резонатора удовлетворяют системе уравнений, которая получена для пространственно однородной активной среды в рамках полуклассической теории квантовых генераторов. Выражение для поля внутри резонатора лазера может быть использовано для расчета величин, которые измеряются в эксперименте. В заключительной части статьи представлены результаты расчета когерентной составляющей полного потока энергии при лазерном приеме излучения, отраженного от поверхности, находящейся в крупномасштабной случайно-неоднородной среде, и приведены некоторые следствия из полученного выражения.

Система уравнений генерации лазера с внешним отражателем при пространственном рассогласовании полей падающей и отраженной волн

На рисунке изображен лазер с внешним отражателем. Будем предполагать, что зависимость поля от времени представляет собой гармоническое колебание с медленно меняющейся амплитудой:

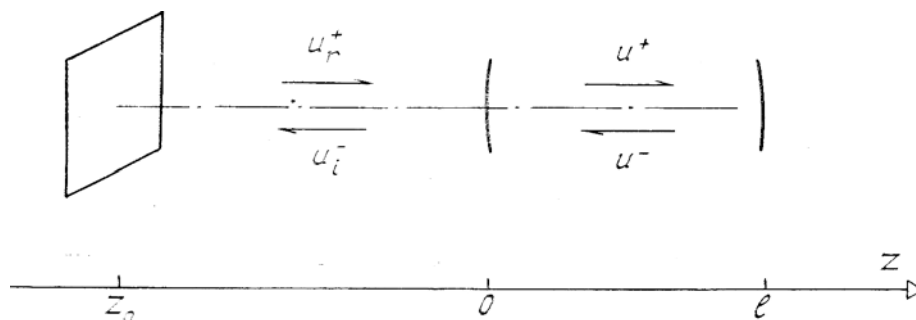
$$E(\rho, z; t) = u(\rho, z; t)e^{-i\omega t},$$

где $\rho = \{x, y\}$, x, y, z — пространственные координаты. Координатная ось z направлена по оптической оси лазера. Комплексные амплитуды поля внутри и вне лазера представим в виде суммы бегущих навстречу друг другу волн

$$\begin{aligned} u_I(\rho, z; t) &= u^+(\rho, z; t) + u^-(\rho, z; t), \\ u_{II}(\rho, z; t) &= u_r^+(\rho, z; t) + u_i^-(\rho, z; t), \end{aligned}$$

где $u^+(\rho, z; t)$, $u^-(\rho, z; t)$ — поля оптических волн, распространяющихся внутри лазера по оси z , соответственно, в положительном и отрицательном направлениях, $u_r^+(\rho, z; t)$ — поле оптической волны,

отраженной от внешнего объекта, $u_i^-(\rho, z; t)$ — поле падающей волны. Направления распространения этих волн показаны на рисунке стрелками.



Укороченное уравнение, описывающее генерацию, для медленно меняющейся амплитуды поля внутри резонатора лазера имеет вид

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{2} (\sigma_+(N) - \sigma_-) + \frac{1}{2i\omega} (\omega^2 + c^2 \Delta) \right\} u_1(\rho, z; t) = 0, \quad (1)$$

где σ_- — линейные потери в активной среде; $\sigma_+(N)$ — коэффициент усиления активной среды, зависящий от относительной разности заселенности рабочего перехода N ; Δ — оператор Лапласа [7].

Граничные условия на поверхности зеркал лазера можно записать в следующем виде:

$$\tilde{u}_i^-(\rho, 0; t) = \tau_1 \tilde{u}^-(\rho, 0; t); \quad (2)$$

$$\tilde{u}^+(\rho, 0; t) = r_1 \tilde{u}^-(\rho, 0; t) + \tilde{u}_r^+(\rho, 0; t), \quad (3)$$

$$\tilde{u}^-(\rho, l; t) = r_2 \tilde{u}^+(\rho, l; t), \quad (4)$$

где τ_1 — коэффициент прохождения левого зеркала; r_1, r_2 — коэффициенты отражения левого и правого зеркал; l — длина резонатора. Знак тильды (\sim) в формулах (2)–(4) обозначает то, что значения медленно меняющихся амплитуд поля соответствуют их значениям на поверхности зеркал лазера. Граничное условие (2) учитывает лишь первый порядок интерференции при отражении от атмосферного объекта и левого зеркала [6].

Связь между комплексными амплитудами полей падающей и отраженной волн зададим через \hat{T} — оператор, описывающий процесс отражения или рассеяния оптической волны на атмосферном объекте

$$\tilde{u}_r^+(\rho, 0; t) = \tau_1 \hat{T} \tilde{u}_i^-(\rho, 0; t). \quad (5)$$

Данная связь (5) получена для ряда задач атмосферной оптики. Например, методы расчета поля оптической волны, отраженной от различных типов шероховатых поверхностей (морские волнения, рельеф суши, поверхность бумаги, матовые стекла и т. д.), приведены в монографии [7], результаты исследований отражения поля оптической волны от зеркальной, диффузной поверхности и от зеркала ОВФ в крупномасштабной случайно-неоднородной среде представлены в работах [8–10], теория рассеяния оптических волн на дискретных вкраплениях изложена в монографиях [7, 11, 12]. Ввиду сложного характера рассеяния оптического излучения на внешнем атмосферном объекте пространственное распределение полей падающей $\tilde{u}_i^-(\rho, 0; t)$ и отраженной волн $\tilde{u}_r^+(\rho, 0; t)$ не совпадают и, следовательно, пространственно не согласованы.

Решение уравнения (1) с граничными условиями (2)–(4) и совместно с выражением (5) целесообразно искать в виде разложения поля по собственным типам колебаний пустого резонатора с идеально проводящими стенками [13, 14]. Уравнение, определяющее собственные функции пустого резонатора, имеет вид

$$\{\Delta + k_{mk}^2\} u_{mk}(\rho, z) = 0, \quad (6)$$

где $k_{mk} = \omega_{mk}/c$, $\omega_{mk} = \omega'_{mk} + i\omega''_{mk}$ — комплексная собственная частота пустого резонатора. Индексы m, k нумеруют число поперечных осцилляций по оси x и y . Индекс, соответствующий числу поперечных осцилляций по z , будем считать фиксированным и поэтому в обозначениях $\omega_{mk}, u_{mk}(\rho, z)$ он опущен. Решение уравнения (6) также представим в виде бегущих навстречу друг другу волн

$$u_{m\kappa}(\rho, z) = u_{m\kappa}^+(\rho, z) e^{ik_{m\kappa}z} - u_{m\kappa}^-(\rho, z) e^{-ik_{m\kappa}z},$$

где $u_{m\kappa}^\pm(\rho, z)$ — медленно меняющиеся амплитуды, которые удовлетворяют, как известно [13, 14], параболическому уравнению

$$\left\{ \pm 2ik_{m\kappa} \frac{\partial}{\partial z} + \Delta_\perp \right\} u_{m\kappa}^\pm(\rho, z) = 0, \quad (7)$$

где Δ_\perp — двумерный оператор Лапласа [7].

Разложение полей оптических волн, бегущих внутри лазера, по собственным функциям пустого резонатора запишем в следующем виде:

$$u^\pm(\rho, z; t) = \sum_{m,\kappa} e^{\pm ik_{m\kappa}z} \beta_{m\kappa}^\pm(t, z) u_{m\kappa}^\pm(\rho, z), \quad (8)$$

где $\beta_{m\kappa}^\pm(t, z)$ — коэффициенты разложения.

Используя методику сведения граничной задачи к задаче о резонаторе с распределенными потерями [15], получим систему обыкновенных нелинейных уравнений на коэффициенты разложения. Непосредственная подстановка соотношения (8) в уравнение (1) и граничные условия (3) и (4) приводят к граничной задаче на $\beta_{m\kappa}^\pm(t, z)$, представляющей собой некоторую систему нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных и условий при $z = 0$ и $z = l$

$$\beta_{m\kappa}^+(t, 0) = r_1 \beta_{m\kappa}^-(t, 0) + s_{m\kappa}^+(t, 0), \quad (9)$$

$$\beta_{m\kappa}^-(t, l) = r_2 \beta_{m\kappa}^+(t, l), \quad (10)$$

где

$$s_{m\kappa}^+(t, 0) = \int \tilde{u}_{m\kappa}^+(\rho, 0) \tilde{u}_r^+(\rho, 0; t) d\rho. \quad (11)$$

Граничные условия (9) и (10) являются прямым следствием ортогональности собственных функций пустого резонатора. Соотношения (9) и (10) будем использовать для определения производной $\partial \beta_{m\kappa}^\pm(t, z) / \partial z$. В приближении малых значений коэффициента пропускания зеркал и малых значений коэффициента связи лазера с внешним отражателем $\beta_{m\kappa}^\pm(t, z)$ является плавной функцией переменной z . Разложение по степеням z/l имеет вид

$$\beta_{m\kappa}^\pm(t, z) = \pm \beta_{m\kappa}(t) + \beta_{m\kappa}^{(1)}(t) + \frac{z}{l} \beta_{m\kappa}^{(2)}(t) + \dots, \quad (12)$$

где $\beta_{m\kappa}(t)$ — главный член разложения; $\beta_{m\kappa}^{(1)}(t)$ и $\beta_{m\kappa}^{(2)}(t)$ — поправки в первом приближении по малым параметрам: коэффициентам пропускания зеркал и коэффициентам связи лазера с внешним отражателем. Из выражения (12) видно, что производная

$$\frac{\partial \beta_{m\kappa}^\pm(t, z)}{\partial z} \cong \frac{1}{l} \beta_{m\kappa}^{(2)}(t).$$

После подстановки разложения (12) в граничные условия (9) и (10) и последующей группировки членов одного порядка малости приходим к следующему выражению для производной:

$$\frac{\partial \beta_{m\kappa}^\pm(t, z)}{\partial z} = \frac{1}{l} (1 + r) \beta_{m\kappa}(t) - \frac{1}{2l} s_{m\kappa}(t), \quad (13)$$

где

$$r = \frac{r_1 + r_2}{2}, \quad s_{r,\kappa}(t) = s_{m\kappa}^+(t, 0).$$

Операции дифференцирования над собственными функциями пустого резонатора по пространственным координатам, определенным с помощью уравнений (6) и (7), и выражение (13) позволяют перейти от задачи (1)–(5) к системе обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений на коэффициенты разложения $\beta_{m\kappa}^\pm(t, z) \cong \pm \beta_{m\kappa}(t)$. Система уравнений на $\beta_{m\kappa}(t)$ имеет наиболее простой

вид для модели среды, коэффициент усиления которой не зависит от пространственных координат. Данная модель является основой в теории одномодовой генерации лазеров [14]. В этом случае получаем следующую систему обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial \beta_{m\kappa}(t)}{\partial t} = \frac{1}{2} \{ \sigma_+(N) - \sigma_-^{m\kappa} + 2i\Delta\omega'_{m\kappa} \} \beta_{m\kappa}(t) + \frac{c}{2l} s_{m\kappa}(t), \quad (14)$$

где $\sigma_-^{m\kappa} = \sigma_- + \frac{2l}{c}(l+r) + 2\omega''_{m\kappa}$ — суммарные потери; $\Delta\omega'_{m\kappa} = \omega - \omega'_{m\kappa}$.

Система уравнений (14) позволяет исследовать динамику коэффициентов разложения поля внутри резонатора лазера для различных типов внешних отражателей (зеркальная, диффузная или иная поверхность, система рассеивающих частиц и т. д.) и свойств среды на трассе «лазер — внешний отражатель». В качестве базовых функций выбраны моды пустого резонатора, поэтому представляется целесообразным говорить также и о пространственном согласовании полей $\tilde{u}_r^+(\mathbf{p}, 0; t)$ и $\tilde{u}_{m\kappa}^+(\mathbf{p}, 0)$. Из формулы (11) видно, что величина $s_{m\kappa}(t)$ является коэффициентом разложения поля падающей волны $\tilde{u}_r^+(\mathbf{p}, 0; t)$ по собственным функциям пустого резонатора $\tilde{u}_{m\kappa}^+(\mathbf{p}, 0)$. Таким образом, величина $s_{m\kappa}(t)$ описывает пространственное согласование поля падающей волны $\tilde{u}_r^+(\mathbf{p}, 0; t)$ с модой пустого резонатора $\tilde{u}_{m\kappa}^+(\mathbf{p}, 0)$. В общем случае поле $\tilde{u}_r^+(\mathbf{p}, 0; t)$ имеет произвольное пространственное распределение. Следовательно, на динамику коэффициентов $\beta_{m\kappa}(t)$ влияет только та его часть, которая пространственно согласована с модой резонатора $\tilde{u}_{m\kappa}^+(\mathbf{p}, 0)$.

Рассмотрим случай отражения оптической волны от поверхности, находящейся в крупномасштабной случайно-неоднородной непоглощающей среде. Основываясь на результатах работы [8], связь между комплексными амплитудами полей падающей и отраженной волн можно записать в виде

$$\tilde{u}_r^+(\mathbf{p}, 0; t) = -\tau_1^2 \sum_{m, \kappa} \beta_{m\kappa} \left(t - 2 \frac{|z_0|}{c} \right) e^{2ik|z_0|} \tilde{u}_{r, m\kappa}^+(\mathbf{p}, 0),$$

$$\tilde{u}_{r, m\kappa}^+(\mathbf{p}, 0) = \int e^{\frac{ik_1}{2R_1} \rho^2} G(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1; |z_0|) K_0(\mathbf{p}_1) G(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; |z_0|) e^{\frac{ik_1}{2R_1} \rho_2^2} \tilde{u}_{m\kappa}^+(\mathbf{p}_2, 0) d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2, \quad (15)$$

где z_0 — координата центра отражающей поверхности; R_1 — радиус кривизны левого зеркала; $k_1 = kn_1$, n_1 — показатель преломления подложки левого зеркала; $K(\mathbf{p})$ — коэффициент отражения поверхности; $G(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, z)$ — функция Грина крупномасштабной случайно-неоднородной среды [7–10]; $2k|z_0|$ — регулярный фазовый набег плоской волны.

Подставим выражение (15) в уравнение (14) и после необходимых преобразований перейдем к системе стохастических нелинейных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом, которая описывает генерацию лазера с внешней отражающей плоскостью в случайно-неоднородной непоглощающей среде,

$$\frac{\partial \beta_{m\kappa}(t)}{\partial t} = \frac{1}{2} \{ \sigma_+(N) - \sigma_-^{m\kappa} + 2i\Delta\omega'_{m\kappa} \} \beta_{m\kappa}(t) + \frac{c}{2l} e^{2ik|z_0|} \sum_{m'\kappa'} \gamma_{m\kappa}^{m'\kappa'} \beta_{m'\kappa'} \left(t - 2 \frac{|z_0|}{c} \right), \quad (16)$$

где

$$\gamma_{m\kappa}^{m'\kappa'} = -\tau_1^2 \int \tilde{u}_{m\kappa}^{+*}(\mathbf{p}, 0) \tilde{u}_{r, m'\kappa'}^+(\mathbf{p}, 0) d\mathbf{p}$$

— коэффициенты связи лазера с внешним отражателем для различных мод, которые представляют собой случайные комплексные величины.

Из выражения (15) следует, что поле $\tilde{u}_r^+(\mathbf{p}, 0; t)$ представляет собой суперпозицию полей отраженных от поверхности волн $\tilde{u}_{r, m'\kappa'}^+(\mathbf{p}, 0)$, причем падающая волна имеет начальное распределение в виде собственных функций пустого резонатора. Величины $\gamma_{m\kappa}^{m'\kappa'}$ пропорциональны коэффициентам разложения поля оптической волны $\tilde{u}_{r, m'\kappa'}^+(\mathbf{p}, 0)$ по собственным функциям пустого резонатора $\tilde{u}_{m\kappa}^+(\mathbf{p}, 0)$. Таким образом, коэффициенты связи лазера с внешним отражателем $\gamma_{m\kappa}^{m'\kappa'}$ описывают пространственное согласование поля отраженных волн $\tilde{u}_{r, m'\kappa'}^+(\mathbf{p}, 0)$ с модой пустого резонатора $\tilde{u}_{m\kappa}^+(\mathbf{p}, 0)$. Пространственное рассогласование полей $\tilde{u}_{r, m'\kappa'}^+(\mathbf{p}, 0)$ и $\tilde{u}_{m\kappa}^+(\mathbf{p}, 0)$ возникает из-за таких явлений, как дифракция оптической волны на апертуре лазера и отражающей поверхности, как рассеяние оптической волны на крупномасштабных неоднородностях среды и на шероховатой поверхности.

Рассмотрим режим генерации одной поперечной моды в случаях полного пространственного согласования и пространственного рассогласования полей $\tilde{u}_{r,m',k}^+(\mathbf{p}, 0)$ и $\tilde{u}_{mk}^+(\mathbf{p}, 0)$. При полном пространственном согласовании из выражения (15) следует, что

$$\tilde{u}_{r,m',k}^+(\mathbf{p}, 0) = -K_0 \tilde{u}_{m',k}^+(\mathbf{p}, 0),$$

где $K(\mathbf{p}) = -K_0$ — коэффициент отражения идеального зеркала.

Коэффициенты связи лазера с внешним отражателем для различных мод являются действительными величинами и равны

$$\gamma_{mk}^{m'k'} = \tau_1^2 K_0 \delta_{mm'} \delta_{kk'}.$$

Таким образом, система уравнений (16) принимает вид

$$\frac{\partial \beta_{mk}(t)}{\partial t} = \frac{1}{2} \{ \sigma_+(N) - \sigma_-^{mk} + 2i\Delta\omega'_{mk} \} \beta_{mk}(t) + \frac{c}{2l} \tau_1^2 K_0 e^{2ik|z_0|} \beta_{mk} \left(t - 2 \frac{|z_0|}{c} \right). \quad (17)$$

Стационарное решение уравнений (17) отлично от нулевого решения только для одной моды, для которой выполняются условия

$$\begin{aligned} \sigma_+(N) - \sigma_-^{\bar{m}\bar{k}} &= -\frac{2}{l} \tau_1^2 K_0 \cos 2k|z_0|; \\ \Delta\omega'_{\bar{m}\bar{k}} &= -\frac{c}{2l} \tau_1^2 K_0 \sin 2k|z_0|, \end{aligned} \quad (18)$$

где \bar{m}, \bar{k} — индексы, соответствующие высокодобротной поперечной моде. Возбуждение только одной моды при полном пространственном согласовании полей $\tilde{u}_{r,m',k}^+(\mathbf{p}, 0)$ и $\tilde{u}_{mk}^+(\mathbf{p}, 0)$ в случае стационарной генерации лазера является следствием независимости $\sigma_+(N)$ от пространственных координат. Отметим, что уравнение (17) для высокодобротной поперечной моды после преобразования

$$\beta_{\bar{m}\bar{k}}^-(t) = \bar{\beta}_{\bar{m}\bar{k}}^-(t) e^{i\Delta\omega'_{\bar{m}\bar{k}} t},$$

означающего различный выбор несущей частоты поля, совпадает с уравнением модели [6] в отсутствие поглощения, которое в настоящее время хорошо изучено.

Перейдем к рассмотрению режима одномодовой генерации в случае пространственного рассогласования полей $\tilde{u}_{r,m',k}^+(\mathbf{p}, 0)$ и $\tilde{u}_{mk}^+(\mathbf{p}, 0)$. Интенсивность поля высокодобротной поперечной моды превосходит на несколько порядков интенсивность остальных низкодобротных мод, поэтому можно считать, что относительная разность заселенности рабочего уровня определяется значением $|\beta_{\bar{m}\bar{k}}^-|^2$, а в сумму

$$\sum_{m'k'} \gamma_{m'k'}^{m'k'} \beta_{m'k'} \left(t - 2 \frac{|z_0|}{c} \right)$$

основной вклад вносит член $\gamma_{\bar{m}\bar{k}}^{\bar{m}\bar{k}} \beta_{\bar{m}\bar{k}}^- \left(t - 2 \frac{|z_0|}{c} \right)$.

Для такого режима генерации имеем следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial \beta_{mk}(t)}{\partial t} = \frac{1}{2} \{ \sigma_+(N) - \sigma_-^{mk} + 2i\Delta\omega'_{mk} \} \beta_{mk}(t) + \frac{c}{2l} e^{2ik|z_0|} \gamma_{\bar{m}\bar{k}}^{\bar{m}\bar{k}} \beta_{\bar{m}\bar{k}}^- \left(t - 2 \frac{|z_0|}{c} \right). \quad (19)$$

Сравним уравнения (17) и (19). Видно, что при $m = \bar{m}, k = \bar{k}$ эти уравнения отличаются друг от друга только коэффициентом при $\beta_{\bar{m}\bar{k}}^- \left(t - 2 \frac{|z_0|}{c} \right)$. Следовательно, с физической точки зрения генерация высокодобротной моды при пространственном рассогласовании эквивалентна генерации той же моды при полном пространственном согласовании полей $\tilde{u}_{r,m',k}^+(\mathbf{p}, 0)$ и $\tilde{u}_{mk}^+(\mathbf{p}, 0)$, но с другим коэффициентом отражения и эквивалентным фазовым набегом, равным $2k|z_0| + \arg \gamma_{\bar{m}\bar{k}}^{\bar{m}\bar{k}}$. В случае $m \neq \bar{m}, k \neq \bar{k}$ член с запаздывающим аргументом в уравнении (19) играет роль внешнего источника. При стационарной генерации внешний источник приводит к подпороговому возбуждению низкодобротных мод, что при полном согласовании полей $\tilde{u}_{r,m',k}^+(\mathbf{p}, 0)$ и $\tilde{u}_{mk}^+(\mathbf{p}, 0)$ не происходит. Таким обра-

зом, при стационарной генерации лазера основной причиной подпорогового возбуждения низкооборотных мод является пространственное рассогласование полей $\tilde{u}_{r,m,\bar{k}}^+(\rho, 0)$ и $\tilde{u}_{m\bar{k}}^+(\rho, 0)$.

3. Гетеродинный лазерный прием оптических полей

Систему уравнений (16) можно исследовать либо численными методами, либо методами теории стохастических дифференциальных уравнений [7, 16]. В данной статье ограничимся рассмотрением системы уравнений (16) с помощью теории возмущений применительно к проблеме гетеродинного лазерного приема оптических полей. Малым параметром задачи являются $\gamma_{m\bar{k}}^{m'\bar{k}'}$. Положим

$$\beta_{m\bar{k}}(t) = \beta_{m\bar{k},0}(t) + \beta_{m\bar{k},1}(t) + \dots, \quad (20)$$

$$\omega = \omega_0 + \omega_1 + \dots, \quad (21)$$

где $\beta_{m\bar{k},0}(t)$, ω_0 — члены разложения $\beta_{m\bar{k}}(t)$ и ω нулевого порядка по малым параметрам $\gamma_{m\bar{k}}^{m'\bar{k}'}$; $\beta_{m\bar{k},1}(t)$, ω_1 — члены разложения первого порядка малости.

При гетеродинном приеме физический интерес представляет величина полного потока энергии

$$p^\pm = \int |u^\pm(\rho, z; t)|^2 d\rho. \quad (22)$$

Информативной частью полного потока энергии является его когерентная составляющая, которая в первом порядке теории возмущений в случае квазистационарной генерации выражается в следующем виде:

$$p_c^\pm = \beta_{m\bar{k},0}^* \beta_{m\bar{k},1}^- + \beta_{m\bar{k},0}^- \beta_{m\bar{k},1}^*. \quad (23)$$

Для теоретических расчетов удобно ввести величину комплексной когерентной составляющей полного потока энергии в следующем виде:

$$\hat{p}_c^\pm = \beta_{m\bar{k},0}^* \beta_{m\bar{k},1}^-.$$

Применяя стандартные методы теории возмущений к уравнению (16), получаем, что для коэффициента усиления активной среды, зависящего только от $|\beta_{m\bar{k}}|^2$, выражение для комплексной когерентной составляющей полного потока энергии принимает вид

$$\hat{p}_c^\pm = \frac{c}{2l} \frac{\tau_1 e^{2ik_0|z_0|}}{\partial \sigma_+ (N_0) / \partial |\beta_{m\bar{k},0}|^2} \int \tilde{u}_{m\bar{k}}^{+*}(\rho, 0) \tilde{u}_{r,m\bar{k}}^+(\rho, 0) d\rho, \quad (24)$$

где N_0 — относительная разность заселенности рабочего перехода уединенного лазера; $k_0 = \omega_0/c$.

Сравним гетеродинный прием на лазер с обычным гетеродинным детектированием оптических полей, имеющих случайное или детерминированное пространственное распределение. Из формулы (24) видно, что эти два способа приема отличаются друг от друга видом функции пропускания приемника. В случае обычного гетеродинного детектирования функция пропускания определяется характеристиками входной апертуры и полем опорной волны [4, 5]. При гетеродинном приеме на лазер роль функции пропускания играют собственные функции пустого резонатора. Вид собственных функций пустого резонатора определяется параметрами самого резонатора и значением индексов высокодобротной моды \bar{m} , \bar{k} . Таким образом, меняя параметры резонатора и значение индексов высокодобротной моды, можно существенно менять свойства лазерного приемника. Например, собственные функции пустого устойчивого резонатора с бесконечными зеркалами имеют вид [13, 14]

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{m\bar{k}}^+(\rho, 0) &= \tilde{u}_{\bar{m}}^+(x) \tilde{u}_{\bar{k}}^+(y); \\ \tilde{u}_{\bar{m}}^+(t) &= \frac{1}{\sqrt{a 2^m m! \sqrt{\pi}}} H_m(t/a) e^{-t^2/2a^2}, \end{aligned} \quad (25)$$

где $H_m(t/a)$ — полиномы Эрмита; a — параметр распределения, который выражается через элементы лучевой матрицы следующим образом:

$$a^4 = \frac{1}{k_{\bar{m}\bar{k}}^2} \left(-\frac{AB}{CD} \right). \quad (26)$$

Элементы лучевой матрицы имеют вид

$$A = 1 - \frac{l}{R_1}, \quad B = l,$$

$$C = -\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{l}{R_1 R_2}, \quad D = 1 - \frac{l}{R_2}, \quad (27)$$

где R_2 — радиус кривизны правого зеркала. Из выражений (25)–(27) следует, что свойства лазерного приемника с устойчивым резонатором и бесконечными концевыми зеркалами при фиксированных значениях индексов \bar{m}, \bar{k} определяются только геометрическими размерами самого резонатора; радиусами кривизны левого и правого зеркал R_1, R_2 и длиной резонатора l .

Для низшего набора индексов $\bar{m} = \bar{k} = 0$ функция пропускания приемника представляет собой гауссовское распределение. Диаграмма направленности такого приемника имеет один лепесток, максимум которого совпадает с направлением оптической оси резонатора. Оценим величину угла поля зрения приемника. С этой целью поле $\tilde{u}_{r,00}^+(\rho, 0)$ представим в виде плоской волны с единичной амплитудой, падающей на лазерный приемник под углом α . Тогда значение поля $\tilde{u}_{r,00}^+(\rho, 0)$ на поверхности левого зеркала запишется в виде

$$\tilde{u}_{r,00}^+(\rho, 0) = \exp \left\{ \frac{ik_1}{2R_1} \rho^2 + ik_2 \mathbf{q} \rho \right\}, \quad (28)$$

где \mathbf{q} — единичный вектор.

Определим угол поля зрения как величину угла α_0 , на котором значение квадрата модуля комплексной когерентности составляющей полного потока энергии при приеме оптического излучения вида (28) спадает на уровень e^{-1} от его максимума. В зависимости от радиуса кривизны левого зеркала выделяются два режима гетеродинного приема на лазер. Первый режим соответствует случаю лазерного приемника с плоским левым зеркалом $R_1 \rightarrow \infty$. Угол поля зрения такого лазерного приемника определяется его дифракционной разрешающей способностью

$$\alpha_0 = 1/ka. \quad (29)$$

Во втором режиме приема на лазер, в случае конечных значений радиуса кривизны левого зеркала R_1 , угол поля зрения равен

$$\alpha_0 = \frac{a}{R_1} n_1. \quad (30)$$

Полученному результату можно дать следующую интерпретацию. Поле $\tilde{u}_{r,00}^+(\rho, 0)$ в общем случае можно представить в виде разложения по плоским волнам, падающим на лазерный приемник под различными углами. Известно [5], что суперпозиция плоских волн, приходящих из телесного угла, определяемого дифракционной разрешаемой способностью приемника, называется одной пространственной модой. Из выражения (29) следует, что в первом режиме гетеродинный лазерный приемник регистрирует одну пространственную моду приходящего поля. Такой режим детектирования является одномодовым. Во втором режиме, как это видно из формулы (30), приемник регистрирует излучение, заключенное в нескольких пространственных модах приходящего поля. Данный режим следует назвать многомодовым. Отметим, что одномодовый и многомодовый режимы приема на лазер имеют свои аналоги при обычном гетеродинном детектировании [5].

Таким образом, отклик лазерного приемника на слабое оптическое излучение, отраженное от поверхности, находящейся в крупномасштабной случайно-неоднородной среде, задается формулой (24), а на сигнал произвольной амплитуды — системой уравнений (16). В общем случае при описании реакции лазерного приемника на оптическое излучение, рассеянное на атмосферном объекте, необходимо исходить из системы уравнений (14).

1. Казарян Р. А., Мнацаканян Т. А. // Квантовая электроника. 1987. Т. 14. № 3. С. 607–609.
2. Зуев В. Е., Землянов А. А., Копытин Ю. Д. Нелинейная оптика атмосферы. Л.: Гидрометеопиздат, 1989. 256 с.
3. Хазанов А. М., Коганов Г. А., Гордов Е. П. // Оптика атмосферы 1989. Т. 2. № 8. С. 862–868.
4. Казарян Р. А. Гетеродинный прием оптического сигнала и его применение // Итоги науки и техники. Радиотехника. Т. 33. М.: ВИНТИ, 1984. 294 с.
5. Протопопов В. В., Устинов Н. Д. Лазерное гетеродинирование. М.: Наука, 1985. 288 с.
6. Сурис Р. А., Тагер А. А. // Квантовая электроника. 1984. Т. 11. № 1. С. 35–43.
7. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. М.: Наука, 1979. 464 с.

8. Орлов В.М., Самохвалов И.В., Матвиенко Г.Г. и др. Элементы теории светорассеяния и оптическая локация. Новосибирск: Наука, 1982. 235 с.
9. Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В. Оптика турбулентной атмосферы. Л.: Гидрометеониздат, 1988. 270 с.
10. Лукин В.П. Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 248 с.
11. Ньютон Р. Теория рассеяния волн. М.: Мир, 1969. 608 с.
12. Кросиньяни Б., Ди Порто П., Бертоллотти М. Статистические свойства рассеянного света. М.: Наука, 1980. 206 с.
13. Вайнштейн Л.А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. М.: Советское радио, 1966. 476 с.
14. Ананьев Ю.А. Оптические резонаторы и проблема расходимости лазерного излучения. М.: Наука, 1979. 328 с.
15. Казанцев А.П., Кривошеков Г.В., Смирнов В.С. О флуктуациях излучения твердотельных лазеров. Новосибирск, 1979. 45 с. (Препринт/ИАЭМ, № 88).
16. Кляцкин В.И. Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах. М.: Наука, 1980. 226 с.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР,
Томск

Поступила в редакцию
21 февраля 1991 г.

A. P. Shelekhov. Spatial Structure of the Light Field Inside the Laser Cavity with an External Reflector.

The problem of generation of laser emission in the cavity with external reflector and spatial mismatch between the incident and reflected waves is discussed. A system of equations is derived for the coefficients of series expansion of the light field over the eigenfunctions of empty resonator in the case of spatially homogeneous lasing medium. The derivation was made within the framework of a semiclassical laser theory. A comparison of techniques for recording optical fields using heterodyne detection and coherent laser detection is carried out. It is shown that the techniques differ only by shapes of the transmission functions of the detectors. In the latter case the transmission function is presented by the eigenfunctions of the empty resonator.