

# Дифракционное сжатие коротких импульсов

И.В. Залозная, А.В. Фалиц\*

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

Поступила в редакцию 26.02.2009 г.

Представлены результаты расчета средней интенсивности частично когерентных световых импульсов, распространяющихся в свободном пространстве, при произвольных условиях дифракции на передающей апертуре. Показано, что уменьшение длительности импульса приводит к уменьшению дифракционного размежа пучка по сравнению с пучками непрерывного излучения.

*Ключевые слова:* короткие импульсы, коллинированный пучок, непрерывное излучение.

В последние десятилетия неослабевающее внимание исследователей вызывает оптика коротких световых импульсов [1]. Особенно активно после экспериментальной демонстрации возможности создания суперконтинуума белого света с использованием лазерных импульсов фемтосекундной длительности на расстояниях более 10 км [2–4] ведутся исследования атмосферного распространения коротких лазерных импульсов и процессов, сопровождающих их распространение в атмосфере [5, 6]. Продолжают оставаться предметом исследований и вопросы, связанные с пространственно-временной трансформацией формы импульсов при распространении в свободном пространстве [7–11]. Даже в этом относительно простом случае многие задачи остаются нерешенными. В частности, исследования формы и спектральных и когерентных свойств коротких импульсов выполнены, главным образом, лишь для частного случая дальней волновой зоны [7–9, 12, 13] и не дают информации о трансформации импульса при всех возможных режимах дифракции на передающей апертуре лазерного источника. В явном виде не обсуждаются вопросы влияния широкополосности на параметры коротких световых импульсов при их распространении на значительные расстояния.

В данной статье представлены результаты анализа средней интенсивности частично когерентных коротких световых импульсов, распространяющихся в свободном пространстве без ограничения на дифракционный режим.

В скалярном приближении волновое уравнение для напряженности электрического поля  $E(\mathbf{r}, t)$  в однородной среде имеет вид

$$\Delta E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ;  $\mathbf{r} = \{x, y, z\}$  – трехмерный вектор;  $t$  – время;  $c$  – скорость света. Выберем ось  $x$  в направлении распространения волны и предположим, что в плоскости  $x = 0$  поле  $E(x = 0, y, z, t) = E_0(y, z, t) = F(y, z)G(t)$ . Введем преобразование Фурье по времени

$$E(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int E(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega t} dt.$$

Тогда для спектральной амплитуды  $E(\mathbf{r}, \omega)$  из (1) получаем уравнение

$$\Delta E(\mathbf{r}, \omega) + k^2 E(\mathbf{r}, \omega) = 0 \quad (2)$$

с граничным условием

$$E_0(\mathbf{r}, \omega) = F(y, z)G(\omega),$$

где

$$k = \omega/c; G(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int G(t) e^{i\omega t} dt.$$

Решение уравнения (2) может быть представлено в виде разложения по плоским волнам [14]:

$$E(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \int d\boldsymbol{\kappa} F(\boldsymbol{\kappa}) e^{-i(\boldsymbol{\kappa}\rho - i\boldsymbol{\kappa}_x x)}, \quad (3)$$

где  $\boldsymbol{\kappa}_x$  удовлетворяет соотношению

$$\boldsymbol{\kappa}_x = (k^2 - \boldsymbol{\kappa}^2)^{1/2} = (\omega^2/c^2 - \boldsymbol{\kappa}^2)^{1/2},$$

$$F(\boldsymbol{\kappa}) = \frac{1}{4\pi^2} \int d\boldsymbol{\rho} F(\boldsymbol{\rho}) e^{i\boldsymbol{\kappa}\rho}, \quad \boldsymbol{\kappa} = \{\kappa_y, \kappa_z\}, \quad \boldsymbol{\rho} = \{y, z\}.$$

\* Ия Викторовна Залозная (iya@iao.ru); Андрей Вячеславович Фалиц (falits@iao.ru).

Для бегущих волн  $|\kappa| \leq k = \omega/c$  и без практических ограничений на длину трассы [13]  $\kappa_x$  можно представить в виде разложения в ряд Тейлора, ограничившись двумя первыми слагаемыми этого ряда:  $\kappa_x = \omega/c - \frac{1}{2}c/\omega^2$ . В результате с использованием выражения (3) для спектральной амплитуды после вычисления обратного преобразования Фурье по времени для напряженности электрического поля получаем

$$E(x, \mathbf{p}, t) = \int d\omega U(\mathbf{p}, \omega) \exp \left\{ -i\omega \left( t - \frac{x}{c} \right) \right\}, \quad (4)$$

где

$$U(\mathbf{p}, \omega) = \frac{k}{2\pi ix} \int d\mathbf{p}' U_0(\mathbf{p}', \omega) \exp \left\{ i \frac{k(\mathbf{p} - \mathbf{p}')^2}{2x} \right\},$$

$U_0(\mathbf{p}', \omega) = F(\mathbf{p}')G(\omega)$  – комплексная амплитуда начального поля на частоте  $\omega$ . Откуда для пространственно-временной функции взаимной когерентности  $\Gamma_2(x, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; t_1, t_2) = \langle E(x, \mathbf{p}_1, t_1) E^*(x, \mathbf{p}_2, t_2) \rangle$ , где угловые скобки означают усреднение по ансамблю, в предположении спектральной «чистоты» источника [15], когда пространственно-временная корреляционная функция начального поля может быть представлена в факторизованном виде, получаем

$$\begin{aligned} \Gamma_2(x, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; t_1, t_2) &= \\ &= (2\pi x)^{-2} \int d\omega_{1,2} k_1 k_2 e^{-i(\omega_1 \eta_1 - \omega_2 \eta_2)} \tilde{\Gamma}_t(\omega_1, \omega_2) \times \\ &\quad \times \int d\mathbf{p}'_{1,2} \Gamma_0(\mathbf{p}'_1, \mathbf{p}'_2, \omega_1, \omega_2) \times \\ &\quad \times \exp \left\{ i \frac{k_1(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}'_1)^2}{2x} - i \frac{k_2(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}'_2)^2}{2x} \right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

В (5) функция  $\tilde{\Gamma}_t(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int dt_{1,2} e^{i\omega_1 t_1 - i\omega_2 t_2} \times \Gamma_t(t_1, t_2)$  представляет собой преобразование Фурье временной функции взаимной когерентности поля источника [13]:

$$\begin{aligned} \Gamma_t(t_1, t_2) &= \\ &= \Gamma_{t0} \exp \left\{ -\frac{(t_1 + t_2)^2}{2T^2} - \frac{(t_1 - t_2)^2}{T_0^2} + i\omega_0(t_1 - t_2) \right\}; \end{aligned} \quad (6)$$

$\frac{1}{T_0^2} = \frac{1}{2T^2} + \frac{1}{T_k^2}$ ,  $T$  – длительность импульса;  $T_k$  – время когерентности поля источника;  $\omega_0$  – центральная частота спектра излучения;

$$\begin{aligned} \Gamma_0(\mathbf{p}'_1, \mathbf{p}'_2, \omega_1, \omega_2) &= \\ &= \Gamma_{20} \exp \left\{ -\frac{\mathbf{p}'_1^2 + \mathbf{p}'_2^2}{2a^2} - \frac{(\mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}'_2)^2}{\rho_0^2} - i \frac{k_1}{2F} \mathbf{p}'_1^2 + i \frac{k_2}{2F} \mathbf{p}'_2^2 \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

– функция пространственной когерентности поля источника [16];  $a$  и  $F$  – эффективный радиус передающей апертуры и радиус кривизны фазового фронта в ее центре;  $\rho_0$  – радиус пространственной когерентности начального поля;  $\Gamma_{t0}$  и  $\Gamma_{20}$  – числовые константы;  $\eta_i = t_i - x/c$ ;  $k_i = \omega_i/c$ ,  $i = 1, 2$ .

Подстановка (6), (7) в (5) и проведение интегрирования по пространственным координатам позволяют получить

$$\begin{aligned} \Gamma_2(x, \mathbf{R}, \mathbf{p}, t, \tau) &= \frac{1}{2\pi} (\omega_0 T)^2 \Omega_0^2 \left( \frac{T_0}{T} \right)^2 \times \\ &\quad \times \exp \left\{ -\frac{1}{4} \left( \frac{T_0}{T} \right)^2 (\omega_0 T)^2 \right\} \int d\Omega_{1,2} \frac{(\Omega_1^2 - \Omega_2^2)}{\Omega_{ds}^2} \times \\ &\quad \times \exp \left\{ i 2 \Omega_2 \frac{t - x/c}{T} (\omega_0 T) - i \Omega_1 \frac{\tau}{T} (\omega_0 T) - \Omega_2^2 (\omega_0 T)^2 - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{4} \Omega_1^2 \left( \frac{T_0}{T} \right)^2 (\omega_0 T)^2 - \frac{1}{2} \Omega_1 \left( \frac{T_0}{T} \right)^2 (\omega_0 T)^2 \right\} \times \\ &\quad \times \exp \left\{ i \frac{\Omega_2}{\Omega_0} \left( \frac{R^2}{a_g^2} + \frac{\rho^2}{4a_g^2} \right) + i \frac{\Omega_1}{\Omega_0} \frac{\mathbf{R}}{a_g} \frac{\mathbf{p}}{a_g} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\Omega_d} \left[ \frac{\mathbf{R}}{a_g} \Omega_2 + \frac{1}{2} \frac{\mathbf{p}}{a_g} \Omega_1 \right]^2 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\left[ (\Omega_s \Omega_2 - i \Omega_d \Omega_1) \frac{\mathbf{R}}{a_g} + \frac{1}{2} (\Omega_s \Omega_1 - i \Omega_d \Omega_2) \frac{\mathbf{p}}{a_g} \right]^2}{2 \Omega_d \Omega_{ds}^2} \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \frac{\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2}{2}, \quad \mathbf{p} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2; \quad t = \frac{t_1 + t_2}{2}; \quad \tau = t_1 - t_2; \\ \Omega_{ds}^2 &= 4(a/\rho_0)^2 \Omega_d + \Omega_d^2 + \Omega_s^2, \quad \Omega_d = 1 - i \left( 1 - \frac{x}{F} \right) \Omega_0 \Omega_2, \\ \Omega_s &= \left( 1 - \frac{x}{F} \right) \Omega_0 \Omega_1, \quad \Omega_0 = \frac{k_0 a^2}{x}; \quad a_g = \frac{x}{ka}, \quad k_0 = \omega_0/c. \end{aligned}$$

При фокусировке излучения на выбранную дальность ( $x/F = 1$ ) или в режиме дальней волновой зоны  $\Omega_0 \ll 1$  параметры  $\Omega_d$  и  $\Omega_s$  принимают значения, равные 1 и 0 соответственно, и двухкратный интеграл (8) вычисляется аналитически. В итоге получаем результаты [13]. При переходе к непрерывному излучению  $T \rightarrow \infty$  (8) сводится к результатам [17] для однородной среды. В общем случае интеграл (8) можно рассчитать лишь численно. Для этого мы использовали стандартные процедуры численного интегрирования, имеющиеся в среде LabView. Вычисления проводились при  $\mathbf{p} = 0$ , т.е. рассматривалась средняя интенсивность частично когерентного импульса при различных режимах дифракции на передающей апертуре.

На рис. 1 представлены результаты расчета средней интенсивности в поперечном сечении импульсного сфокусированного и коллимированного гауссовых пучков. По оси ординат интенсивность нормирована на свое значение при  $R = 0$ , по оси абсцисс отложена координата вдоль радиуса пучка  $R$ , нормированная на дифракционный радиус пучка  $\sqrt{2}a_g$  в случае непрерывного режима излучения. Видно, что с уменьшением длительности импульса поперечные размеры пучка уменьшаются по сравнению с пучками непрерывного излучения. При этом относительное уменьшение дифракционных размеров коллимированного пучка с числом Френеля  $\Omega_0 = 100$  существенно превосходит уменьшение размеров сфокусированного пучка при таких же значениях числа Френеля  $\Omega_0$ .

Ухудшение пространственной когерентности начального поля импульса приводит к еще большему уменьшению дифракционных размеров пучка относительно размеров частично когерентного пучка непрерывного излучения. На рис. 2 представлены результаты расчета средней интенсивности простран-

ственно частично когерентного коллимированного пучка с числом Френеля  $\Omega_0 = 1$ , при котором этот эффект наиболее существен.

При фокусировке излучения и для коллимированных пучков с  $\Omega_0 > 1$  пространственная когерентность начального поля оказывается на относительном уменьшении дифракционных размеров импульсного излучения по сравнению с непрерывным в меньшей степени.

Уменьшение времени когерентности излучения, как это следует из рис. 3, приводит к подавлению эффекта дифракционного сжатия импульса.

Это относится в равной степени и к сфокусированным (рис. 3, а, б), и к коллимированным (рис. 3, в, г) пучкам. Частичная пространственная когерентность импульса является доминирующим фактором по сравнению с временной когерентностью. Из рис. 4 следует, что эффективный дифракционный размер импульсного частично когерентного в пространстве пучка ( $a/\rho_0 = 5$ ) практически не зависит от его временной когерентности.

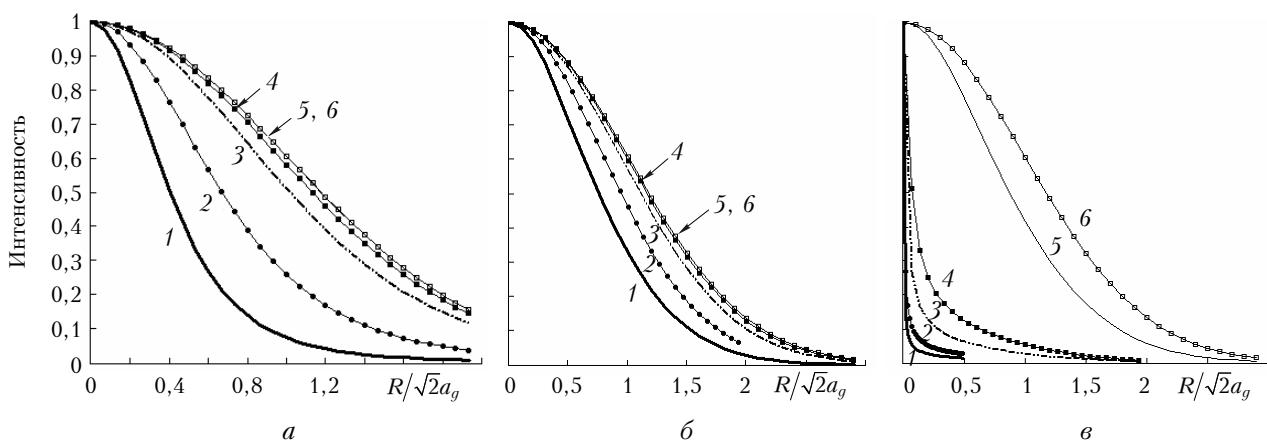


Рис. 1. Интенсивность импульсного гауссова пучка: а – сфокусированный пучок,  $\Omega_0 = 100$ ; б, в – коллимированный ( $x/F = 0$ ) пучок,  $\Omega_0 = 1$  (б), 100 (в); 1–6 соответствуют значениям параметра  $\omega_0 T = 1$  (1), 2 (2), 5 (3), 10 (4), 100 (5), 1000 (6)

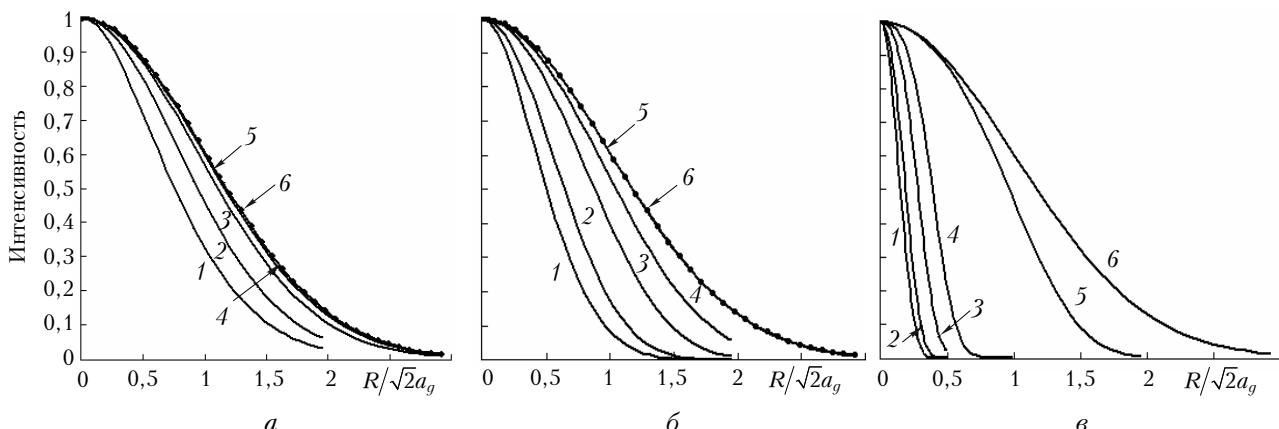


Рис. 2. Средняя интенсивность пространственно частично когерентного коллимированного гауссова импульса:  $\Omega_0 = 1$ ;  $a/\rho_0 = 0$  (а), 1 (б), 5 (в);  $\omega_0 T = 1$  (1), 2 (2), 5 (3), 10 (4), 100 (5), 1000 (6)

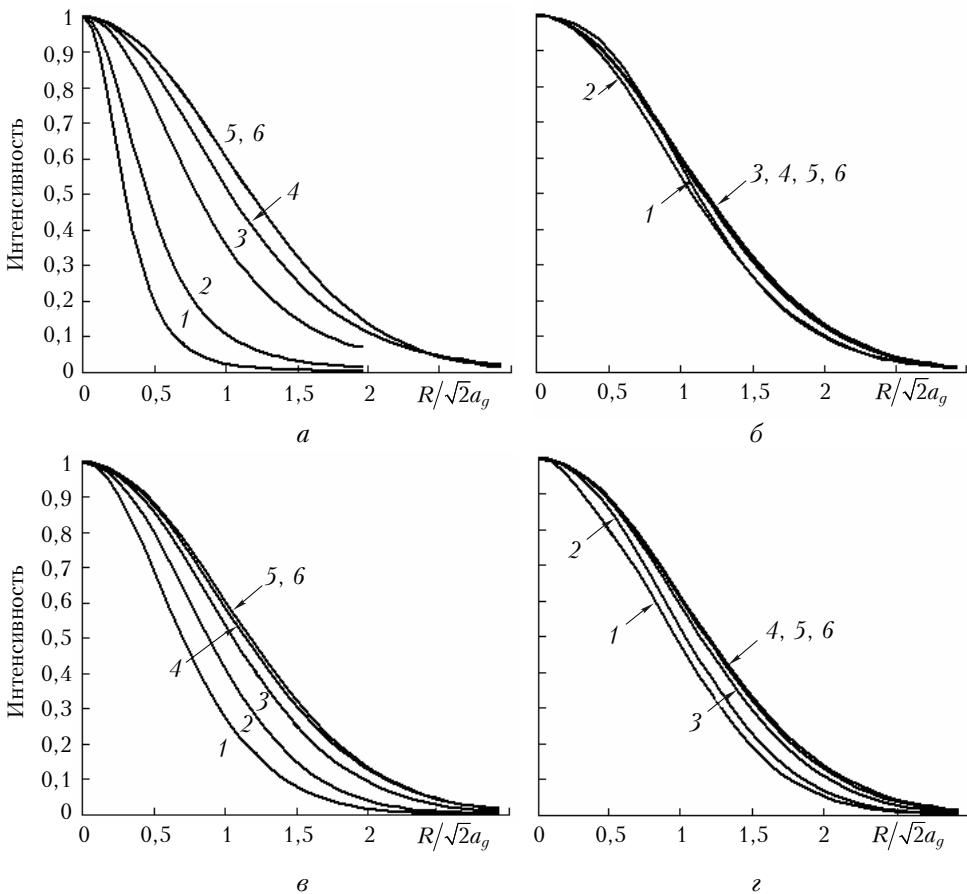


Рис. 3. Средняя интенсивность гауссова импульса, частично когерентного во времени: *a*, *б* – сфокусированный пучок,  $\Omega_0 = 10$ ;  $T_0/T = 0,5$  (*a*), 10 (*б*); *в*, *г* – коллимированный пучок,  $\Omega_0 = 1$ ;  $T_0/T = 0,5$  (*в*), 10 (*г*)

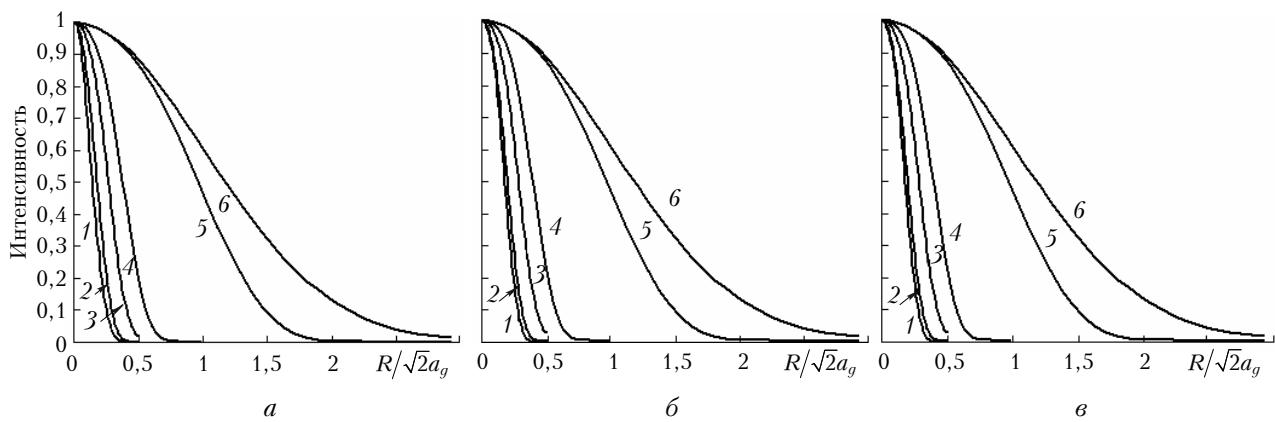


Рис. 4. Средняя интенсивность импульсного коллимированного гауссова пучка, частично когерентного во времени и пространстве:  $\Omega_0 = 1$ ;  $a/\rho_0 = 5$ ;  $T_0/T = 0,1$  (*а*), 10 (*б*), 100 (*в*)

Авторы выражают признательность В.А. Банаху за постановку задачи и внимание к работе.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 09-02-91224-СТ.

1. Ахманов С.А., Выслouch В.А., Чиркин А.С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М.: Наука, 1988. 312 с.
2. Woste L., Wedekind C., Wille H., Rairoux P., Stein B., Nikolov S., Werner Ch., Niedermeier S., Ronneberger F.

Schillinger H., Sauerbrey R. Femtosecond Atmospheric Lamp // Laser und Optoelektronik. 1997. V. 29. N 5. P. 51–53.

3. Rairoux P., Niedermeier S., Rodriguez M., Ronneberger F., Sauerbrey R., Schillinger H., Stein B., Waite D., Wedekind C., Wille H., Woste L. Femtosecond White Light Lidar // Nineteenth Int. Laser Radar Conf. NASA/CP-1998-207671/PT1. 1998. P. 627–630.
4. Wille H., Niedermeier S., Rairoux P., Rodriguez M., Ronneberger F., Sauerbrey R., Schillinger H., Stein B., Waite D., Wedekind C., Woste L. Characterization of

- white light generated in the atmosphere and the use for atmospheric remote sensing with LIDAR // Nineteenth Int. Laser Radar Conf. NASA/CP-1998-207671/PT1. 1998. P. 823–825.
5. Шленов С.А., Кандидов В.П. Формирование пучка фильтров при распространении фемтосекундного лазерного импульса в турбулентной атмосфере. Ч. 2. Статистические характеристики // Оптика атмосф. и океана. 2004. Т. 17. № 8. С. 637–641.
  6. Багаев С.Н., Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Кабанов А.М., Матвеенко Г.Г., Пестряков Е.В., Степанов А.Н., Трунов В.И. Лабораторные и численные эксперименты по прохождению мощного лазерного фемтосекундного излучения через воздушную и капельную среды // Оптика атмосф. и океана. 2007. Т. 20. № 5. С. 413–418.
  7. Zhongyang Wang, Zhenquan Zhang, Zhizhan Xu, Qiang Lin. Spectral and temporal properties of ultrashort light pulse in the far zone // Opt. Commun. 1996. V. 123. P. 5–10.
  8. Sheppard C.J.R., Xiaosong Gan. Free-space propagation of femto-second light pulses // Opt. Commun. 1997. V. 133. P. 1–6.
  9. Carlos J.Z.-R. Spectral Anomalies in supercontinuum focused waves // Opt. Commun. 2006. V. 263. P. 131–134.
  10. Lajunen H., Vahimaa P., Tervo J. Theory of spatially and spectrally partially coherent pulses // J. Opt. Soc. Amer. A. 2005. V. 22. N 8. P. 1536–1545.
  11. Saastamoinen K., Turunen J., Vahimaa P. Time-dependent physical spectra of Gaussian–Schell-model pulses // Opt. Commun. 2007. V. 271. P. 309–315.
  12. Christov I.P. Propagation of partially coherent light pulses // Opt. Acta. 1986. V. 33. N 1. P. 63–72.
  13. Christov I.P. Propagation of femtosecond light pulses // Opt. Commun. 1985. V. 53. N 6. P. 364–366.
  14. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. М.: Наука, 1979. 383 с.
  15. Перина Я. Когерентность света. М.: Мир, 1974. 320 с.
  16. Гуревич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
  17. Банах В.А. Пространственно-временная когерентность немонохроматического лазерного излучения в турбулентной атмосфере // Квант. электрон. 2006. Т. 36. № 3. С. 253–256.

*I.V. Zaloznaya, A.V. Falits. Diffractive contraction of short pulses.*

The results of calculation of the mean intensity of short partially coherent laser pulses propagating in free space are presented in the paper. The calculations were performed for arbitrary diffractive parameters of laser transmitting aperture and pulse durations. It is shown that decrease of laser pulse duration leads to contraction of diffractive size of pulsed laser beams as compared to beams of continuous radiation.