

О.В. Шефер

## Оптическая модель для исследования характеристик света, прошедшего через ориентированную пластинку

*Томский государственный университет,  
Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск*

Поступила в редакцию 13.05.2004 г.

Разработана оптическая модель частицы для исследования энергетических и поляризационных характеристик света, прошедшего через ориентированную полупрозрачную пластинку. Для любой точки передней полусферы в рамках метода физической оптики получены соотношения для сечений рассеяния, пропорциональных соответствующим параметрам вектора Стокса. Представленные выражения связывают физические параметры частицы (геометрические размеры, показатель преломления) и параметры падающего излучения (длину волны, состояние поляризации) с характеристиками излучения, прошедшего через кристалл при различных положениях источника, приемника и кристалла.

### Введение

Облака играют определяющую роль в тепловом балансе системы «земля–атмосфера». К настоящему времени сложные по структуре кристаллические облака еще слабо изучены. Для численного исследования трансформации света, прошедшего через атмосферные образования, прежде всего следует разработать модель отдельной частицы, позволяющую адекватно установить зависимость характеристик светорассеяния от параметров падающего излучения и параметров рассеивателя. Для мелких и крупных кристаллов с хаотической ориентацией проблема ослабления широко отражена в научной литературе [1, 2]. Для частиц сферической и несферической форм получены матрицы экстинкции. Эти модели позволили оценить как интенсивность, так и поляризационные свойства трансформированного излучения в направлении распространения электромагнитной волны.

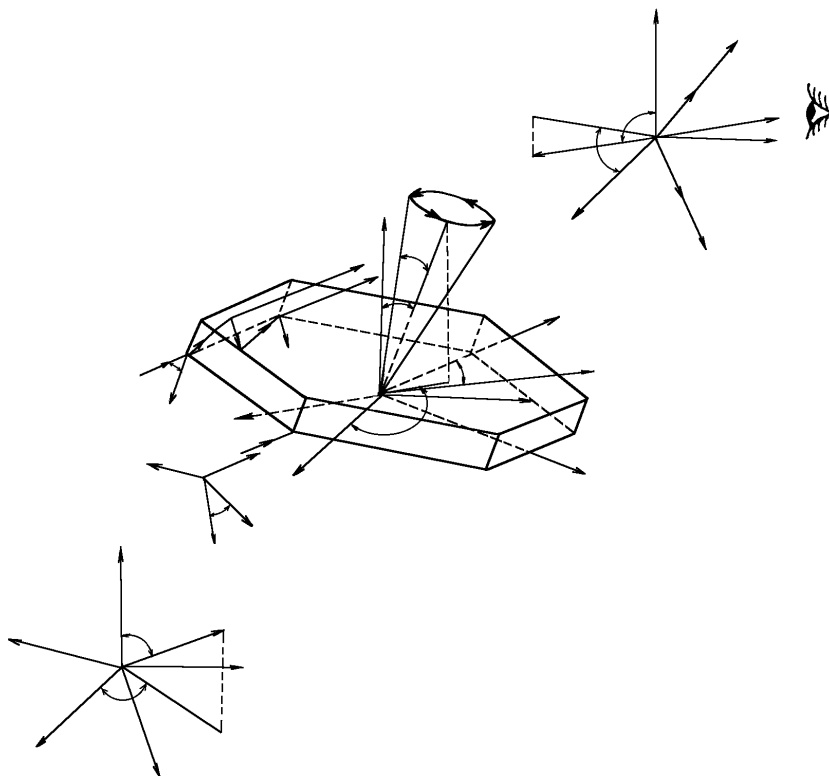
Преимущественная ориентация кристаллов, как правило, приводит к анизотропии рассеяния. В силу сложности описания трансформации света, прошедшего через совокупность ориентированных полупрозрачных кристаллов, проблема ослабления света ледяными атмосферными образованиями остается открытой. При определении ослабления света ориентированными кристаллами, имеющими плоскопараллельные грани, следует учитывать соизмеримость дифракционного поля и поля рефракционных лучей, прошедших через частицу [3, 4]. Метод физической оптики позволяет когерентно сложить вышеупомянутые поля и при определении полного рассеянного поля в дальней зоне учесть волновую природу электромагнитного излучения.

Характеристики светорассеяния являются весьма чувствительными к изменению микрофизических и оптических свойств ориентированных кристаллов, особенно вблизи направления вперед. Для анализа ослабления света ориентированными кристаллами

в основном получены такие характеристики, как сечение или фактор ослабления (для отдельных частиц) [5, 6] и коэффициент ослабления (для системы частиц) [7]. Численные исследования показали, что фактор ослабления для ледяных пластинок может меняться в пределах от 0 до 4. В случае увеличения пар плоскопараллельных граней границы изменения этой характеристики сужаются [8]. Кроме того, нарушение «параллельности» граней также приводит к стремлению фактора ослабления к своему асимптотическому значению, равному 2. Таким образом, среди всех типов кристаллов по характеру ослабления выделяются ледяные пластинки. В данной статье именно для этого типа кристаллов в рамках метода физической оптики строится численная модель для расчета энергетических и поляризационных характеристик света, рассеянного в передней полусфере.

### Взаимосвязь положений источника, приемника и рассеивателя для определения характеристик светорассеяния в передней полусфере

Применительно к определению характеристик светорассеяния для любой точки передней полусферы представим необходимые угловые характеристики, связывающие положения источника, приемника и частицы (рисунок). Пусть в точке  $O_1$  находится источник излучения, в точке  $O_2$  — приемник, в точке  $O_3$  — частица;  $Oxyz$  — абсолютная система координат, относительно которой вводятся еще три системы координат  $O_1x_1y_1z_1$ ,  $O_2x_2y_2z_2$  и  $O_3x_3y_3z_3$ , связанные соответственно с источником, приемником и рассеивателем. Координатная плоскость  $Oxy$  параллельна поверхности земли, а вдоль оси  $Oz$  направлена нормаль к ней.



Совокупность систем координат для описания рассеяния света в передней полусфере

Распространение падающего излучения совпадает с положительным направлением оси  $O_1z_1$ . Волновой вектор Пойнтинга  $\mathbf{k}$  указывает направление падения света на основание пластинки. Очевидно, что  $\mathbf{k} \parallel O_1z_1$ . Электрические составляющие падающей волны эллиптической поляризации ( $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$ ) располагаются соответственно вдоль осей  $O_1x_1$  и  $O_1y_1$ ;  $\mathbf{n}_\perp$  — нормаль к плоскости падения. В качестве рассеивающей частицы представлена ориентированная пластинка. Плоскость, проходящая через основание кристалла, есть координатная плоскость  $O_3x_3y_3z_3$ ;  $\beta$  — угол между направлением падения излучения  $\mathbf{k}$  (или осью  $O_1z_1$ ) и нормалью  $\mathbf{n}$  к основанию пластинки (или осью  $O_3z_3$ ). Электромагнитное поле, представленное лучами, вышедшими после ряда внутренних переотражений, формируется в направлении  $O_3z_3$ . Вектор  $\mathbf{k}_f$  указывает направление выхода из пластинки рефракционных лучей. Очевидно, что  $\mathbf{k} \parallel \mathbf{k}_f \parallel O_3z_f$ . Угол высоты  $\psi$  и угол широты  $\xi$  задают возможные положения пластинки, вызванные ее колебанием относительно оси  $O_3z_3$ . При фиксированном значении  $\psi$  и при непрерывном изменении  $\xi$  от 0 до  $2\pi$  нормаль к основанию пластинки опишет конус с осью  $O_3z_3$ . Прием рассеянного излучения производится в направлении  $\mathbf{k}_{sc}$  (или оси  $O_2z_2$ ), а ось  $O_2y_2$  параллельна горизонтальной плоскости (или плоскости земли).  $\mathbf{E}_I, \mathbf{E}_{II}$  — составляющие поля, регистрируемого на приемнике. Они располагаются вдоль осей  $O_2x_2$  и  $O_2y_2$  соответственно. Отклонение направления приема от линии выхода лучей из пластинки (т.е. угол между направлениями  $O_3z_f$  и  $\mathbf{k}_{sc}$ ) обозначим как  $\vartheta$ .

Для представления нормированных характеристик светорассеяния достаточно определить угловое положение единичных векторов, задающих составляющие рассеянного поля. В связи с этим центры всех четырех систем координат совместим в одной точке  $O$  и определим угловые зависимости орт  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$  абсолютной системы координат с ортами  $(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i, \mathbf{z}_i)$  следующим соотношением:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix} = S_i \begin{pmatrix} \mathbf{x}_i \\ \mathbf{y}_i \\ \mathbf{z}_i \end{pmatrix}, \quad i=1, 2, 3, \quad (1)$$

где

$$S_i = \begin{pmatrix} \cos \varphi_i \cos \vartheta_i & -\sin \varphi_i & \cos \varphi_i \sin \vartheta_i \\ \sin \varphi_i \cos \vartheta_i & \cos \varphi_i & \sin \varphi_i \sin \vartheta_i \\ -\sin \vartheta_i & 0 & \cos \vartheta_i \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что углы  $\vartheta_i, \varphi_i$  определяют положение базисных векторов  $\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i, \mathbf{z}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) каждой из трех соответствующих систем координат  $Ox_iy_iz_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) относительно абсолютной системы  $Oxyz$ .

Вращения тела в пространстве относительно декартовой системы координат принято описывать матрицей Эйлера [2]. В связи с этим определим положение составляющих падающего поля ( $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$ ) в системе координат, связанной с рассеивателем. Орты систем координат  $Ox_1y_1z_1$  и  $Ox_3y_3z_3$  можно представить с помощью линейного преобразования

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}_3 \\ \mathbf{y}_3 \\ \mathbf{z}_3 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{z}_1 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} \cos\alpha\cos\beta\cos\gamma - \sin\alpha\sin\gamma & -\cos\alpha\cos\beta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma & \cos\alpha\sin\beta \\ \sin\alpha\cos\beta\cos\gamma + \cos\alpha\sin\gamma & -\sin\alpha\cos\beta\sin\gamma + \cos\alpha\cos\gamma & \sin\alpha\sin\beta \\ -\sin\beta\cos\gamma & \sin\beta\sin\gamma & \cos\beta \end{pmatrix}.$$

Углы Эйлера  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  определяются как некоторые комбинации углов  $\vartheta_1$ ,  $\varphi_1$  и  $\vartheta_3$ ,  $\varphi_3$  [9].

Элементы матрицы  $A$  определяют положение векторов  $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{E}_1$ ,  $\mathbf{E}_2$  в системе координат  $Ox_3y_3z_3$ . Следует отметить, что при произвольном угле ориентации плоскости поляризации  $\gamma$  составляющая  $\mathbf{E}_1$  или  $\mathbf{E}_2$  не лежат в плоскости падения волны. Поэтому для дальнейших расчетов характеристик светорассеяния и применения к ним формул Френеля необходимо преобразовать составляющие  $\mathbf{E}_1$  и  $\mathbf{E}_2$  так, чтобы одна из них была перпендикулярна плоскости падения, а другая находилась в ней. Для этой цели воспользуемся следующим линейным преобразованием:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_{\parallel} \\ \mathbf{E}_{\perp} \\ \mathbf{k} \end{pmatrix} = F \begin{pmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{k} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где

$$F = \begin{pmatrix} -\cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Векторы  $\mathbf{E}_{\perp}$  и  $\mathbf{E}_{\parallel}$  в системе координат, связанной с пластинкой, определяются элементами первого и второго столбцов матрицы  $A_F = AF$ . Определим углы, задающие положение  $z_2$  относительно векторов  $\mathbf{E}_{\perp}$ ,  $\mathbf{E}_{\parallel}$ ,  $\mathbf{k}_f$ . Если матрицу  $B$  определить как  $S_3^{-1}S_2$  [9], то искомые проекции вектора  $z_2$  запишутся как

$$\begin{aligned} \cos\psi_x &= A_{F_{11}}B_{13} + A_{F_{21}}B_{23} + A_{F_{31}}B_{33}, \\ \cos\psi_y &= A_{F_{12}}B_{13} + A_{F_{22}}B_{23} + A_{F_{32}}B_{33}, \\ \cos\psi_z &= A_{F_{13}}B_{13} + A_{F_{23}}B_{23} + A_{F_{33}}B_{33}. \end{aligned} \quad (4)$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned} \cos\psi_x &= \sin\vartheta\cos\varphi, \\ \cos\psi_y &= \sin\vartheta\sin\varphi, \\ \cos\psi_z &= \cos\vartheta, \end{aligned}$$

нетрудно определить  $\vartheta$  и  $\varphi$ . Углы  $\vartheta$  и  $\varphi$  отсчитываются от направления  $\mathbf{k}_f$ . Введем новую систему координат  $Ox_sy_sz_s$ , связанную с  $Ox_3y_3z_3$ :

$$A_T = A_F S P,$$

где

$$S_i = \begin{pmatrix} \cos\varphi\cos\vartheta & -\sin\varphi & \cos\varphi\sin\vartheta \\ \sin\varphi\cos\vartheta & \cos\varphi & \sin\varphi\sin\vartheta \\ -\sin\vartheta & 0 & \cos\vartheta \end{pmatrix}$$

$$\text{и } P = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Электрические составляющие рассеянного поля  $\mathbf{E}_{s_1}$ ,  $\mathbf{E}_{s_2}$  определяются элементами первого и второго столбцов матрицы  $A_T$ . Причем эти векторы лежат в плоскости, перпендикулярной направлению приема  $Oz_2$ . Пусть  $\mathbf{E}_I$ ,  $\mathbf{E}_{II}$  — составляющие поля, регистрируемого на приемнике. Тогда взаимосвязь между  $\mathbf{E}_{s_1}$ ,  $\mathbf{E}_{s_2}$  и  $\mathbf{E}_I$ ,  $\mathbf{E}_{II}$  определится с помощью линейных соотношений

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_I &= -\cos u \mathbf{E}_{s_1} + \sin u \mathbf{E}_{s_2}, \\ \mathbf{E}_{II} &= \sin u \mathbf{E}_{s_1} + \cos u \mathbf{E}_{s_2}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \cos u &= A_{T_{12}}B_{12} + A_{T_{22}}B_{22} + A_{T_{32}}B_{32}; \\ \sin u &= A_{T_{11}}B_{12} + A_{T_{21}}B_{22} + A_{T_{31}}B_{32}. \end{aligned}$$

## Постановка задачи

В качестве рассеивателя рассмотрим гексагональную пластинку радиусом  $a$  и толщиной  $d$ . Согласно закону кристаллографического роста между диаметром и толщиной пластинки справедлива следующая зависимость:  $d = 2,020(2a)^{0,449}$  [1]. Полупрозрачная ледяная пластинка имеет комплексный показатель преломления  $\tilde{n} = n + i\chi$ . Как уже было отмечено выше, положение гексагональной пластинки задается в системе координат  $Ox_3y_3z_3$ , а падающая плоская волна — в системе координат  $Ox_1y_1z_1$ . Эти две координатные системы связаны между собой углами Эйлера  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . Угол  $\alpha$  определяет поворот пластинки вокруг оси  $Oz_3$ , угол  $\beta$  совпадает с углом падения пучка на основание пластинки, а угол  $\gamma$  задает ориентацию плоскости поляризации относительно плоскости падения или, другими словами, определяет возможные положения взаимно ортогональных векторов  $\mathbf{E}_1$  и  $\mathbf{E}_2$  при их повороте вокруг оси  $Oz_1$ . После падения поля на пластинку часть его отражается в направлении  $(\pi - \beta)$ , а часть проходит внутрь частицы, претерпевая преломление и поглощение. После ряда внутренних переотражений вышедшие из пластинки рефракционные лучи формируются главным образом в направлении  $\beta$ . Для определения полного рассеяния кроме рефракционных лучей следует учесть и дифракционное поле, вызванное появлением геометрической тени во фронте волны после прохождения его через среду, содержащую рассеиватель.

Определим рассеянное поле в передней полусфере. Для этого предлагается следующая схема решения поставленной задачи. Сначала получим полное рассеянное поле как когерентное сложение рефракционного и дифракционного полей. Далее для определения трансформированного поля в дальней зоне в направлении, отличном от направления выхода лучей, воспользуемся методом физической оптики, который учитывает все необходимые максимумы в расчетах интеграла Фраунгофера. Для характеристик света, рассеянного в передней полусфере, получим соотношения для сечений рассеяния, приведенных к соответствующим параметрам вектора Стокса.

## Рассеянное поле в передней полусфере

Электромагнитное поле падающей плоской волны в системе координат  $Ox_1y_1z_1$  можно представить в виде электрической составляющей  $\mathbf{E} = x_1E_1 + y_2E_2$ , магнитной составляющей  $\mathbf{H} = -x_1H_2 + y_1H_1$  и волнового вектора  $\mathbf{k}$ . Отметим, что амплитуды электрических и магнитных составляющих связаны между собой. Поэтому выражения для магнитных составляющих в данной статье приводиться не будут.

Определим электрическую составляющую полного рассеянного электромагнитного поля в передней полусфере. Под полным полем будем понимать поле, сформированное в дальней зоне в результате когерентного сложения дифракционного поля, и поля рефракционных лучей, прошедших через рассеиватель. Рассеянное поле представим известным соотношением [10]:

$$\mathbf{E}_s = \mathbf{A} \frac{e^{ikr}}{ikr}. \quad (6)$$

Вектор  $\mathbf{A}$  зададим в виде суммы двух взаимно перпендикулярных векторов  $\mathbf{A}_1$  и  $\mathbf{A}_2$ :  $\mathbf{A} = \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2$ . Комплексные амплитуды рассеянного ( $A_1, A_2$ ) и падающего ( $E_1, E_2$ ) полей связаны соотношением [10]:

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где  $b_{ij}$  ( $i = 1, 2; j = 1, 2$ ) — элементы амплитудной матрицы.

Для определения рассеянного поля воспользуемся методом физической оптики [3], который позволяет когерентно сложить дифракционное поле и поле рефракционных пучков с учетом фазовых набегов:

$$\begin{aligned} A_1 &= (A_{D_1} - A_{R_1})(\vartheta_0 \cos \varphi - \varphi_0 \sin \varphi), \\ A_2 &= (A_{D_2} - A_{R_2})(\vartheta_0 \sin \varphi + \varphi_0 \cos \varphi). \end{aligned} \quad (8)$$

Отметим, что орты сферической системы координат  $\vartheta_0, \varphi_0, \mathbf{r}_0$  представлены элементами матрицы  $A_T$ , а углы  $\vartheta$  и  $\varphi$  определены в системе координат  $Ox_1y_1z_1$ , связанной с падающей волной. Согласно принципу Бабинне амплитуды дифракционного поля  $A_{D_1}$  и  $A_{D_2}$  определяются как

$$A_{D_1} = \frac{k^2}{4\pi}(1 + \cos \vartheta)E_1F(\vartheta, \varphi)e^{i\psi}, \quad (9)$$

$$A_{D_2} = \frac{k^2}{4\pi}(1 + \cos \vartheta)E_2F(\vartheta, \varphi)e^{i\psi},$$

где  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число,  $\lambda$  — длина волны. Угловая функция  $F(\vartheta, \varphi)$  является интегралом Фраунгофера:

$$\begin{aligned} F(\vartheta, \varphi) &= \\ &= \iint_S \exp(-ikx \cos \varphi \sin \vartheta - iky \sin \varphi \sin \vartheta) dx dy, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $S$  — площадь геометрической тени. В соотношении (9)  $\psi$  — фазовый набег невозмущенной части фронта волны после ее прохождения через объем, содержащий пластинку:

$$\psi = 2ka \sin \beta + kd \cos \beta.$$

Амплитуды рассеянного поля  $A_{R_1}$  и  $A_{R_2}$ , прошедшего через пластинку, определяются как сумма рассеянных пучков, образующихся при многократных прохождениях через пластинку части фронта первичной волны. Используя метод, представленный в [9, 11] для расчета амплитуд рассеянного поля, величины  $A_{R_1}$  и  $A_{R_2}$  определим в виде

$$A_{R_1} = \frac{k^2}{4\pi}(1 + \cos \vartheta)(E_1a_{11} + E_2a_{12}), \quad (11)$$

$$A_{R_2} = \frac{k^2}{4\pi}(1 + \cos \vartheta)(E_1a_{21} + E_2a_{22}).$$

$$a_{11} = \cos u \cos \gamma B_{\parallel} + \sin u \sin \gamma B_{\perp},$$

$$a_{12} = \cos u \cos \gamma B_{\perp} - \cos u \sin \gamma B_{\parallel},$$

$$a_{21} = \cos u \sin \gamma B_{\perp} - \sin u \cos \gamma B_{\parallel},$$

$$a_{22} = \sin u \sin \gamma B_{\parallel} + \cos u \cos \gamma B_{\perp}.$$

Угловые функции  $B_{\parallel}$  и  $B_{\perp}$  определяются как комбинации коэффициентов Френеля ( $\tilde{T}_{\parallel}, \tilde{T}_{\perp}, T_{\parallel}, T_{\perp}, R_{\parallel}, R_{\perp}$ ) и угловых функций рассеяния  $j$ -х пучков  $F_j(\vartheta, \varphi)e^{i\psi_j}$  следующим образом:

$$B_{\parallel}(\vartheta, \varphi) = T_{\parallel} \tilde{T}_{\parallel} \sum_{j=1}^J R_{\parallel}^{2(j-1)} F_j(\vartheta, \varphi) e^{i\psi_j},$$

$$B_{\perp}(\vartheta, \varphi) = T_{\perp} \tilde{T}_{\perp} \sum_{j=1}^J R_{\perp}^{2(j-1)} F_j(\vartheta, \varphi) e^{i\psi_j}.$$

Коэффициенты прохождения  $\tilde{T}_{\parallel}, \tilde{T}_{\perp}, T_{\parallel}, T_{\perp}$  и отражения  $R_{\parallel}, R_{\perp}$  определяются известными соотношениями

$$T_{\parallel} = \frac{2\tilde{n} \cos \tilde{\vartheta}}{\cos \tilde{\vartheta} + \tilde{n} \cos \beta}, \quad T_{\perp} = \frac{2\tilde{n} \cos \tilde{\vartheta}}{\tilde{n} \cos \tilde{\vartheta} + \cos \beta},$$

$$\tilde{T}_{\parallel} = \frac{2\cos\beta}{\tilde{n}\cos\beta + \cos\tilde{\vartheta}}, \quad \tilde{T}_{\perp} = \frac{2\cos\beta}{\cos\beta + \tilde{n}\cos\tilde{\vartheta}}, \quad (14)$$

$$R_{\parallel} = \frac{\cos\tilde{\vartheta} - \tilde{n}\cos\beta}{\cos\tilde{\vartheta} + \tilde{n}\cos\beta}, \quad R_{\perp} = \frac{\tilde{n}\cos\tilde{\vartheta} - \cos\beta}{\tilde{n}\cos\tilde{\vartheta} + \cos\beta}.$$

Комплексный угол преломления  $\tilde{\vartheta}$  определяется из закона Снеллиуса  $\sin\tilde{\vartheta} = \frac{\sin\vartheta}{\tilde{n}}$ . Сомножитель  $F_j(\vartheta, \varphi)$  в (13) представляет собой интеграл Фраунгофера

$$F_j(\vartheta, \varphi) = \iint_{S_j} \exp(-ikx \cos\varphi \sin\vartheta - iky \sin\varphi \sin\vartheta) dx dy, \quad (15)$$

где  $S_j$  — сечение пучка, выходящего из пластинки после  $2j - 1$  проходов через нее в направлении  $\beta$ . Фазовые набеги пучков различной кратности отражения определяются как

$$\psi_j = \frac{kd\tilde{n}}{\cos\vartheta_r} (2j - 1) + 2ka \sin\beta - kd(2j - 1) \operatorname{tg}\vartheta_r \sin\beta, \quad (16)$$

где  $\vartheta_r$  — реальный угол преломления, связанный с комплексным углом преломления  $\tilde{\vartheta}$  следующим образом:

$$\operatorname{tg}\vartheta_r = \tilde{n} \sin\tilde{\vartheta} / [\operatorname{Re}(\tilde{n} \cos\tilde{\vartheta})].$$

Следует отметить, что соотношения (9)–(15) допускают дальнейшие упрощения. В частности, если в качестве рассеивателя рассматривать круглую пластинку, то интегралы Фраунгофера приводятся к аналитическому виду. В частности, для соотношения (15) получим выражение

$$F_j(\vartheta, \varphi) = \pi a_{\min} a_{\max} \cos\beta \times \exp(-ik \frac{h_j}{2} \cos\beta \sin\vartheta \cos\varphi) \frac{2J_1(R)}{R}, \quad (17)$$

$$R = k \sin\vartheta \sqrt{a_{\min}^2 \cos^2\beta \cos^2\varphi + a_{\max}^2 \sin^2\varphi},$$

где  $J_1$  — функция Бесселя первого порядка;

$$h_j = (2j - 1) d \operatorname{tg}\vartheta_r; \quad a_{\min} = a - h_j / 2,$$

$$a_{\max} = \sqrt{a^2 + h_j^2 / 4}.$$

В случае  $\vartheta = 0$  (10) и (13) существенно упрощаются, при этом  $F(\vartheta, \varphi) = S$  и  $F_j(\vartheta, \varphi) = S_j$ .

## Сечения рассеяния света

Определим характеристики светорассеяния, которые представляют как энергетические, так и поляризационные свойства излучения в любой точке передней полусферы. Для этого рассмотрим сечения рассеяния, пропорциональные соответствующим параметрам вектора Стокса:

$$\sigma_{f_j} = \frac{4\pi r^2}{I_1} I_{f_j}, \quad (18)$$

где  $I_1$  — интенсивность электромагнитного поля падающей волны. Параметры вектора Стокса  $I_{f_j}$  выражаются через амплитуды трансформированного поля:

$$I_{f_1} = |E_i|^2 + |E_{\parallel}|^2, \quad I_{f_2} = |E_i|^2 - |E_{\parallel}|^2,$$

$$I_{f_3} = 2\operatorname{Re}(E_i E_{\parallel}), \quad I_{f_4} = 2\operatorname{Im}(E_i E_{\parallel}).$$

Учитывая соотношения (5)–(19) и проводя необходимые алгебраические действия, для сечений рассеяния получим следующие выражения:

$$\sigma_{f_j} = WM_{ij} \frac{I_i}{I_1}, \quad i = 1, 2, 3, 4; \quad j = 1, 2, 3, 4, \quad (20)$$

где

$$W = \frac{k^2 (1 + \cos\vartheta)^2}{\pi 2};$$

$I_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) — параметры вектора Стокса падающего излучения. Элементы матрицы рассеяния  $M_{ij}$  представляют собой комбинации элементов  $b_{kl}$  ( $k = 1, 2; l = 1, 2$ ) амплитудной матрицы (7):

$$M_{11} = \frac{|b_{11}|^2 + |b_{12}|^2 + |b_{21}|^2 + |b_{22}|^2}{2},$$

$$M_{12} = \frac{|b_{11}|^2 - |b_{12}|^2 + |b_{21}|^2 - |b_{22}|^2}{2},$$

$$M_{13} = \operatorname{Re}(b_{11}b_{12}^* + b_{21}b_{22}^*),$$

$$M_{14} = -\operatorname{Im}(b_{11}b_{12}^* + b_{21}b_{22}^*),$$

$$M_{21} = \frac{|b_{11}|^2 + |b_{12}|^2 - |b_{21}|^2 - |b_{22}|^2}{2},$$

$$M_{22} = \frac{|b_{11}|^2 - |b_{12}|^2 - |b_{21}|^2 + |b_{22}|^2}{2},$$

$$M_{23} = \operatorname{Re}(b_{11}b_{12}^* - b_{21}b_{22}^*), \quad M_{24} = -\operatorname{Im}(b_{11}b_{12}^* - b_{21}b_{22}^*),$$

$$M_{31} = \operatorname{Re}(b_{11}b_{21}^* + b_{12}b_{22}^*), \quad M_{32} = \operatorname{Re}(b_{11}b_{21}^* - b_{12}b_{22}^*),$$

$$M_{33} = \operatorname{Re}(b_{11}b_{22}^* + b_{12}b_{21}^*), \quad M_{34} = -\operatorname{Im}(b_{11}b_{12}^* - b_{12}b_{21}^*),$$

$$M_{41} = \operatorname{Im}(b_{11}b_{21}^* + b_{12}b_{22}^*), \quad M_{42} = \operatorname{Im}(b_{11}b_{21}^* - b_{12}b_{22}^*),$$

$$M_{43} = \operatorname{Im}(b_{11}b_{22}^* + b_{12}b_{21}^*), \quad M_{44} = \operatorname{Re}(b_{11}b_{22}^* - b_{12}b_{21}^*).$$

Элементы  $b_{kl}$ , в свою очередь, определяются как разность соответствующих составляющих амплитуд дифракционного и рефракционного полей (11). Очевидно, что матрица экстинкции, получаемая из  $M_{ij}$ , когда направление приема излучения совпадает с направлением выхода лучей из пластинки (при этом  $\vartheta = 0$ ), будет иметь более простой вид, поскольку  $a_{12} = a_{21}$  (см. (12)). Тем не менее и в этом случае для элемента матрицы алгебраическое выражение, явно зависящее от геометрических размеров частицы, ее показателя преломления, параметров падающего излучения, угловых характеристик, определяющих положение частицы относительно источника (или приемника), будет иметь весьма громоздкий вид. Для случая  $\vartheta = 0$ , используя соотношения (6)–(16) и оптическую теорему, получим выражение для сечения ослабления пластинкой поляризованного излучения [3, 11]:

$$C_{\text{ext}} = 2S - \text{Re}(Q_{\parallel} + Q_{\perp}) - \frac{I_2}{I_1} \text{Re}(Q_{\parallel} - Q_{\perp}) \cos 2\gamma + \\ + \frac{I_3}{I_1} \text{Re}(Q_{\parallel} - Q_{\perp}) \sin 2\gamma,$$

где

$$Q_{\parallel} = T_{\parallel} \tilde{T}_{\parallel} \sum_{j=1}^J R_{\parallel}^{2(j-1)} S_j e^{i(\psi_j - \psi)}, \\ Q_{\perp} = T_{\perp} \tilde{T}_{\perp} \sum_{j=1}^J R_{\perp}^{2(j-1)} S_j e^{i(\psi_j - \psi)}.$$

### Заключение

В рамках метода физической оптики для исследования характеристик электромагнитного излучения, прошедшего через атмосферные ледяные образования, разработана численная модель. В качестве отдельной частицы рассмотрена ориентированная полупрозрачная пластинка, для которой свойствен наибольший интервал возможных значений фактора ослабления (0, 4). В рамках метода физической оптики получены соотношения для сечений рассеяния в виде комбинаций элементов матрицы рассеяния. Полученные выражения позволяют рассчитать как энергетические, так и поляризационные характеристики светорассеяния в любой точке передней полусферы в зависимости от разме-

ров частиц, показателя преломления при различных положениях источника, приемника и рассеивателя, а также для любого значения длины волны из оптического диапазона и при любом состоянии поляризации падающего излучения.

Представленная численная модель позволяет исследовать тонкую структуру зависимости ослабления от малоугловых смещений, вызванных либо колебаниями частиц относительно их устойчивого положения (углы  $\psi$  и  $\psi'$ , см. рисунок) либо отклонением линии приема излучения от направления «вперед», т.е. направления распространения плоского фронта волны.

1. *Light scattering by nonspherical particles. Theory, measurements, and application* / Edited by M.I. Mishchenko, J.W. Hovenier, L.D. Travis. Academic press. International standard book number: 0-12-498660-9. California, USA, 2000. 690 p.
2. *Scattering, absorption, and emission of light by small particles* / Edited by M.I. Mishchenko, L.D. Travis, A.A. Lacis. Cambridge, UK. NASA, 2002. 445 p.
3. *Понов А.А.* О когерентном сложении рассеянного и дифракционного полей в задачах светорассеяния на крупных кристаллах // Докл. АН СССР. 1988. Т. 303. № 3. С. 594–597.
4. *Боровой А.Г.* Приближение прямых лучей в задачах рассеяния волн и их распространения в случайно-неоднородных средах // Оптика атмосф. 1988. Т. 1. № 7. С. 17–21.
5. *Понов А.А., Шефер О.В.* Оценка ослабления оптического излучения кристаллами, не имеющими плоско-параллельных граней // Оптика атмосф. 1990. Т. 3. № 5. С. 456–461.
6. *Arnott W.P., Dong Y.Y., Hallett J.* Extinction efficiency in the infrared (2–18  $\mu\text{m}$ ) of laboratory ice clouds: observations of scattering minima in the Christiansen bands of ice // Appl. Opt. 1995. V. 34. N 3. P. 541–551.
7. *Боровой А.Г., Попов А.А., Шефер О.В.* Теоретическое исследование спектрального хода коэффициента ослабления для системы ориентированных пластинок // Оптика атмосф. 1991. Т. 4. № 9. С. 899–906.
8. *Popov A.A.* Characteristics of extinction for a hexagonal crystal // Proc. SPIE. 1998. V. 3220. P. 380–389.
9. *Шефер О.В.* Оптическая модель пластинчатого кристалла применительно к бистатическому поляризационному лазерному зондированию кристаллических облаков // Оптика атмосф. и океана. 1999. Т. 12. № 7. С. 573–577.
10. *Борен К., Хафмен Д.* Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986. 660 с.
11. *Понов А.А., Шефер О.В.* К поляризационному лазерному зондированию кристаллических облаков: простейшая оптическая модель частицы. Препр. / ТФ СО АН СССР (Томск). 1988. № 65. 59 с.

#### *O.V. Shefer. Optical model for investigating the characteristics of light transmitted through an oriented plate.*

The optical model of a particle is developed for investigating the energy and polarization characteristics of light transmitted through a semitransparent oriented plate. The equations for the scattering cross sections proportional to the corresponding parameters of the Stokes vector are obtained for any point of the forward hemisphere. These equations relate the physical parameters of the particle (dimensions, refractive index) and the parameters of the incident radiation (wavelength, state of polarization) to the characteristics of radiation transmitted through the crystal at different arrangements of the source, receiver, and crystal.