

ДИСТАНЦИОННОЕ ЗОНДИРОВАНИЕ АТМОСФЕРЫ  
И ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

УДК 535.216

В.М. Дубягин, Н.А. Шефер

ЛИДАРНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ АНОМАЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ МЕЗОСФЕРНОГО НАТРИЯ

Приводятся оптимальные схемы обработки последетекторных сигналов РФ-лидара, предназначенные для обнаружения аномальных состояний мезосферного Na. Эти схемы приспособлены для трех случаев: отсутствия априорной информации о Na в различных состояниях мезосферы, наличия сведений о профилях концентрации Na и о профилях и статистических характеристиках концентраций Na. Описываются алгоритмы оценки эффективности обнаружения и результаты проведенных модельных расчетов потенциальных возможностей лидарных обнаружителей.

**Введение.** Как известно [1], на высотах  $R$  от 80 до 110 км постоянно присутствует регулярный слой натрия с максимумом концентрации  $M$  на  $R$ , равным 88÷95 км, и иногда более слабый спорадический слой с максимумом на  $R$  100÷105 км. Образование последнего связывается с метеорными потоками и сопровождается существенным (до 4-х раз [2]) увеличением  $M$  в регулярном слое.

Синтезируем схемы оптимальной обработки фотоотсчетов [3] в приемнике лидара [4], использующего эффект резонансной флуоресценции (РФ) Na, для обнаружения аномальных концентраций Na в регулярном слое и спорадического слоя. Проанализируем эффективность этих схем.

Принимаемые наземным лидаром [4] РФ-сигналы от Na настолько слабы, что при заданной  $M$  условное распределение числа сигнальных фотоотсчетов  $n_c$  во временном стробе  $\Delta T$  подчиняется [5] закону Пуассона:  $P_{\text{пуас}}(n_c; \bar{n}_c) = \bar{n}_c \exp(-\bar{n}_c) / n_c!$ , где условное среднее число фотоотсчетов сигнала задается лидарным уравнением  $\bar{n}_c = KM / R^2$ ,  $K$  — аппаратно-атмосферный коэффициент. Условное распределение числа фоново-темновых отсчетов  $n_n$  на  $\Delta T$  имеет  $P_{\text{пуас}}(n_n; \bar{n}_n)$ , где  $\bar{n}_n$  — среднее, которое можно считать известным, поскольку оно оценивается в достаточно большом интервале между эхосигналами [5].

**Обнаружение концентраций в регулярном слое.** Рассмотрим две возможные ситуации:

1) априорно известны аномальная  $M_a$  и нормальная  $M_n$  концентрации Na в интервале высот  $(R - \Delta R, R + \Delta R)$ ,  $\Delta R = c\Delta T/2$ ;

2) априорно заданы  $M_{al}$  и  $M_{nl}$  в каждом из  $l = \overline{1, L}$  высотных интервалов  $(R_l - \Delta R_l, R_l + \Delta R_l)$ ,  $\Delta R_l = c\Delta T_l/2$ .

В первом случае схема оптимальной обработки регистрируемых в  $\mu = \overline{1, N}$  актах зондирования чисел фотоотсчетов или решающее правило, полученное на основе теории испытания статистических гипотез и критерия Неймана-Пирсона [3], состоит в принятии гипотезы  $H_0: M = M_n$ , если  $n < c_n$ , и гипотезы  $H_1: M = M_a$ , если  $n \geq c_n$ . Здесь

$$n = \sum_{\mu=1}^N n_{\mu},$$

а порог  $c_n$  находится из неравенства

$$\alpha \geq \sum_{n=c_n}^{\infty} P_{\text{пуас}}(n; \bar{n}_0), \tag{1}$$

где

$$\bar{n}_0 = N(\bar{n}_0^c + \bar{n}_n), \quad \bar{n}_0^c = KM_n/R^2.$$

Эффективность этой схемы характеризуется задаваемой вероятностью ложной тревоги  $\alpha$  и считаваемой вероятностью правильного обнаружения

$$P_{\text{обн}} = 1 - \beta, \quad \beta = \sum_{n=0}^{c_n-1} P_{\text{пуас}}(n; \bar{n}_1), \tag{2}$$

где  $\beta$  – вероятность пропуска цели,  $\bar{n}_i = N(\bar{n}_i^c + \bar{n}_n)$ ;  $\bar{n}_i^c = KM_a/R^2$ . При  $\bar{n}_0 \gg 1$ , используя гауссовскую аппроксимацию для  $P_{\text{пуас}}(n; \bar{n}_i)$ ,  $i = 0, 1$ , получаем

$$c_n = \Phi^{-1}(1 - \alpha) \bar{n}_0^{1/2} + \bar{n}_0, P_{\text{обн}} = 1 - \Phi[(c_n - \bar{n}_1)/\bar{n}_1^{1/2}], \quad (3)$$

где  $\Phi$  и  $\Phi^{-1}$  – функция стандартного нормального распределения и обратная ей функция [6].

Во втором случае решающее правило имеет вид: « $H_0$ »:  $M_l = M_{nl}$ , если  $\Lambda < c$ , « $H_1$ »:  $M_l = M_{al}$ , если  $\Lambda \geq c$ . Здесь регистрируемые в  $\mu = \overline{1, N}$  актах зондирования и в  $l = \overline{1, L}$  высотных стробах числа фотоотсчетов входят в функционал отношения правдоподобия

$$\Lambda = \sum_{l=1}^L \left[ \sum_{\mu=1}^N n_{\mu l} \ln \frac{\bar{n}_{l1}}{n_{l0}} + \bar{n}_{l0} - \bar{n}_{l1} \right],$$

а порог  $c$  и  $P_{\text{обн}}$  находятся приближенно как

$$c = \Phi^{-1}(1 - \alpha) \sigma_0 + \bar{\Lambda}_0, P_{\text{обн}} = 1 - \Phi[(c - \bar{\Lambda}_1)/\sigma_1], \quad (4)$$

где

$$\bar{\Lambda}_i = \sum_{l=1}^L \left[ \bar{n}_{li} \ln \frac{\bar{n}_{l1}}{\bar{n}_{l0}} + \bar{n}_{l0} - \bar{n}_{l1} \right];$$

$$\sigma_i^2 = \sum_{l=1}^L \bar{n}_{li} \left( \ln \frac{\bar{n}_{l1}}{\bar{n}_{l0}} \right)^2, \quad i = 0, 1;$$

$$\bar{n}_{l0} = N(K_l M_{nl}/R_l^2 + \bar{n}_n), \quad \bar{n}_{l1} = N(K_l M_{al}/R_l^2 + \bar{n}_n),$$

$K_l$  – аппаратурно-атмосферный коэффициент на  $\Delta R_l$ .

**Обнаружение спорадического слоя.** Учитывая закономерность [1] общего уменьшения  $M$  с ростом  $R$  в области  $R$  95÷110 км, используем [3] числа фотоотсчетов  $n_{\mu_1}$  и  $n_{\mu_2}$  в  $\mu = \overline{1, N}$  актах и 2-х ( $L = 2$ ) соседних одинаковых стробах  $2 \Delta R$ , располагающихся на высотах  $R_1$  и  $R_2$  начала (локальный минимум  $M$ ) и вершины (локальный максимум  $M$ ) спорадического слоя. Если значения  $R_1$  и  $R_2$  априорно неизвестны, то регистрируем числа фотоотсчетов во всех стробах в области  $R$  95÷110 км и осуществляем процедуру обнаружения последовательно по каждой паре соседних стробов.

Рассмотрим две возможные ситуации:

1) величины  $M_{nl}$  и  $M_{al}$  ( $l = 1, 2$ ) априорно неизвестны и находятся через оценки максимального правдоподобия (ОМП)  $\hat{M}_l$  по выборке  $n_{\mu l}$ ;

2) априорно заданы: плотности распределений вероятностей  $M$  на  $R_1$  в « $H_0$ »  $P_{\text{пар}}(M_1; M_2, \alpha_0 | H_0)$  и в « $H_1$ »  $P_{\text{гам}}(M_1; \kappa_1, \beta_1 | H_1)$  и на  $R_2$  в « $H_0$ »  $P_{\text{гам}}(M_2; \kappa_0, \beta_0 | H_0)$  и в « $H_1$ »  $P_{\text{пар}}(M_2; M_1, \alpha_1 | H_1)$  в виде распределений Парето [7]  $P_{\text{пар}}(x; x_0, \alpha) = \alpha x_0^\alpha x^{-\alpha-1}$  при  $x > x_0$  и гамма-распределений [7]  $P_{\text{гам}}(x, \alpha, \beta) = \beta^\alpha x^{\alpha-1} \cdot \exp(-\beta x) / \Gamma(\alpha)$  при  $x \geq 0$ ; вероятности состояний  $P(H_0) = q$  и  $P(H_1) = 1 - q = p$ ; матрица потерь (цен)  $\{\Pi_{ij}\}$ ,  $i, j = 0, 1$ , за принятие решений [7].

В первом случае  $M_{nl}$  и  $M_{al}$  найдем как  $M_{n1} = \hat{M}_1$ ,  $M_{n2} = \hat{M}_2$ ,  $M_{a1} = \hat{M}_1$ ,  $M_{a2} = \hat{M}_1$  в варианте 1 при  $\hat{M}_1 > \hat{M}_2$  и как  $M_{n1} = \hat{M}_1$ ,  $M_{n2} = \hat{M}_1$ ,  $M_{a1} = \hat{M}_1$ ,  $M_{a2} = \hat{M}_2$  в варианте 2 при  $\hat{M}_1 < \hat{M}_2$ , где ОМП

$$\hat{M}_l = (n_l/N - \bar{n}_n) / KR_l^{-2}, \quad n_l = \sum_{\mu=1}^N n_{\mu l},$$

имеют нулевое смещение и относительные среднеквадратические отклонения (ошибки) [5]

$$\delta_{Ml} = \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot \frac{\sqrt{KM_l/R_l^2 + \bar{n}_n}}{KM_l/R_l^2}. \quad (5)$$

Решающее правило имеет вид: « $H_0$ » (слоя нет), если  $n_1, n_2 \in \Omega_0$ , и « $H_1$ » (слой есть), если  $n_1, n_2 \notin \Omega_0$ , где область  $\Omega_0$  в пространстве  $n_1, n_2$  лежит внутри эллипса

$$(n_1 - \bar{n}_{10})^2/\bar{n}_{10} + (n_2 - \bar{n}_{20})^2/\bar{n}_{20} = -2 \ln \alpha.$$

Границы  $\beta$  можно найти в приближениях своего завышенного и заниженного значения в варианте 1 как

$$P_{\chi^2} \left( -\ln \alpha, \frac{(\bar{n}_{21} - \bar{n}_{20})^2}{\bar{n}_{11}} \right) > \beta > P_{\chi^2} \left( -\frac{\bar{n}_{20}}{\bar{n}_{21}} \ln \alpha, \frac{(\bar{n}_{21} - \bar{n}_{20})^2}{\bar{n}_{21}} \right)$$

и в варианте 2 как

$$P_{\chi^2} \left( -\frac{\bar{n}_{10}}{\bar{n}_{21}} \ln \alpha, \frac{(\bar{n}_{21} - \bar{n}_{20})^2}{\bar{n}_{21}} \right) > \beta > P_{\chi^2} \left( -\frac{\bar{n}_{20}}{\bar{n}_{11}} \ln \alpha, \frac{(\bar{n}_{21} - \bar{n}_{20})^2}{\bar{n}_{11}} \right), \quad (6)$$

где

$$P_{\chi^2}(\chi^2, \lambda) = \sum_{j=0}^{\infty} \exp(-\lambda/2) \frac{(\lambda/2)^j}{j!} P_{\chi}(\chi^2 | 2 + 2j);$$

$$P_{\chi}(\chi^2 | \nu) = [2^{\nu/2} \Gamma(\nu/2)]^{-1} \int_0^{\chi^2} t^{\nu/2-1} \exp(-t/2) dt,$$

функция нецентрального «хи-квадрат» распределения с 2-мя степенями свободы и «хи-квадрат» распределение [6]. Оценкой для  $\beta$  может служить величина

$$\beta = P_{\chi^2} \left( -\ln \alpha \left( 1 - \frac{\bar{n}_{21}^{1/2} - \bar{n}_{20}^{1/2}}{\bar{n}_{11}^{1/2} + \bar{n}_{21}^{1/2}} \right)^2, 4 \left( \frac{\bar{n}_{21} - \bar{n}_{20}}{\bar{n}_{11}^{1/2} + \bar{n}_{21}^{1/2}} \right)^2 \right). \quad (7)$$

Во втором случае решающее правило, основанное на критерии Байеса, имеет вид: « $H_0$ », если  $y < c^*$ , и « $H_1$ », если  $y \geq c^*$ . Здесь порог  $c^* = q(\Pi_{01} - \Pi_{00}) / [p(\Pi_{10} - \Pi_{11})]$ , величина отношения безусловных функций правдоподобия при  $\bar{n}_{20} \gg \bar{n}_n$  равна  $y = A_1/A_0$ , где

$$A_i = \frac{\beta_i^{\alpha_i} \alpha_i \Gamma(n_1 + n_2 + \alpha_i)}{\Gamma(\alpha_i) (n_{2-i} + \alpha_i + \alpha_i)} \left( \frac{NK}{R_1^2} + \frac{NK}{R_2^2} + \beta_i \right)^{-n_1 - n_2 - \alpha_i} \times$$

$$\times {}_2F_1 \left( 1, n_1 + n_2 + \alpha_i; n_{2-i} + \alpha_i + 1; \frac{NK/R_2^2 + \beta_i}{NK/R_1^2 + NK/R_2^2 + \beta_i} \right),$$

$\Gamma$  — гамма-функция,  ${}_2F_1$  — гипергеометрическая функция Гаусса [6].

Эффективность обнаружения с помощью этой схемы обработки характеризуется величиной средних потерь

$$R_{\Pi} = q\Pi_{00} + p\Pi_{10} + q(\Pi_{01} - \Pi_{00})\alpha - p(\Pi_{10} - \Pi_{11})(1 - \beta),$$

где  $\alpha = A_{R0}$ ,  $\beta = 1 - A_{R1}$ , если область значений  $n_1, n_2 \in y \geq c^*$  совпадает с областью  $\Omega_1$ , лежащей в начале координатной плоскости  $n_1, n_2$  и ограниченной линией  $y = c^*$ , и  $\alpha = 1 - A_{R0}$ ,  $\beta = A_{R1}$  если  $n_1, n_2 \in y < c^*$  совпадает с  $\Omega_1$ ,

$$A_{Ri} = \sum_{n_1, n_2 \in \Omega_1} \frac{1}{n_1!} \cdot \frac{1}{n_2!} (NK/R_1^2)^{n_1} (NK/R_2^2)^{n_2} A_i, \quad i = 0, 1.$$

**Возможности обнаружения аномальных состояний.** Для модельных расчетов возможностей возьмем оптические свойства атмосферы из работы [8] для метеорологической дальности видимости 13 км, профиль нормальной концентрации Na в виде среднемесячной функции распределения концентрации Na за январь 1970 г. [1], ночные условия зондирования со спектральной лучистостью неба  $2,4 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-3} \cdot \text{ср}^{-1}$ , сечение резонансной флуоресценции Na  $2 \cdot 10^{-17} \text{ м}^2 \cdot \text{ср}^{-1}$  [4] и следующие параметры лидара: длина волны лазера 589,0 нм, ширина полосы излучения 8 пм и приема 2 нм, эффективная площадь приемной апертуры  $1,1 \text{ м}^2$ , телесный угол поля зрения  $0,25 \cdot 10^{-6} \text{ ср}$ , коэффициент пропускания передающих 0,1 и приемных 0,2 оптики и фильтров, квантовая эффективность ФЭУ 0,1, интенсивность темновых фотоэлектронов ФЭУ 15 Гц, высотное разрешение 1 км, длительность импульса излучения 3,5 мкс. Излучаемая мощность и частота повторения лазерных импульсов брались равными 5 Вт и 0,2 Гц, что легко достижимо в лазерах на родамине 6Ж с внутривибраторными интерферометрами Фабри — Перо и с ламповой накачкой [4], в случае обнаружения и измерения кон-

центраций в регулярном слое, и 50 Вт и 250 Гц, например, в ОКГ с накачкой эксимерным лазером, в случае обнаружения спорадического слоя. Потенциальная эффективность обнаружения находилась по формулам (1–4, 6, 7), измерения – по (5).

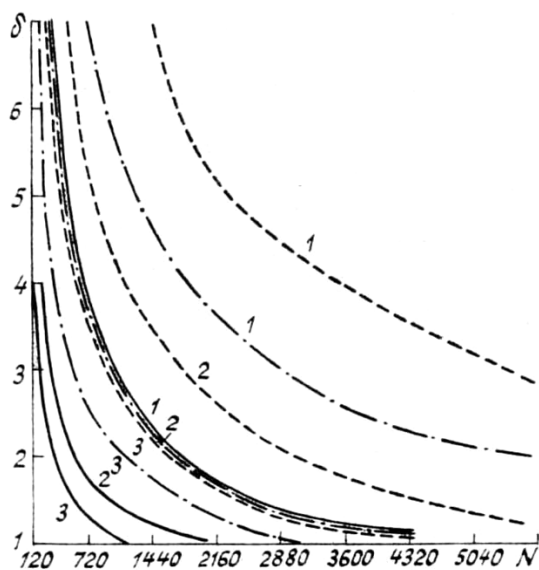


Рис. 1. Минимальные относительные отклонения  $\delta = (M_a - M_n)/M_n$  аномальной концентрации Na от нормальной в зависимости от количества актов зондирования  $N$ , обнаружимые с заданной эффективностью  $\alpha = 10^{-1}$ ,  $P_{\text{обн}} = 0,9$  (—);  $\alpha = 10^{-2}$ ,  $P_{\text{обн}} = 0,99$  (— · —);  $\alpha = 10^{-3}$ ,  $P_{\text{обн}} = 0,999$  (— — —).  $L = 1$  (1), 3 (2), 9 (3)

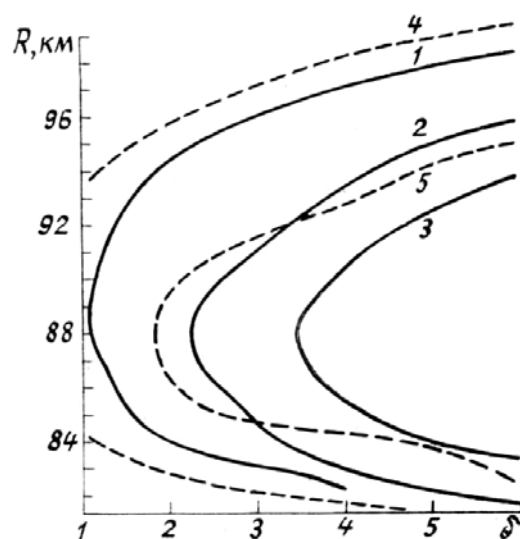


Рис. 2. Требуемые высоты зондирования  $R$  в зависимости от  $\delta$  для обнаружения (—) с  $\alpha = 10^{-1}$ ,  $P_{\text{обн}} = 0,9$  (1);  $\alpha = 10^{-2}$ ,  $P_{\text{обн}} = 0,99$  (2);  $\alpha = 10^{-3}$ ,  $P_{\text{обн}} = 0,999$  (3) и измерения концентраций  $M_a$  (— · —) с  $\delta_M = 0,4$  (4),  $0,2$  (5) при  $N = 4320$

Результаты расчетов возможностей обнаружения приведены на рис. 1–4. Кроме того, на рис. 2 для сравнения показаны возможности измерения концентрации Na.

Кривые для одностробового обнаружения на рис. 1 ( $L = 1$ ,  $R = 88$  км) и рис. 2 получены по формулам (1–3) и показывают хорошие возможности обнаружения обычно проявляющихся аномальных концентраций Na, связанных с метеорными потоками. При этом оптимальным является стробирование и прием РФ-сигналов с высоты максимальной концентрации Na, в данном случае — с высоты 88 км. На этой высоте возможно слабо- ( $\alpha = 10^{-1}$ ,  $P_{\text{обн}} = 0,9$ ), средне- ( $10^{-2}$ ,  $0,99$ ) и высокоэффективное ( $10^{-3}$ ,  $0,999$ ) обнаружение метеорного потока с  $\delta = 3$  (4-х кратное увеличение концентрации Na) за  $t = 1$  ч 28 м, 4 ч 33 м, 7 ч 30 м или за  $t = 6$  ч потоков с  $\delta = 1,1$ ; 2,25; 3,45 соответственно. Однако более оптимальным является прием сигналов с совокупности высотных стробов, располагающихся на  $R = 88$  км и рядом сверху и снизу, что проиллюстрировано для  $L = 3$ ; 9 (использована (4)) на рис. 1. Как показывают расчеты, эффективность обнаружения с ростом  $L$  сначала резко увеличивается, а затем насыщается. Так, для  $\alpha = 10^{-1}$ ,  $N = 780$ ,  $\delta = 2$  и  $L = 1$ ; 3; 5; 7; 9 получаем соответственно  $P_{\text{обн}} = 0,625$  (по (1–3)) и  $0,745$  (по (4));  $0,945$ ;  $0,982$ ;  $0,988$ ;  $0,992$ . Поэтому, исходя из компромисса между точностью обнаружения и простотой аппаратной реализации, наиболее приемлемым является  $L = 3 \div 5$ . Отметим, что при  $\delta_1 \neq \delta$  ( $l = \overline{1, L}$ ) эффективность многостробового обнаружения нечувствительна к моделям изменения  $\delta_l$  по  $l$  при одинаковом в этих моделях среднем  $\bar{\delta} = \sum_{l=1}^N \delta_l / L$ .

Кривые рис. 3 получены по формулам (6–7), рис. 4 — по (7) и иллюстрируют возможности обнаружения спорадического слоя по сигналам  $R_1 = 100$  км,  $R_2 = 103$  км. Оказалось, что для эффективного обнаружения ( $\alpha \leq 10^{-1}$ ,  $P_{\text{обн}} \geq 0,9$ ) этого слоя требуется  $t$  несколько минут в случае, когда слоя нет, и  $\hat{M}_1 > \hat{M}_2$ , и несколько часов в случае, когда слой есть и  $\hat{M}_1 < \hat{M}_2$ . Связано это с существенным различием  $|\delta_{\text{сл}}|$  в первом (~100%) и втором (~5%) случаях. Учитывая редкость появления слоя, можно считать, что предлагаемая схема обработки сигналов с  $R_1$ ,  $R_2$  вполне удобна и приемлема. Рис. 3 показывает возможности обнаружения спорадического слоя с  $\delta_{\text{сл}} \approx 5\%$ , взятого из [1], а рис. 4 — других, более интенсивных слоев с  $\delta_{\text{сл}} \geq 5\%$ . Видно, что обнаружение аномальных состояний мезосферного Na путем обнаружения спорадического слоя вполне возможно и достаточно эффективно. Например, слабо-, средне- и высокоэффективное обнаружение метеорного потока возможно за  $t \leq 30$  мин при  $\delta_{\text{сл}} \geq 9$ ; 15; 19,5% соответственно.

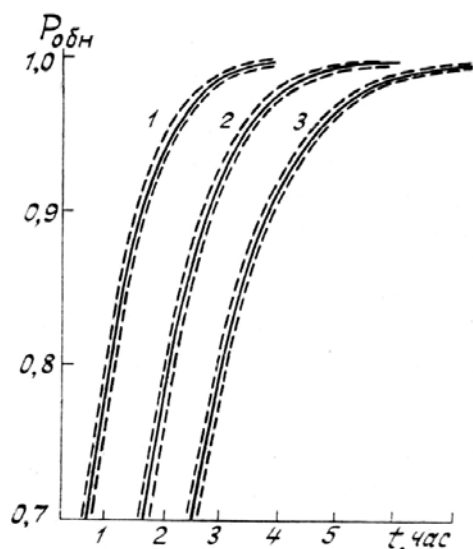


Рис. 3. Достижимые вероятности правильного обнаружения  $P_{обн}$  спорадического слоя (—) и их границы (---) в зависимости от времени сеанса зондирования  $t$  при  $\alpha = 10^{-1}$  (1),  $10^{-2}$  (2),  $10^{-3}$  (3)

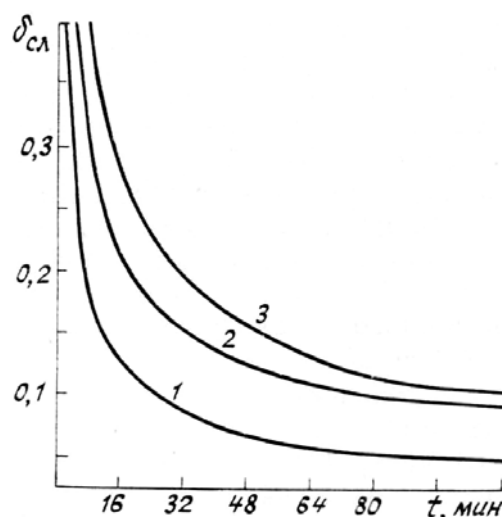


Рис. 4. Необходимые относительные превышения  $\delta_{сл} = (M_2 - M_1) / M_1$  концентрации Na в максимуме спорадического слоя над концентрацией в его начале в зависимости от  $t$  при обнаружении спорадического слоя с  $\alpha = 10^{-1}$ ,  $P_{обн} = 0,9$  (1);  $\alpha = 10^{-2}$ ,  $P_{обн} = 0,99$  (2);  $\alpha = 10^{-3}$ ,  $P_{обн} = 0,999$  (3)

**Заключение.** Полученные оптимальные схемы обработки лидарных сигналов в целях обнаружения аномальных состояний мезосферного Na просты в технической реализации и могут служить как в имеющихся, так и разрабатываемых РФ-лидарах. При этом они могут дополнять существующие схемы измерения концентраций Na. Эффективность схем обнаружения наиболее высока при использовании априорно заданных профилей концентрации Na в нормальном и аномальном состояниях. На первом этапе, когда эта информация отсутствует, можно применять схему обнаружения спорадического слоя. После накопления статистических сведений о Na можно будет использовать более эффективную схему обнаружения аномальных концентраций в регулярном слое.

Авторы благодарны Г.Н. Глазову за помощь в работе.

1. Gibson A.J., Sandford M.C.W. // J. Atmos. Terr. Phys. 1971. № 33. P. 1675.
2. Hake R.D., Arnold D.E., Jackson D.W. et al. // J. Geophys. Res. 1972. № 77. P. 6839.
3. Глазов Г.Н., Дубягин В.М. // Оптика атмосферы. Т. 1. № 9. 1988. С. 99–105.
4. Зарудный А.А., Метель Ю.Е., Лагутин М.Ф. // Оптика атмосферы. Т. 1. № 6. 1988. С. 83–89.
5. Глазов Г.Н. Статистические вопросы лидарного зондирования атмосферы. Новосибирск: Наука, 1987. 312 с.
6. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 830 с.
7. Де Гроот М. Оптимальные статистические решения. М.: Мир, 1974. 492 с.
8. Eltermann L. Report AFCRL-70-0200. Bedford. Mass. 1970.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР,  
Томск

Поступила в редакцию  
17 апреля 1990 г.

V.M. Dubyagin, N.A. Sheffer. **Detection of Anomalous States of the Mesospheric Sodium with a Lidar.**

The paper presents optimal schemes of processing the postdetector signals from a resonance fluorescence lidar aimed at detecting anomalous states of the mesospheric sodium. The schemes are best fitted for three cases 1) when no a priori information on Na content is available at different states of the mesosphere, 2) information on Na profile is available and 3) when the information on Na profile and its statistical properties is available. The algorithm for assessing the detection efficiency and some results of numerical simulations on estimation of the potentialities of lidar detectors are presented.