«Оптика атмосферы и океана», **21**, № 8 (2008)

УДК 621.375.826

Автомодельные решения кинетических уравнений, описывающих развитие плазмы разряда импульсных газоразрядных лазеров

А.В. Кравченко*

Южный федеральный университет, физический факультет, г. Ростов-на-Дону

Поступила в редакцию 27.03.2008 г.

Описываются процессы, приводящие к автомодельности динамических свойств плазмы импульсных газоразрядных лазеров (ИГЛ) в широком диапазоне изменения начальных условий разряда. Приводятся первые интегралы уравнений и автомодельные решения кинетических уравнений, описывающих развитие плазмы объемного самостоятельного продольного сильноточного импульсно-периодического разряда в смеси неона с парами металлов (медью, барием). Показано, что характеристики плазмы разряда при использовании одинаковых схем возбуждения подобны и описываются автомодельными решениями. Обсуждаются возможные механизмы, ограничивающие автомодельность плазмы импульсно-периодического разряда ИГЛ в течение импульса тока.

Ключевые слова: кинетические уравнения, плазма разряда, импульсные лазеры.

Введение

Результатам исследований низкотемпературных неизотермических импульсных наносекундных газовых разрядов посвящено огромное число публикаций. Такие разряды широко применяются в импульсных газоразрядных лазерах (ИГЛ). Несмотря на наличие авторитетных монографий [1–3], до сих пор встречаются противоречивые суждения о методах моделирования динамики плазмы и параметров разрядов в различные моменты развития таких разрядов. Установлены соотношения подобия [4, 5] импульсных газоразрядных лазеров на самоограниченных переходах, однако отсутствуют публикации об автомодельных решениях уравнений, описывающих ИГЛ.

Заметим, что автомодельные решения выявляют симметрию в динамике формирования плазмы разряда и показывают: изменения масштабов независимых переменных можно скомпенсировать преобразованием подобия других динамических переменных ИГЛ. Обычно автомодельные решения находятся с помощью автомодельной подстановки, вид которой определяется масштабными преобразованиями системы дифференциальных уравнений.

Известно, что вольт-амперные характеристики разрядов ИГЛ с различными активными средами при использовании одинаковых схем накачки подобны во времени. Наличие этого группового признака свидетельствует о возможности использования методов группового анализа для поиска инвариантных (масштабных) преобразований плазмы разрядов и определения с их помощью типичных зависимостей параметров плазмы от времени для определенных фаз развития разряда. Сегодня групповой анализ дифференциальных уравнений является наиболее мощным и универсальным методом отыскания широких классов точных решений дифференциальных уравнений произвольного вида.

Система уравнений, описывающая развитие плазмы импульсного разряда

Рассмотрим плазму сильноточной стадии импульсно-периодического продольного низкотемпературного газового разряда с постоянным химическим составом в условиях большой предымпульсной концентрации электронов и длительностью импульса в несколько сот наносекунд. Известно [3], что развитие плазмы такого разряда происходит за счет объемной ионизации нормальных и возбужденных состояний атомов газа электронами, ускоренными внешним импульсом электрического поля. Процессы распада плазмы за счет амбиполярной диффузии и ударно-излучательной рекомбинации происходят гораздо медленнее, и при исследовании импульсов тока менее нескольких сотен наносекунд процессами распада плазмы разряда за счет амбиполярной диффузии и рекомбинации можно пренебречь.

Запишем в безразмерном виде систему дифференциальных уравнений, описывающую кинетику плазмы положительного столба импульсного разряда в газе:

* Александр Владимирович Кравченко (akrav@donpac.ru).

$$\begin{cases} \dfrac{dn_e^*}{d\tau} = n_e^* \sum\limits_{k=0}^{m} \nu_{ki}^* - n_e^* \nu_a^*, & (1) \\ \dfrac{dn_m^*}{d\tau} = n_e^* \left(\sum\limits_{k=0}^{m-1} \nu_{km}^* - \nu_{mi}^* \right), & (2) \\ \dfrac{d(\varepsilon^* n_e^*)}{d\tau} = \dfrac{e^2 \, n_e^*}{m_e \varepsilon_i \left(\nu_i^0\right)^2} \dfrac{E^2(\tau)}{\nu_{el}^*} - n_e^* \sum\limits_{k=0}^{i} (\varepsilon^* - \varepsilon_{ki}^*) \nu_{ki}^* - & \\ \quad - n_e^* \sum\limits_{k=0}^{i-1} (\varepsilon^* - \varepsilon_{km}^*) \nu_{km}^* + \varepsilon^* n_e^* \nu_a^* \delta(\varepsilon), & (3) \end{cases}$$

где $\tau = t\nu_i^0$ — приведенное время развития разряда; ν_i^0 — полная частота ионизации легко ионизируемой примеси в момент начала сильноточной стадии разряда; $\nu_{ki}^* = \nu_{ki} / \nu_i^0$ — приведенная частота однократной ионизации атомов примеси электронами из состояния k; $\nu_{el} = \left(\sum\limits_{k=0}^{i-1} \nu_{ki} + \nu_l \right)$ — полная частота неупругих столкновений электронов с атомами примеси и упругих с атомами буферного газа соответственно; $n^* = n_0^0 / n_e^0$ — концентрация атомов легко ионизируемой примеси, приведенная к концентрации электронов в начале сильноточной стадии разряда;

$$n^* = n_e^* + \sum_{k \geq 0}^{m} n_k^*, \quad n_e^* = n_e / n_e^0, \quad n_m^* = n_m / n_e^0$$

— приведенные концентрации атомов газа, электронов плазмы, атомов, возбужденных на уровень m, соответственно; $\varepsilon^* = \varepsilon / \varepsilon_{0i}$ — приведенная средняя энергия электронов плазмы; $\nu_a^* = 6 D_a / r_p^2$ — частота амбиполярной диффузии;

$$\delta(\varepsilon) = \left[\ln \frac{r_p T_g^{0,5}}{2{,}4 D_a M_i^{0,5}} + \ln \frac{M_i \varepsilon^*}{m_e \varepsilon_a^*} \right]$$

— доля энергии, набираемая электронами в пристеночном слое плазмы; ε_{ki} — энергия ионизации атомов газа с уровня k; $E = E_0 \varphi_0(\tau)$, E_0 — напряженность электрического поля на плазме разряда в момент начала сильноточной (дуговой) стадии разряда; $\varphi_0(\tau)$ — функция, описывающая изменение напряженности электрического поля в течение импульса тока.

Групповой анализ системы дифференциальных уравнений, описывающих кинетику плазмы газового разряда

Кинетические уравнения (1)–(3) системы представляют собой линейные дифференциальные уравнения первого порядка с коэффициентами, зависящими от энергии электронов, т.е. неявно зависящими от времени. Обозначим выражение $\sum\limits_{k=0}^{m} \nu_{ki}^*$ — приведенной полной частоты ионизации газа — как ν_i^*, $\sum\limits_{k=0}^{m-1} \nu_{km}^* - \nu_{mi}^*$ — приведенной частоты возбуждения m-уровня — как ν_m^*. Введем новые обобщенные переменные в уравнения (1)–(3) и преобразуем уравнение (3) с помощью уравнения (1). Система примет следующий вид:

$$\begin{cases} \dfrac{dn_e^*}{d\tau} = n_e^* \nu_i^* - n_e^* \nu_a^*, \\ \dfrac{dn_m^*}{d\tau} = n_e^* (\nu_m - \nu_{mi}^*), \\ \dfrac{d\varepsilon^*}{d\tau} + \varepsilon^* \nu_i^* \left(1 - \dfrac{\nu_a^*}{\nu_i^*} [1 + \delta(\varepsilon)] + \dfrac{\nu_{ki}^*}{\nu_i^*} + \dfrac{\nu_m^*}{\nu_i^*} \right) = \\ = \dfrac{e^2}{m_e \varepsilon_i (\nu_i^0)^2} \dfrac{E^2(\tau)}{\nu_{el}^*} + \varepsilon_{mi}^* \nu_i^* + \varepsilon_{km}^* \nu_m^*. \end{cases} \quad (4)$$

Видно, что уравнение для ε явно не содержит n_e^*, зависит от начальных условий, функции электрического поля от времени и частот неупругих столкновений.

Определим инвариантные преобразования, которые допускает система дифференциальных уравнений (4). С помощью алгоритма поиска групповых преобразований системы дифференциальных уравнений [6] получим, что система кинетических уравнений допускает группу преобразований:

$$\tau' = \tau e^a; \quad \nu_i' = \nu_i^* e^{-a}; \quad \nu_m' = \nu_m^* e^{-a}; \quad \nu_a' = \nu_a^* e^{-a};$$

$$\nu_{el}' = \nu_{el}^* e^{-a}; \quad (E)' = E e^{-a},$$

где $k = 0, 1, \ldots, i-1$; $m = 1, \ldots, i-1$; с оператором

$$\hat{X} = \tau \frac{\partial}{\partial \tau} + n_e^* \frac{\partial}{\partial n_e^*} - \nu_i^* \frac{\partial}{\partial \nu_i^*} - \nu_k^* \frac{\partial}{\partial \nu_k^*} - \nu_a^* \frac{\partial}{\partial \nu_a^*} - \nu_{el}^* \frac{\partial}{\nu_{el}^*} - E \frac{\partial}{\partial E}.$$

Диапазон существования найденного масштабного преобразования для уравнения (3) ограничен условием ν_m^* / ν_i^*; ν_{mi}^* / ν_i^*; $\nu_a^* / \nu_i^* \ll 1$, т.е. условием, что потери энергии электронов на ионизацию рабочего вещества значительно превосходят другие потери энергии.

Оператор $\hat{X}$ группы преобразований, допускаемых системой, соответствует группе растяжений. Набор инвариантов такого преобразования для уравнений кинетики плазмы разряда системы (4) $\tilde{X}\varphi = 0$ таков:

$$I_1 = \tau \nu_i^*; \; I_2 = \frac{\nu_m^*}{\nu_i^*}; \; I_3 = \frac{n_e^*}{\tau}; \; I_4 = \frac{n_m^*}{\tau},$$
$$I_5 = \frac{\nu_a^*}{\nu_i^*}; \; I_6 = \frac{\nu_{el}^*}{\nu_i^*}; \; I_7 = \frac{e^2 E^2 \tau}{m_e \nu_{el}^* \varepsilon_i}; \; I_8 = \varepsilon^*. \quad (5)$$

Заметим, что инварианты $I_2 - I_4$, I_7 преобразования системы (4) совпадают с инвариантами преобразования уравнений Больцмана для различных частиц плазмы [7, 8], а инварианты

$$I_1 = \tau\nu_i^*,\ \ I_6 = \frac{e^2E^2\tau^2}{m_e\varepsilon_i}$$

определяют динамическое подобие развития плазмы разряда.

Автомодельные решения уравнений

Автомодельные решения уравнений системы (1)–(3), допускающие группу растяжений с оператором $\hat{X}$, имеют вид

$$u(\tau^*;\nu_i^*;\nu_m^*;\nu_a^*) = \tau^k\,\varphi_n\left(\frac{\varepsilon^*}{\tau^{\frac{\beta}{k}}}, \frac{E}{\tau^{\frac{\gamma}{k}}}, I_2, I_5\right),$$

где φ_n — новая искомая функция от обобщенных переменных и инвариантов, определяющих динамическое подобие процессов в плазме разряда.

Следуя концепции автомодельности, будем представлять функции, входящие в уравнения системы (4), в виде

$$n_e^* = \tau\varphi_e;\ \ n_m^* = \tau\varphi_m;\ \ \varepsilon^* = \frac{1}{\tau}\varphi_\varepsilon. \tag{6}$$

Здесь функции φ_k являются неявными функциями времени. После подстановки представлений (6) в уравнения системы (4) получим следующие решения:

$$\varphi_e = \exp\left(-\int_1^\tau \varepsilon^*\nu_a(\varepsilon_0)\,d\tau\right);$$

$$\varphi_m = \int_1^\tau \varphi_e I_1\left(I_2 - \frac{\nu_{mi}^*}{\nu_i^*}\right)d\tau;$$

$$\varphi_\varepsilon = \int_1^\tau\left(\frac{e^2}{m_e\varepsilon_i(\nu_i^0)^2}\frac{E^2(\tau)\tau^2}{\nu_{el}^*} + \varepsilon_{mi}^*I_1 + \varepsilon_{km}^*I_2\right)d\tau.$$

Автомодельные решения уравнений системы (4) имеют вид

$$n_e^*(\tau) = n_e^0\tau\exp\left(-\nu_a(\varepsilon_0)\int_1^\tau\frac{\varphi_\varepsilon}{\tau}\,d\tau\right);$$

$$n_m^*(\tau) = n_m^0\tau\int_1^\tau \exp\left(-\nu_a(\varepsilon_0)\int_1^\tau\frac{\varphi_\varepsilon}{\tau}\,d\tau\right)I_1\left(I_2 - \frac{\nu_{mi}^*}{\nu_i^*}\right)d\tau;$$

$$\varepsilon^*(\tau) = \frac{1}{\tau}\varphi_\varepsilon.$$

Заключение

Автомодельные решения уравнений для n_e^*, n_m^* и ε^* системы (4) зависят от φ_ε, т.е. от вида зависимости электрического поля от времени. Заметим, что вид функции φ_ε зависит от конкретной схемы источника накачки, который формирует импульс накачки и определяет вид зависимости электронной температуры от времени в течение импульса накачки. Следовательно, при использовании одинаковых схем накачки разрядов, плазмы таких разрядов имеют подобные во времени зависимости интенсивностей линий и параметров плазмы разряда.

Для одной и той же схемы накачки ($\varphi_e(\tau)$=const) при изменении начальных условий (масштабов переменных): $\nu_i^0, n_e^0, \nu_k^0, \nu_{el}^0, \nu_a^0, E_0, \varepsilon_{0i}$, автомодельные решения претерпевают масштабные растяжения, что согласуется с наблюдаемым в экспериментах подобием временных зависимостей населенностей уровней и интенсивностей спонтанного излучения плазмы.

1. *Месяц Г.А.* Генерирование мощных наносекундных импульсов. М.: Сов. радио, 1974. 256 с.
2. *Королев Ю.Д., Месяц Г.А.* Физика импульсного пробоя газов. М.: Наука, 1991. 224 с.
3. *Батенин В.М., Бучанов В.В., Казарян М.А., Климовский И.И., Молодых Э.И.* Лазеры на самоограниченных переходах атомов металлов. М.: Науч. книга, 1998. 544 с.
4. *Численное* моделирование развития генерации в импульсных лазерах на парах металлов / С.В. Арланцев, В.В. Бучанов, Л.А. Васильев, Э.И. Молодых и др. // Докл. АН СССР. 1981. Т. 260. № 3. С. 853–857.
5. *Кравченко В.Ф.* Метод физического моделирования импульсных газоразрядных лазеров // J. Russian Laser Res. 1994. V. 15. N 1. P. 83–89.
6. *Овсянников Л.В.* Групповые свойства дифференциальных уравнений. Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1962. 240 с.
7. *Рухадзе А.А., Соболев Н.Н., Соковиков В.В.* Подобие низкотемпературных неизотермических разрядов // Успехи физ. наук. 1991. Т. 161. № 9. С. 195–199.
8. *Конюхов В.В.* Подобные газовые разряды для CO_2-лазеров // Ж. техн. физ. 1970. Т. XL. Вып. 8. С. 1649–1655.

A.V. Kravchenko. **Self-similarity solutions of kinetic equations, describing plasma discharge evolution in pulse gas-discharge lasers.**

The paper provides information on processes of self-similarity dynamic plasma behaviour of pulsed gas-discharge lasers (PGL) in wide range of discharge initial conditions. Integrals and self-similarity solutions, which describe plasma evolution of independent pulse-periodic longitudinal high-current space discharge of neon and metal-vapor mixture (Cu, Ba) are presented. It is shown that the plasma discharge characteristics for the same pumping scheme are similar and defined by self-similarity solutions. Mechanisms, which restrict plasma self-similarity of PGL pulse-periodic discharge during current pulse, are discussed.