

А.М. Хазанов, Г.А. Коганов, Е.П. Гордов

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЗОНДИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ КОЛИЧЕСТВЕННОГО ОПИСАНИЯ ЛП-ЛИДАРА

Рассматривается решение задачи лазерного когерентного зондирования атмосферы на основе количественной модели ЛП-лидара. Построена математическая модель, позволяющая получить адекватное количественное описание ЛП-лидара.

На основе построенной модели дается методология математического обеспечения измерительной системы, позволяющая в диалоговом режиме обрабатывать результаты эксперимента.

1. Введение

Исследование свойств атмосферы в натуральных экспериментах требует постоянного улучшения характеристик измеряющей аппаратуры, совершенствования и создания перспективных источников и приемников лазерного излучения. Весьма перспективным для этих целей является так называемый ЛП-лидар [1, 2], в котором реализована комплексная схема, где один и тот же лазер является как источником, так и приемником излучения. Улучшением этой схемы явилось использование лазера с модулированной добротностью, связанного с зеркалом (естественным отражателем), вынесенным на значительные расстояния от лазерной системы [3, 4].

В работах [3, 4] модуляция добротности достигалась периодическим движением одного из зеркал лазерного резонатора. Известно, что в этом случае возникает фазовая и амплитудная модуляция света [5–6]. Смещение отразившегося от внешнего зеркала и вернувшегося в резонатор света со светом внутри резонатора (промодулированным по амплитуде и частоте) ведет к эффекту возникновения биений. Такое явление может рассматриваться как когерентный прием лазерного излучения.

Предложенная система приема является весьма перспективной для атмосферного зондирования, так как не накладывает серьезных ограничений на стабильность сигнала, в отличие от обычного гетеродинного приема [7]. Она также обладает гораздо большей помехозащищенностью по сравнению с классическим методом зондирования посредством фотоприемника, так как имеет узкую полосу усиления. Последнее обстоятельство позволяет работать в любое время суток и года как в видимой, так и в инфракрасной областях спектра.

Однако наряду с имеющимися явными достоинствами когерентного приема излучения имеется определенная трудность в обработке сигнала. Сложный характер взаимовлияния различных параметров схемы, неизменное наличие одновременно как частотной, так и амплитудной модуляции смешиваемых сигналов, отсутствие достоверной информации о некоторых параметрах системы стоят препятствием на пути к созданию реальной измерительной системы для когерентного зондирования атмосферы с помощью ЛП-лидара.

Для преодоления этих трудностей в данной статье представлена математическая модель ЛП-лидара, учитывающая наиболее важные особенности описываемой схемы и на этой основе предложена система с адаптивным измерением параметров атмосферы.

По существу, такое количественное описание ЛП-лидара открывает путь к решению некоторых задач атмосферной оптики с эффективным использованием средств автоматизации. Дело в том, что предложенная модель допускает удобную реализацию на компьютере и пригодна, таким образом, для создания компьютерной технологии измерений и обработки экспериментальных данных, при которой «...вся информация о предметной области хранится, циркулирует, преобразуется и обрабатывается на машинных носителях...» [8].

В работе [9] проблема теоретического описания ЛП-лидара рассматривалась качественно. Здесь для детального описания связанной амплитудно-фазовой модуляции система уравнений для медленных амплитуд и фаз выводится из уравнений Максвелла. Учет граничных условий и использование физически оправданных приближений приводит к замкнутой системе нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений для медленных амплитуд, измеренных в характерных точках (на зеркалах). Система уравнений решается численно. Сформулирована методология и технология построения на этой основе измерительной системы с адаптивной схемой измерения.

2. Вывод уравнений для медленных переменных

Исходим из уравнения для плоской волны в среде в виде

$$\partial_t^2 E + \frac{\omega}{Q} \partial_t E - c^2 \partial_x^2 E = -\frac{1}{\varepsilon_0} \partial_t P. \quad (1)$$

Медленные амплитуды E_i , P_i и фазы φ_i ($i = 1$ для прямой волны, $i = 2$ для обратной) выделяем согласно формулам

$$G = G_1 \exp [i(\omega t - kx + \varphi_1)] + G_2 \exp [i(\omega t + kx + \varphi_2)] + \text{к. с.} \quad (2)$$

(G — одна из величин E , P). Отбрасывая квадратично малые по величине $(1/\omega)d/dt$ члены, а также учитывая, что: 1) дисперсия во внутрирезонаторной среде отсутствует ($\omega = kc$), 2) разность фаз между полем и поляризацией равна $\pi/2$, то есть $\exp(i(\varphi_1 - \varphi_2)) = i$ (это предположение еще будет анализироваться далее), получаем уравнения для амплитуд и фаз в виде

$$\dot{E}_i \pm c\partial_x E_i + \frac{\omega}{Q} E_i = \frac{\omega}{2\varepsilon_0} P_i; \quad (3)$$

$$\dot{\varphi}_i \pm c\partial_x \varphi_i - \frac{1}{2Q} (\dot{E}_i/E_i) = -\frac{1}{\varepsilon_0} (\dot{P}_i/E_i). \quad (4)$$

(Здесь знак «+» для $i = 1$). Систему уравнений (3), (4) необходимо замкнуть соотношениями, связывающими поляризацию среды с полем. Для расчета поляризации активной среды примем, что среда состоит из N двухуровневых атомов, обладающих одинаковым комплексным дипольным моментом d и резонансно взаимодействующих с модой поля. Для макроскопической поляризации имеем выражение

$$P(x, t) = N(d^* \rho_{12} + \text{к. с.}). \quad (5)$$

Для четырех элементов ρ_{ij} атомной матрицы плотности имеем следующую систему уравнений:

$$\partial_t + i\omega_0 + \gamma_{\perp}) \rho_{12} + idD \cdot E = 0; \quad (6)$$

$$(\partial_t + \gamma_{\parallel}) D - \gamma_{\parallel} \Delta_0 + 2i(d^* \rho_{12} - \text{к. с.}) = 0, \quad (7)$$

где $D = \rho_{11} - \rho_{22}$; ω_0 — частота атомного перехода; $\gamma_{\perp}, \gamma_{\parallel}$ — традиционные атомные релаксационные константы; Δ_0 — равновесная инверсность населенностей. Полагаем, что среда релаксирует значительно быстрее, чем поле ($1/\gamma_{\perp, \parallel}) d_t E_i \ll E_i$, и можно воспользоваться стационарным решением системы (6), (7).

Выделяя пространственно-временные гармоники величины E , P , можно записать эту систему в терминах гармоник. Ограничиваясь вторым порядком разложения по амплитудам поля, получаем выражения для прямой и обратной волн поляризации:

$$P_1 = \varepsilon_1 [1 - \varepsilon_2 (E_1^2 + 2E_2^2)] E_1; \quad (8)$$

$$P_2 = \varepsilon_1 [1 - \varepsilon_2 (E_2^2 + 2E_1^2)]. \quad (9)$$

Здесь введены линейная восприимчивость $\varepsilon_1 = N|d|^2 \Delta_0 / \gamma_{\perp}$ и параметр насыщения $\varepsilon_2 = 4|d|^2 / (\gamma_{\perp} \gamma_{\parallel})$. Соотношения (8), (9) замыкают систему уравнений (3), (4).

3. Редуцирование системы уравнений, граничные условия

В этом разделе мы перейдем от уравнений в частных производных к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, а также сформулируем граничные условия. Схема когерентного приема лазерного излучения изображена на рис. 1. В неподвижной системе координат неподвижное, подвижное и выносное зеркала имеют координаты $-l$, $a = a(t)$, L соответственно. Коэффициенты отражения зеркал равны R_0 , R_1 , R_2 . Коэффициент внешних потерь примем равным σ (это означает, что амплитуда прошедшего по трассе и возвратившегося сигнала уменьшилась в $\exp(2L/\sigma)$ раз). В силу очень слабой пространственной зависимости медленных переменных, аппроксимируем пространственные производные конечными разностями

$$\partial_x E_i \approx \frac{E_i(a) - E_i(-l)}{a + l}, \quad \partial_x \varphi_i = \frac{\varphi_i(a) - \varphi_i(-l)}{l + a}. \quad (10)$$

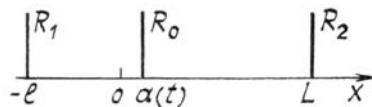


Рис. 1

Соотношения (10) позволяют перейти от уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Граничные условия на зеркалах резонатора позволяют сократить число независимых неизвестных функций и сделать систему определенной. Начнем с граничных условий для фаз:

$$-ka + \varphi_1(a) = ka + \varphi_2(a) + 2\pi n; \quad (11)$$

$$kl + \varphi_1(-l) = -kl + \varphi_2(-l) + 2\pi m; \quad (12)$$

$$\varphi_1(a) - \varphi_1(-l) = \varphi_2(-l) - \varphi_2(a), \quad (13)$$

(m, n – целые). Соотношения (11), (12) являются обычными условиями отражения на зеркалах резонатора. Соотношение (13) выражает условие симметрии, которое физически соответствует тому, что на зеркалах находятся узлы. Другими словами, фаза накапливается одинаково при движении как в прямом, так и в обратном направлении по резонатору. Вычитая (12) из (11) с учетом (13), а также учитывая, что $a \ll \lambda/2$ и при колебаниях зеркала не происходят переходы в другие моды (выполняется соотношение $kl = \pi(n-m)$), получаем в конечном счете соотношение

$$\varphi_1(a) - \varphi_1(-l) = \varphi_2(-l) - \varphi_2(a) = ka. \quad (14)$$

Соотношение (14) позволяет сразу же рассмотреть вопрос об эволюции фазы, поскольку теперь можно оценить «зацепляющиеся» с полем члены уравнений (4). Так, например, справедлива оценка

$$c\partial_x \varphi \left(\frac{1}{2Q} \frac{\dot{E}_1}{E_1} \right)^{-1} \approx \frac{cka}{l} \frac{Q\Delta t E_1}{\Delta E_1} = \left(\frac{\omega a \Delta t}{l} \right) Q \frac{E_1}{\Delta E_1} \gg 1. \quad (15)$$

(Здесь Δt – временной масштаб изменения амплитуды E_1). Неравенство (15) следует из соотношений $\omega a \Delta t \sim l$, $Q \ll 1$, $E_1 \gg \Delta E_1$, которые с хорошей точностью выполняются в эксперименте. Таким образом, вклад от амплитуд в уравнения для фаз незначителен и им можно пренебречь. В результате имеем соотношения, определяющие эволюцию фаз:

$$\varphi_i(x_i, 0) = \varphi_i(x_i, 0) \pm \frac{\omega}{l} \int_0^t a(t_1) dt_1, \quad (i = 1, 2) \quad (16)$$

($x_1 = a$, $x_2 = -l$, знак «+» для $i = 1$). Далее, запишем граничные условия для амплитуд на подвижном и неподвижном зеркалах:

$$E_1(-l, t) = R_1 E_2(-l, t); \quad (17)$$

$$E_2(a, t) = R_0 E_1(a, t) + \exp\left(-\frac{2L}{\sigma}\right) (1 - R_0)^2 R_2 E_1(t - \tau) \cos[\varphi_1(a, t) - \varphi_1(a, t - \tau) + \alpha], \quad (18)$$

где $\tau \equiv 2L/c$, $\alpha = \text{const}$. Соотношение (17) представляет собой условие отражения. Соотношение (18) является обычным законом сложения медленных амплитуд сигналов с близкими частотами и различающимися амплитудами. Учитывая, что обычно в эксперименте время задержки на трассе τ удовлетворяет условию $\tau \ll l/(\omega a)$, можем в правой части (18) положить: $E_1(t - \tau) \simeq E_1(t)$. Кроме того, в силу условия $\tau a \ll a$ можно приближенно полагать

$$\varphi_1(a, t) - \varphi_1(a, t - \tau) = \frac{\omega}{l} \int_{t-\tau}^t a(t_1) dt_1 \simeq \frac{\omega a(t)}{l} \tau. \quad (19)$$

Таким образом, вместо (18) получаем граничные условия в виде:

$$E_2(a, t) \simeq \gamma(t) E_1(a, \tau); \quad (20)$$

$$\gamma(t) \equiv R_0 + \exp(-2L/\sigma) (1 - R_0)^2 R_2 \cos\left[\frac{\omega \tau}{l} a(\tau) + \alpha\right].$$

С учетом (17) и (20) имеем окончательную систему обыкновенных дифференциальных уравнений для двух независимых неизвестных функций $x(t) \equiv E_1(a, t)$, $y(t) \equiv E_2(-l, t)$:

$$\dot{x} + \nu(1 - a/l)(x - R_1 y) = \alpha x - \beta(1 + 2\gamma^2)x^3; \quad (21)$$

$$\dot{y} - \nu(1 - a/l)(\gamma x - y) = \alpha y - \beta(1 + 2R_1^2)y^3, \quad (22)$$

где $\gamma = \gamma^{(t)}$, $a = a(t)$. Положительные константы α , β (коэффициенты усиления и насыщения соответственно) определяются формулами

$$\alpha_1 = \frac{\omega}{Q}(\xi - 1); \quad \beta = \frac{\omega}{Q} \frac{\gamma_{\perp} \gamma_{\parallel}}{4|d|^2} \xi, \quad (23)$$

$$\xi = \Delta_0/\tilde{\Delta}; \quad \tilde{\Delta} = (\omega/Q) \gamma_{\perp}/(N|d|^2),$$

$\nu = c/l$ — обратное время пробега в резонаторе; c — скорость света.

4. Анализ динамики поля

Система уравнений (21), (22) является базовой моделью, параметры которой удается подобрать до достаточно хорошего совпадения с экспериментом. Она хорошо описывает динамику поля как на начальной стадии генерации, так и при установившихся биениях.

На начальной стадии генерации (далеко от насыщения) амплитуды x , y удовлетворяют линейной системе уравнений, из рассмотрения которой следует пороговое условие (условие усиления)

$$\alpha - \nu(1 - \sqrt{R_0 R_1}) > G, \quad (24)$$

время $\tau_1 = [\alpha - \nu(1 - \sqrt{R_0 R_1})]^{-1}$, определяемое левой частью (24), является характерным временем установления биений.

На временах $t \gg \tau_1$ система (21), (22) исследовалась численно. Наиболее интересным с точки зрения практических применений являются зависимости решения от амплитуды a_0 и частоты ω_1 колебаний подвижного зеркала. Закон колебаний выбирался синусоидальным $a(t) = a_0 \sin \omega_1 t$. Шаг по времени Δt при численном решении системы уравнений следует выбирать, исходя из условия $\Delta t \ll \nu^{-1}$ (самого «быстрого» времени задачи).

Качественно установившееся решение представляет собой биения с двумя характерными частотами. Меньшая частота соответствует частоте колебания зеркала, большая — разностная частота (разность между частотой резонатора в момент времени t и $t+\tau$). Разностную частоту можно оценить, если произведем разложение $a(t)$ около $t = 0$, т.е. $a(t) \sim a_0 \omega_1 t$. Таким образом, частота биений имеет масштаб

$$\Delta \omega_R \sim \frac{\omega \tau a_0 \omega_1}{l}.$$

Отсюда следует, что на величину $\Delta \omega_R$ можно влиять произведением $a_0 \omega_1$. Что касается глубины модуляции (потерь), которая влияет на амплитудную модуляцию сигнала, то ее можно легко оценить из линейной задачи. В результате оценки имеет место соотношение $k \sim a_0 c \tau_1 / l^2$. Таким образом, на глубину амплитудной модуляции сигнала можно влиять величиной амплитуды колебаний подвижного зеркала.

5. Решение задачи зондирования, методология построения измерительной схемы

При решении задач лидарного зондирования атмосферы одним из ключевых моментов является процесс обработки результатов эксперимента. Серьезными препятствиями являются отсутствие точных количественных соотношений между характеристиками атмосферы и параметрами лидарного комплекса, а также невозможность градуировки системы (мы не можем, к сожалению, менять в заданном интервале коэффициент поглощения с тем, чтобы измерить, как при этом меняется амплитуда биений или какая-нибудь другая величина). Для преодоления этих препятствий предлагается комплексный подход, суть которого состоит в том, что решение задачи зондирования (в данном случае определение коэффициента поглощения и длины трассы) существенно опирается на модельное решение прямой задачи.

Математическая модель ЛП-лидара, описанная в предыдущих разделах, фактически является решением прямой задачи когерентного зондирования. Действительно, на графике временной зависимости амплитуды поля на неподвижном зеркале, изображенном на рис. 2 (ср. осциллограмму гетеродинных биений на рис. 3 из работы [4]) можно выделить две характерные величины α_a , α_f , связанные с глубиной амплитудной и частотной модуляции соответственно. При необходимости они могут усредняться по нескольким периодам колебания зеркала. Значения этих величин зависят от коэффициента поглощения σ и длины трассы L , причем зависимость эта, как показывают результаты машинного эксперимента, однозначная и достаточно гладкая. Последнее обстоятельство и положено в основу метода градуировки измерительной системы. Суть метода в следующем. Задается область X изменения L и σ , так что каждой паре значений (L, σ) соответствует точка в X . Затем для каждой точки из X решаются численно уравнения модели (21), (22) и по решениям этих уравнений вычисляется соответствующая пара значений

(α_a, α_f) , представляющая точку в некоторой области Y . В результате мы получаем взаимно однозначное отображение $X \Leftrightarrow Y$, являющееся решением прямой задачи зондирования. Тем самым фактически решена проблема градуировки измерительной системы, и при решении обратной задачи уже не встречаются трудности принципиального характера, так как оно сводится к простому обращению взаимно однозначного отображения.

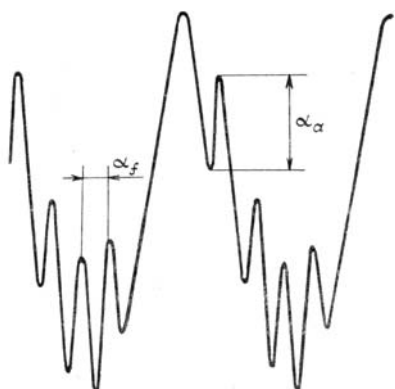


Рис. 2

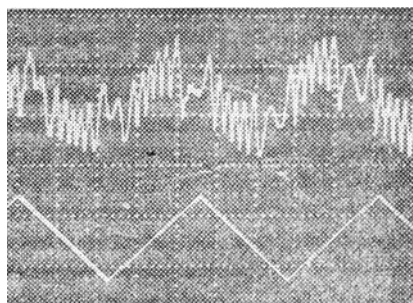


Рис. 3

Далее, определяя по экспериментальной кривой значения α_a, α_f и используя обратное отображение $Y \Rightarrow X$, нетрудно восстановить значения коэффициента поглощения σ и длины трассы L .

Описанная выше методология измерений оптических параметров атмосферы дает также способ определения номинальных (в смысле достижения заданной точности) параметров измерительной системы и номинальных диапазонов измерений. Выбор диапазона измерения осуществляется, исходя из простого ограничительного критерия. В пределах одного диапазона число малых биений на одном периоде колебания зеркала не должно меняться (рекомендуются значения около 7–12). Смысл этого критерия в том, что используемая для интерпретации кривая не должна в пределах одного диапазона претерпевать качественные изменения (в виде появления новых дифференциальных особенностей). Исходя из этого и выбираются параметры a_0, ω_1 .

Отображение $X \Leftrightarrow Y$, соответствующее одному диапазону, «обсчитывается» предварительно на мощном компьютере, а затем уже в компактном матричном виде «сшивается» в автоматизированную систему обработки измерений. Количество диапазонов ограничено только объемом оперативной памяти измерительной системы.

На основе предложенной концепции разработано программное обеспечение, позволяющее в диалоговом режиме обрабатывать результаты эксперимента, а также создавать базу данных, обеспечивающих различные диапазоны измерений.

1. Годлевский А.П., Иванов А.К., Копытин Ю.Д. //Квантовая электроника. 1982. Т. 9. № 9. С. 2007.
2. Годлевский А.П., Зуев В.Е., Иванов А.К., Копытин Ю.Д. //ДАН. 1982. Т. 267. № 2. С. 343.
3. Годлевский А.П., Гордов Е.П., Понуровский Я.Я., Фазлиев А.З., Шарин П.П. //Квантовая электроника. 1986. Т. 13. № 4. С. 863.
4. Godlevskii A.P., Gordov E.P., Ponurovskii Ya. Ya., Fazliev A.Z., Sharin P.P. //Appl. Opt. 1987. V. 26. № 9. P. 1607.
5. Баранов Р.И., Широков Ю.М. //ЖЭТФ. 1967. Т. 53. Вып. 6. С. 2123.
6. Весницкий А.И. //Изв. вузов. Радиофизика. 1971. Т. 14. № 10. С. 1538.
7. Протопопов В.В., Устинов Н.Д. Лазерное гетеродинарование. М.: Наука, 1985. 288 с.
8. Зуев В.Е. //Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. № 1. С. 5.
9. Гордов Е.П., Понуровский Я.Я., Фазлиев А.З. К теории лазера с модулированной добротностью, связанного с дополнительным зеркалом. Томск, 1985. 16 с. Деп. в ВИНТИ. 06.06.85. № 4569-85.

Отдел Вычислительного центра ДВО АН СССР,
Комсомольск-на-Амуре
Институт оптики атмосферы СО АН СССР, Томск

Поступила в редакцию
18 мая 1989 г.

A. M. Khazanov, G. A. Koganov, E. P. Gordov. **Solution of the Sensing Problem Based on the Quantitative Description at the Laser Detection (LD) Lidar.**

The solution of the problem on coherent lidar sensing is discussed based on the quantitative model of the laser detection lidar. A mathematical model is constructed which enables one to adequately describe the LD-lidar.

Based on the model constructed the approaches to develop the software for the measuring systems which assume the dialogue mode of computer processing of the experimental data are presented.