

Распределение вероятностей флуктуаций интенсивности расходящегося лазерного пучка в приземной атмосфере при снегопадах (0,63 мкм)

Н.А. Вострецов, А.Ф. Жуков*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 29.12.2010 г.

Проведена аппроксимация измеренных распределений вероятностей флуктуаций интенсивности расходящегося лазерного пучка He–Ne-лазера в приземной атмосфере при снегопадах известными распределениями.

Ключевые слова: лазерный пучок в атмосфере, вероятность, распределение, снегопад; laser beam in atmosphere, probability, distribution, snowfall.

Введение

Данные о вероятностных характеристиках флуктуаций интенсивности лазерных пучков, распространяющихся в атмосфере при снегопадах, необходимы для анализа работоспособности всепогодных лазерных систем.

Распределения вероятностных характеристик вообще не рассматриваются в теоретических работах о флуктуациях оптического излучения в турбулентной атмосфере, замутненной грубодисперсными частицами (осадками).

В большинстве экспериментальных работ изучается распределение интегральной вероятности в турбулентной атмосфере в отсутствие осадков. Известно, что в случае слабых турбулентных флуктуаций в отсутствие осадков распределение интегральной вероятности описывается логарифмически-нормальным распределением [1–3]. В [4] имеется богатая информация о вероятностных свойствах излучения в турбулентной атмосфере в отсутствие осадков. Распределение интегральной вероятности оптического излучения в приземной атмосфере в снегопадах исследовалось в работах [5–12]. В [5, 6, 10–12] отмечается отклонение от нормального распределения. Из [7–9] следует, что распределение вероятностей имеет различную симметрию, большинство измерений аппроксимируется неограниченными гамма-распределениями.

Во всех вышеупомянутых работах в снегопадах для определения вида распределения интегральной вероятности используется метод выпрямленных диаграмм. В этом методе подбор статистической модели

для аппроксимации экспериментального распределения проводится путем графического представления интегральной вероятности. Критерием удачного выбора модели для аппроксимации служит выпрямление зависимости интегральной вероятности от значений сигнала. Прямолинейность в методе выпрямленных диаграмм строго математически не определена, и решение принимается по визуальным наблюдениям, т.е. субъективно.

Полемика среди исследователей не возникает в случае очевидной прямолинейности. Напротив, она имеет место в других не явных случаях выпрямления. Казалось, что прямолинейность в зависимости значений интегральной вероятности от сигнала можно выявить известным методом наименьших квадратов (МНК). По мнению автора [13], он применим для независимых значений исследуемой величины, но не для интегральной вероятности. Ранее в [9] было отмечено, что критерий согласия χ^2 (Пирсона) не подтверждает применимость гамма-распределения даже при идеальном выпрямлении его интегральной вероятности. Стоило ожидать подтверждения лишь при соблюдении всех условий, при которых критерий согласия χ^2 работает. В [9] причина, почему критерий согласия χ^2 не подтверждает применимость гамма-распределения, не исследуется.

В настоящей статье используются результаты измерений и расчетов вероятностных характеристик, опубликованных в [7–9], выясняется причина неподтверждения критерием χ^2 результатов прежней аппроксимации измеренных распределений вероятностей и проводится аппроксимация измеренных распределений вероятностей известными распределениями с использованием предложенного нами критерия.

* Николай Арсеньевич Вострецов; Анатолий Фомич Жуков (tsvyk@iao.ru).

Аппаратура и методика

Одномодовый лазерный пучок с выхода He–Ne-лазера типа ЛГН-215 (длина волны 0,63 мкм) направлялся в атмосферу. Пучок имел видимый начальный диаметр примерно 6 мм, гауссово распределение интенсивности, полный угол расходимости, равный 10^{-4} рад, и линейную поляризацию, приблизительно перпендикулярную поверхности земли. Излучение лазерного пучка принималось фотоэлектронным умножителем (ФЭУ-38). Перед ФЭУ устанавливалась диафрагма диаметром $D_{\text{пр}} = 0,1$ мм. Фотоприемник с блендой располагался вблизи оптической оси пучка. Полный угол поля зрения приемника равнялся $2,7 \cdot 10^{-2}$ рад. Пучок излучения проходил горизонтальные трассы с отражением длиной L , равной 2×130 м, и без отражения длиной 964 м. На трассе длиной 260 м измерения проведены в 10 снегопадах и на трассе длиной 964 м в 8 снегопадах. Синхронно с измерением флуктуаций сигнала измерялась прозрачность атмосферы T на горизонтальной трассе длиной 2×100 м измерителем дальности видимости типа РДВ-3, работающим на длине волны 0,55 мкм. Метеостанцией М-63М-1 измерялись скорость ветра V (м/с) и направление скорости ветра V^0 . Максимальный размер снежинок D_m (мм) определялся визуально с помощью линейки после улавливания их на жесткую подложку, покрытую мехом. По T и L рассчитывалась оптическая толщина τ на измерительной трассе. Относительная погрешность в определении τ увеличивалась с ростом метеорологической дальности видимости S_m и при $0,5 \leq S_m \leq 6$ км находилась в пределах 10–20%. По τ и L рассчитывался коэффициент рассеяния α (км^{-1}) с использованием $\tau = \alpha \cdot L$. По азимуту трассы α_r^0 , азимуту ветра α_v^0 , скорости ветра V (м/с) и соотношению $V_{\perp} = V |\sin(\alpha_r^0 - \alpha_v^0)|$ рассчитывалась перпендикулярная к трассе составляющая скорости ветра V_{\perp} .

Сигнал $U(t)$ усиливался и одновременно поступал на дисперсиометр, коррелятор Х6-4, анализатор спектра FSP-80 и анализатор импульсов АИ-1024.

В дисперсиометре определялись среднее значение сигнала $\langle U(t) \rangle$ и ненормированная дисперсия

$$\sigma_{\text{нн}}^2 = \langle (U(t) - \langle U(t) \rangle)^2 \rangle, \quad (1)$$

где символ $\langle \rangle$ означает усреднение во времени. Время усреднения Δt в дисперсиометре равно 20 с. По $\langle U(t) \rangle$ и $\sigma_{\text{нн}}^2$ рассчитывалась нормированная дисперсия

$$\sigma^2 = \sigma_{\text{нн}}^2 / \langle U(t) \rangle^2. \quad (2)$$

По данным, полученным на анализаторе спектра FSP-80 с учетом калибровки, находилась спектральная функция ($\Delta t = 100$ с)

$$U_{\text{с.ф}}(f_j) = \frac{f_j W(f_j)}{20 \text{ кГц} \int_{2 \text{ Гц}} W(f_j) df_j}, \quad (3)$$

где $W(f_j)$ – спектральная плотность мощности сигнала на частоте f_j ; f_j – центральная частота фильтров ($j = 1-38$).

Коррелятор Х6-4 измерял ненормированную временную автокорреляционную функцию $B(\Delta t_c)$. Нормированная временная автокорреляционная функция рассчитывалась по формуле

$$b(\Delta t_c) = B(\Delta t_c) / B_{\text{max}}, \quad (4)$$

где B_{max} – максимальное значение B , которое определяется при $\Delta t_c = 0$; Δt_c – величина смещения во времени сигнала. Время корреляции t_k на уровне 0,05 ($t_{0,05}$) равно Δt_c , при котором $b = 0,05$ [14].

По измерениям на анализаторе импульсов АИ-1024 рассчитывались вероятностные характеристики сигнала. Рассмотрим подробнее работу анализатора импульсов АИ-1024. Суть его работы описана в [15]. В АИ-1024 непрерывный сигнал $U(t)$ с заданной периодичностью преобразовывался в импульсный сигнал $U'(t)$. Амплитуда импульсов равнялась значению непрерывного сигнала $U(t)$ в момент его преобразования, а длительность импульсов была постоянна (4 мкс). Анализатор импульсов АИ-1024 преобразовывал непрерывный сигнал $U(t)$ в импульсный $U'(t)$ при изменении $U(t)$ от $U_{\text{min}} = 0,2$ В до $U_{\text{max}} = 10$ В. Так как $U(t)$ мог быть меньше 0,2 В, то во входной сигнал вводилась подставка несколько больше, чем 0,2 В. Значение подставки учитывалось в расчетах вероятностных характеристик сигнала.

Прибор АИ-1024 сконструирован так, что его рабочий диапазон от 0,2 до 10 В был разделен на N_0 равных частей (каналов). Сделаем необходимые в дальнейшем обозначения: N_j – номер канала; $U'_j(t)$ – соответствующее N_j значение сигнала $U'(t)$. Индекс j меняется от 1 до N_0 . Обозначим через $\Delta U'$ разницу в вольтах между начальными значениями сигнала $U'(t)$, зарегистрированными соседними каналами ($\Delta U' = U_j - U_{j-1} = U_{j+1} - U_j$). Анализатор АИ-1024 определял число импульсов a_j в каждом j -м канале, когда сигнал $U'(t)$ был равен $U'_j(t)$ и меньше $U'_j(t) + \Delta U'$. Значения a_j и N_j для каждого j -го канала были исходной информацией для дальнейших расчетов. Весь рабочий диапазон АИ-1024 равномерно делился на $N_0 = 128, 256, 512$ и 1024 каналов (уровней). Чаще всего в вероятностных измерениях число каналов равнялось 256 ($N_0 = 256$). При таком N_0 начальные значения напряжения в соседних каналах были разделены на весьма малое значение напряжения $\Delta U' = 40$ мВ.

Так как главная цель исследования состоит в аппроксимации измеренных распределений, то считалось важным как-то выделить среди множества соотношений для аппроксимации кривых с одним узким максимумом те соотношения, которые наиболее близки к измеренным. Для этого были проведены следующие расчеты. Вычислялись число проанализированных импульсов $M = \sum_{j=1}^{N_0} a_j$; вероятность $P_j = a_j / M$; интегральная вероятность

$$F_j = \sum_{j=1}^{N_0} P_j,$$

где $j = 1, 2, 3, \dots, N_0$; первые четыре момента относительно нуля (начальные моменты) ($k = 1, 2, 3, 4$) [16]:

$$\mu'_k = \sum_{j=1}^{N_0} U_j \omega(U_j); \quad (5)$$

$\omega(U_j)$ — плотность вероятностей U_j ; первые четыре момента относительно математического ожидания или центральные моменты

$$\mu_k = \sum_{j=1}^{N_0} (U_j - \mu'_1)^k \omega(U_j), \quad (6)$$

где μ'_1 — математическое ожидание (среднее $\langle U \rangle$); первые четыре центральных момента, нормированных на среднее в степени k :

$$\mu_{kn} = \frac{\sum_{j=1}^{N_0} (U_j - \mu'_1)^k \omega(U_j)}{(\mu'_1)^k}; \quad (7)$$

показатель асимметрии (β_1) [16]:

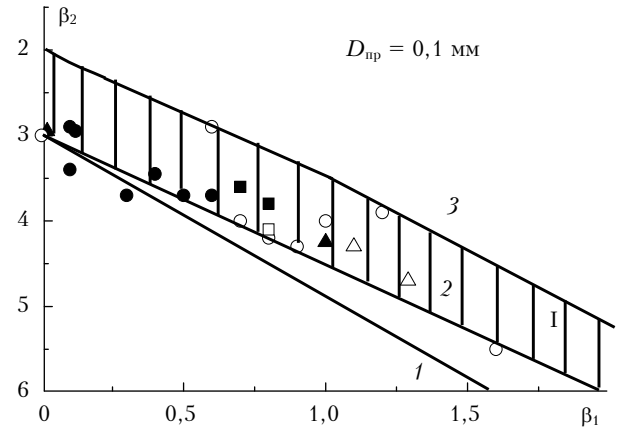
$$\beta_1 = (\mu_3)^2 / (\mu_2)^3; \quad (8)$$

показатель островершинности (β_2) [16]:

$$\beta_2 = \mu_4 / (\mu_2)^2. \quad (9)$$

Форма распределения вероятностей разнообразна. Распределения имеют один максимум. Нами анализируются распределения с одним достаточно узким максимумом. Распределения вероятностей имеют один максимум тогда, когда спектральная функция имеет два максимума. Такие распределения можно аппроксимировать множеством соотношений. Число соотношений, пригодных для аппроксимации измеренных распределений, существенно сокращается, если использовать метод выбора аппроксимирующих (пробных) распределений, описанный в [16]. Выбор пробных распределений для аппроксимации измеренных был проведен в соответствии с местом измеренного распределения в плоскости (β_1, β_2). На рисунке показаны положения в плоскости (β_1, β_2) различных распределений вероятностей и часть рассчитанных значений β_1 и β_2 по экспериментальным данным для расходящегося пучка.

Не показаны те значения, которые совпадают с приведенными значениями или приближаются к ним. Величины β_1 и β_2 находятся вблизи нормальных, логарифмически-нормальных, гамма-распределений и в области бета-распределений (I), поэтому логично взять эти распределения в качестве пробных. Пробным распределением также взято распределение Грамма–Шарлье. Оно имеет симметричную форму, но не форму нормального распределения [17]. Логарифмически-нормальное распределение не используется в качестве пробного, так как оно не件годно



Положения в плоскости (β_1, β_2) различных распределений вероятностей: 1 — логарифмически-нормальное; 2 — гамма-распределение; 3 — верхняя граница области бета-распределения; I — область бета-распределения. $L = 260$ м: ● — $D_m = 1-3$ мм, ■ — $3-5$ мм, ▲ — ≥ 5 мм; $L = 964$ м: ○ — $D_m = 1-3$ мм, □ — $3-5$ мм, △ — ≥ 5 мм

для аппроксимации [7] экспериментальных распределений.

Форма распределений зависит от их параметров. Оценки параметров пробных распределений, используемых для аппроксимации измеренных, даны по соотношениям, приведенным в [16], где они определяются через арифметическое среднее [$\langle U \rangle_a$] и арифметическую ненормированную дисперсию [$\sigma_{\text{нна}}^2$] значений сигнала. Величины $\langle U \rangle_a$ и $\sigma_{\text{нна}}^2$ не определялись в настоящей статье. Мы полагали, что $\langle U \rangle_a \approx \mu'_1$, а $\sigma_{\text{нна}}^2 \approx \mu_2$.

Оценки пробных параметров распределений несколько варьировались, чтобы выбрать из них лучшие значения, определенные путем выпрямления зависимости между плотностью вероятности измеренного распределения и значениями сигнала при изменении параметров пробного распределения. Методика выпрямления достаточно подробно описана в [18, 19]. Из [19] следует, что лучшими параметрами пробных распределений будут те, при которых лучше выпрямляется кривая экспериментального распределения плотности вероятностей. Выпрямление проведено в диапазоне значений $U(t)$, где их плотности вероятностей регулярно изменяются, а не флуктуируют. Этот диапазон также соответствует диапазону, в котором проводится аппроксимация экспериментальных распределений.

Мы использовали в качестве критерия следующее условие: как только значение пробной зависимости первый раз выходит за границы области сравнения, то такая зависимость непригодна. Почему взят этот критерий, будет понятно ниже. Область сравнения образуется симметрично относительно значений исследуемой зависимости, так чтобы форма ее верхней и нижней границ повторяла форму исследуемой зависимости. Расстояние между ее верхней и нижней границами (l) задается допустимой разницей между значениями пробной и исследуемой зависимостей и служит количественной мерой для определения качества аппроксимации. Необходимость

вышеописанного критерия обусловлена коррелированностью выборок в проведенных вероятностных измерениях и будет доказана ниже. Критерий пригоден для аппроксимации любой зависимости. Апробацию же мы провели на конкретном примере аппроксимации распределения вероятностей флуктуаций интенсивности расходящегося пучка в снегопадах. В этом случае

$$l = (P_j + \kappa P_j) - (P_j - \kappa P_j) = 2\kappa P_j,$$

где P_j — вероятность в каждом канале анализатора, коэффициент κ был равен 0,15; 0,10; 0,075 и 0,05. Коэффициент κ — количественная мера определения качества аппроксимации. Расстояние l максимально в максимуме распределения вероятностей и минимально на краях этого распределения. Мы считали, что распределения, значения которых при коэффициенте κ , равном 0,15, выходят за границы области сравнения, будут не пригодны для аппроксимации измеренных распределений. Минимальное значение коэффициента ($\kappa = 0,05$) определяется относительной погрешностью измерения минимального значения вероятности, которую мы оцениваем в 5–10%. За лучшее среди пробных распределений принимается то, которое не выходит из области сравнения при меньшем значении коэффициента.

Результаты и их обсуждение

Вероятностные измерения проведены при разных сочетаниях оптической толщи на трассе, максимального размера снежинок и скорости ветра. В связи с этим время корреляции ($t_k = t_{0,05}$) изменялось в широком диапазоне значений от $0,4 \cdot 10^{-3}$ до $55 \cdot 10^{-3}$ с. Обычно время анализа t_A было равно 20–30 с, так что в наших вероятностных измерениях $t_A \gg t_k$. Время же между выборками (импульсами) t_n определяется частотой преобразования, которая в измерениях изменялась от 0,5 до 1,6 кГц. Мы, к сожалению, не фиксировали t_k и t_n для каждого измеренного распределения. Разница между t_k и t_n нам известна только для небольшого числа измеренных распределений. Из непосредственного сравнения значений t_k и t_n , а также диапазонов их изменений следует, что большинство вероятностных измерений проведено в условиях, когда $t_k > t_n$, т.е. с коррелированными импульсами. Поэтому критерий χ^2 не подтверждает результаты аппроксимации прежних работ [7–9] и исключается использование МНК для анализа обсуждаемых данных.

Всего при диаметре приемника 0,1 мм исследовано 70 распределений. Из них четыре были левосимметричные, 45 — правосимметричные и 21 имело симметричную форму. Левосимметричные распределения получены в снегопадах, когда выпадали не

только одни редкие хлопья ($D_m > 5$ мм), но и когда наряду с хлопьями выпадали отдельные снежные кристаллы разного типа размером меньше хлопьев. Однако и в этих снегопадах преобладали хлопья. Правосимметричные распределения аппроксимировались гамма- и бета-распределениями. Для аппроксимации симметричных распределений использовались все 4 пробных распределения. Левосимметричные распределения аппроксимировались бета-распределением, так как при некоторых параметрах [16] оно описывает и левосимметричные распределения. Был применен критерий первого выхода значения пробного распределения из области сравнения при $\kappa \leq 0,15$ для аппроксимации левосимметричных измеренных распределений.

Установлено, что бета-распределение при $\kappa \leq 0,15$ выходит из области сравнения. Результаты аппроксимации правосимметричных и симметричных измеренных распределений ограниченными пробными распределениями для расходящегося пучка приведены в таблице.

В пробных распределениях максимальное значение сигнала было не более 10 В, т.е. не больше верхней границы рабочей характеристики анализатора импульсов. При таком ограничении пробных распределений вклад в нормированную дисперсию сигнала со значениями больше 10 В составляет менее 5% и вклад в интегральную вероятность сигнала со значениями больше 10 В — не более 1%.

Таблица получена для ситуаций, когда $0,04 \leq \sigma^2 < 0,5$, $\tau \leq 4,8$, $D_m = 1 \div 7$ мм, $D_{пр} = 0,1$ мм, $L = 260$ и 964 м.

Для аппроксимации экспериментальных распределений использован вышеприведенный критерий. Таблица составлена по 66 распределениям, из них только девять не описываются пробными распределениями. Из таблицы видно, что гамма-распределение наиболее часто используется для аппроксимации измеренных распределений, как и в [7–9], по сравнению с другими пробными распределениями. Причем это касается как правосимметричных, так и симметричных распределений. Особо отметим малую пригодность для аппроксимации бета-распределения. Известно из [19], что это распределение, так же как и гамма-распределение, может существенно изменять форму с изменением параметров. Более того, бета-распределение больше подходит к нашим измерениям, ибо оно применимо [16] для ограниченных сверху величин (сигналов). Но несмотря на это, более приемлемо гамма-распределение. Мы не смогли найти непротиворечивое физическое объяснение лучшей пригодности гамма-распределения. Результаты аппроксимации измеренных распределений, приведенных в таблице, подтверждаются критерием согласия Колмогорова [17].

| Параметр | Пробное распределение | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------|-----------------------|-----|-------|------|------|-----|-------|------|------------|-----|-------|------|---------------|-----|-------|------|
| | Гамма | | | | Бета | | | | Нормальное | | | | Грамма–Шарлье | | | |
| Коэффициент κ | 0,15 | 0,1 | 0,075 | 0,05 | 0,15 | 0,1 | 0,075 | 0,05 | 0,15 | 0,1 | 0,075 | 0,05 | 0,15 | 0,1 | 0,075 | 0,05 |
| Аппроксимация, % | 68 | | | | 16,7 | | | | 1,5 | | | | — | | | |
| Распределения: | | | | | | | | | | | | | | | | |
| правосимметричные | 9 | 8 | 7 | 5 | 5 | 3 | — | 1 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| симметричные | 2 | 6 | 8 | — | 1 | 1 | — | — | — | 1 | — | — | — | — | — | — |

Закключение

Проведено исследование распределений вероятностей флуктуаций интенсивности расходящегося лазерного пучка в приземной атмосфере при снегопадах. Предложен и реализован критерий аппроксимации экспериментальных распределений вероятностей пробными, по которому пригодность или непригодность пробных (аппроксимирующих) распределений для описания экспериментальных распределений можно устанавливать по выходу их величин из области сравнения в случае коррелированных и некоррелированных значений выборки сигнала. Установлено, что при использовании предложенного критерия аппроксимации наиболее часто экспериментальные распределения описываются гамма-распределением. Сделан вывод, что причина, по которой критерий χ^2 не подтверждает выбор пробных распределений, приведенный в работах [7–9], обусловлена коррелированностью значений выборок сигнала.

Авторы выражают благодарность к.ф.-м.н. Р.Ш. Цвык за помощь в измерениях и ценные советы; А.Ф. Жуков благодарит д.т.н. К.Т. Протова за полезные замечания по статье.

1. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.
2. Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
3. Миронов В.Л. Распространение лазерного излучения в турбулентной атмосфере. Новосибирск: Наука, 1981. 246 с.
4. Афанасьев А.Л., Банах В.А., Ростов А.П. О плотности вероятностей флуктуаций интенсивности в турбулентной атмосфере // Оптика атмосфер. и океана. 2008. Т. 21, № 2. С. 121–126.
5. Горячев Б.В., Могильницкий С.Б. Экспериментальное исследование статистических характеристик флуктуаций интенсивности лазерного пучка, распространяющегося в осадках // Тезисы докл. IV Всесоюз. симпоз. по распространению лазерного излучения в атмосфере. Томск, 1977. С. 15–18.

6. Горячев Б.В., Калошин Г.А., Савельев Б.А. Флуктуации интенсивности при распространении пространственно-ограниченного пучка в снегопаде // Тезисы докл. I Всесоюз. совещания по атмосферной оптике. Томск, 1976. Ч. 1. С. 325–327.
7. Вострецов Н.А., Жуков А.Ф., Кабанов М.В., Цвык Р.Ш. Распределение вероятностей флуктуаций интенсивности лазерного излучения в снегопаде // Оптика атмосфер. и океана. 1993. Т. 6, № 1. С. 37–41.
8. Вострецов Н.А., Жуков А.Ф. Плотность вероятностей флуктуаций светового потока узкого расходящегося лазерного пучка в снегопаде // Оптика атмосфер. и океана. 1995. Т. 8, № 12. С. 1790–1798.
9. Вострецов Н.А., Жуков А.Ф. О распределении вероятностей флуктуаций светового потока узкого расходящегося лазерного пучка в атмосфере при выпадении снега // Изв. вузов. Физ. Томск, 1995. 112 с. Деп. в ВИНТИ № 3451-В95.
10. Галахов В.Н., Ефремов А.В., Жуков А.Ф., Рейно В.В., Цвык Р.Ш. Статистические характеристики флуктуаций интенсивности лазерного излучения при распространении в осадках. Препр. / Институт оптики атмосферы СО РАН (Томск). 1976. № 17. 51 с.
11. Екто К. и др. Флуктуации лазерного луча (с длиной волны 6328 Å) при распространении в атмосфере // Дэнси цусин гаккай ромбунси. 1969. Т. 52-в, № 7. С. 390–397.
12. Кабанов М.В., Пхалагов Ю.А., Гологузов В.Е. О высокочастотных флуктуациях прозрачности атмосферы при осадках // Изв. АН СССР. Физ. атмосфер. и океана. 1971. Т. 7, № 7. С. 804–807.
13. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. Л.: Физматгиз, 1962. 352 с.
14. Мирский Г.Я. Аппаратурное определение характеристик случайных процессов. М.: Энергия, 1972. 455 с.
15. Курочкин С.С. Многомерные статистические анализаторы. М.: Атомиздат, 1968. 443 с.
16. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах. М.: Мир, 1969. 395 с.
17. Митропольский А.К. Техника статистических вычислений. М.: Наука, 1971. 576 с.
18. Хриган А.Х., Мазин И.П. Анализ способов характеристики спектров распределения облачных капель // Труды ЦАО. 1955. Вып. 17. С. 36–46.
19. Левин Л.М. Исследования по физике грубодисперсных аэрозолей. М.: Изд-во АН СССР, 1961. 277 с.

N.A. Vostretsov, A.F. Zhukov. Distribution probability of fluctuation intensity of divergent laser beam in the ground atmosphere at snowfalls (0.63 μm).

Approximation of measured distributions of probability of intensity fluctuations of divergent laser beam of He–Ne-laser, in the ground atmosphere at snowfalls was conducted with known distributions.