

Г.Я. Патрушев, О.А. Рубцова

О ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ НАСЫЩЕННЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ОПТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

Проводится сравнение модельных плотностей вероятностей с экспериментальными данными для насыщенных флуктуаций интенсивности. Показывается, что для плоской волны в области насыщенных флуктуаций интенсивности экспериментальные данные определенно указывают на отклонение от логарифмически нормального распределения и стремление к K -распределению, которое следует рассматривать как асимптотическое приближение плотности вероятностей насыщенных флуктуаций интенсивности.

Современная теория распространения оптических волн в турбулентной атмосфере, основанная на параболическом приближении волнового уравнения, не дает полного описания плотности вероятностей флуктуаций интенсивности в зависимости от условий даже при свободном распространении [1]. Теоретически показано, что одним из универсальных безразмерных параметров, определяющих функциональный вид плотности вероятностей интенсивности, является параметр β_0 .

$$\beta_0^2 = 1,23 C_n^2 \kappa^{7/6} L^{11/6},$$

в котором C_n^2 — структурная характеристика поля показателя преломления; L — длина трассы; $\kappa = 2\pi/\lambda$ — волновое число.

В предельном случае слабых флуктуаций, когда $\beta_0 < 1$, теория и эксперимент дают логарифмически нормальное распределение. В другом предельном случае (обычно на достаточно длинных трассах реализуются значения до $\beta_0 \approx 10$) на основе асимптотического анализа поведения нормированных моментов $\langle I^m \rangle$ интенсивности

$$\langle I^m \rangle = m! [1 + 0,21 \beta_0^{-4/5} m(m-1)], \beta_0 \rightarrow \infty$$

сделан вывод о применимости экспоненциального распределения. В реальной атмосфере β_0 принимает конечные значения, и вопрос о возникающих при этом отклонениях экспоненциального распределения, либо о точности самого асимптотического анализа подробно не рассматривался.

С физической точки зрения логарифмически нормальное распределение соответствует однолучевому распространению излучения от источника до приемника, в то время как экспоненциальное — многолучевому. Это явилось одной из предпосылок для аппроксимации плотности распределения при произвольных по параметру β_0 условиях суперпозицией логарифмически нормального и рэлеевского распределений [2], соответствующих предельным ситуациям в распространении. Корректное сравнение получаемых таким образом модельных данных с экспериментальными составляет предмет отдельного рассмотрения. Здесь стоит лишь отметить, что даже при больших β_0 и в эксперименте не наблюдалось экспоненциальное распределение [3].

Для описания плотности вероятностей насыщенных флуктуаций интенсивности в ряде работ предлагается [4] K -распределение. Кроме работ [3, 5], сравнение модельных и экспериментальных данных проводилось по нормированным моментам интенсивности без учета реальных аппаратурных и статистических ошибок измерений. В реальной атмосфере оценки высших моментов сопровождаются значительными погрешностями [6]. Поэтому соответствие экспериментальных данных какому-либо распределению только на основе совпадения первых нескольких моментов (обычно до пятого) следует считать недостаточно обоснованным, если интерес представляют такие детали, как вероятность глубоких замираний; положение моды распределения и т. д.

В данной статье проводится сравнение модельных плотностей вероятностей с экспериментальными данными для насыщенных флуктуаций интенсивности.

Эксперимент проводился с помощью аппаратуры и по методике, подробно описанной в [5, 7]. Квазиплоская волна на излучателе формировалась с помощью линзового объектива диаметром 500 мм (эффективный радиус пучка $\alpha_0 \sim 8$ см). Общая длина V -образной трассы с отражением равнялась 2,5 км, значение параметра β_0 изменялось в диапазоне $10 \leq \beta_0 \leq 13$. При регистрации и обработке данных измерений учитывались требования работы [6] по точности измерений.

На рис. 1 приведена характерная гистограмма $P(I)$ мгновенных значений интенсивности I ($\beta_0 = 11,5$, индекс мерцаний $\beta = 1,18$) и ее сравнение с модельными значениями: логарифмически нормальными

$$P(I) = (\sqrt{2\pi}\sigma I)^{-1} \exp[-1/2\sigma^2(\ln I - \xi)^2];$$

$$\sigma = \ln(1 + \beta^2), \quad \xi = \ln \langle I \rangle / (1 + \beta^2)^{1/2},$$
(1)

K -распределением

$$\langle I \rangle P(I) = \frac{2}{\Gamma(y)} y^{(y+1)/2} I^{(y-1)/2} K_{y-1} [2(Iy)^{1/2}];$$
(2)

$$y = 2/(\beta^2 - 1), \quad y > 0$$

и экспоненциальным

$$P(I) = \langle I \rangle^{-1} \exp(-I/\langle I \rangle).$$
(3)

Вертикальными скобками на графике указана дисперсия оценки гистограммы, оцененная согласно [8]. Смещение оценки гистограммы для области глубоких замираний незначительно и им можно пренебречь [8].

Несмотря на значительно большее, чем в эксперименте [3], значение β_0 , наблюдается определенное расхождение между гистограммой и распределением (3) в области выбросов $I \approx 10 \langle I \rangle$ и глубоких замираний. Это обстоятельство отмечалось ранее в [3] для области значений $I > \langle I \rangle$ при $\beta_0 = 5$.

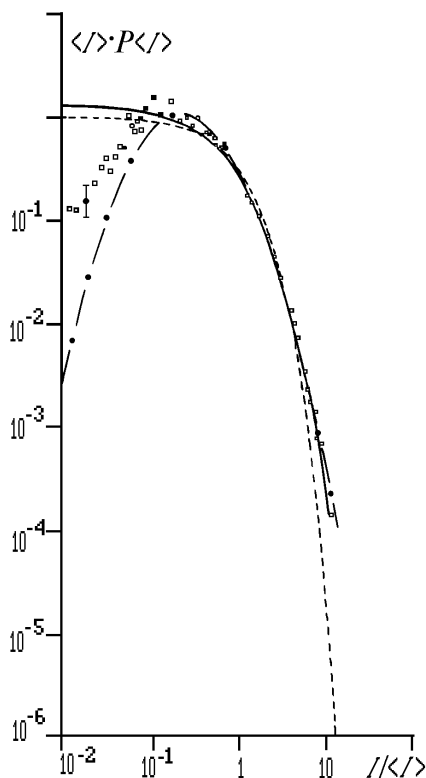


Рис. 1. Сравнение гистограммы нормированных значений интенсивности с логарифмически нормальным (кривая 1), экспоненциальным (кривая 2) и K -распределением (кривая 3) при $\beta_0 = 11,5$; $\beta = 1,18$ в диапазоне $0,01 \leq I / \langle I \rangle \leq 15$ для плоской волны

Из сравнения гистограммы с логарифмически нормальным и K -распределениями видно, что в области значений интенсивности $I > \langle I \rangle$ все они достаточно близки и различия между ними находятся в пределах статистической погрешности измерений. В области глубоких замираний экспериментальные значения между ними находятся по порядку величины значений вероятности ближе к K -распределению. В [3] сделан вывод о применимости логарифмически нормального распределения для аппроксимации плотности вероятностей флуктуаций интенсивности плоской волны для значений параметра $\beta_0 = 5$. Как видно из наших данных, это характерно только для значений интенсивности I больших модального значения I_m логарифмически нормального распределения. Вывод работы [3] о применимости логарифмически нормального распределения во всей области значений интенсивности сделан на основе анализа гистограммы, в котором по оси абсцисс выбран линейный масштаб, а сами

данные получены с аппаратурой, имеющей недостаточный для таких измерений диапазон. Все это вместе взятое приводит к большому смещению гистограммы в области замираний, которое в [3] не оценивалось. Действительно, из графика [3] видно, что там подробно представлены значения интенсивности I , которые больше модального значения $I_m (I > I_m)$.

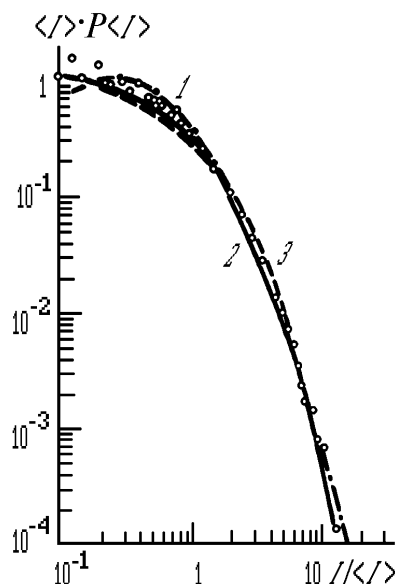


Рис. 2. Сравнение гистограммы нормированных значений интенсивности с логарифмически нормальным (кривая 1), K -распределением (кривая 2) и распределением Вейбулла (кривая 3) при $\beta_0 = 11,5$, $\beta = 1,18$ в диапазоне $0,1 \leq I / \langle I \rangle \leq 15$ для плоской волны

Чтобы показать значимость указанного фактора, на рис. 2 представлены те же данные, что и на рис. 1, но с меньшим динамическим диапазоном $0,1 \leq I / \langle I \rangle \leq 15$. В этом случае экспериментальные значения хорошо аппроксимируются не только K -распределением, логарифмически нормальным, но и Вейбулла [9]

$$P(I) = \beta b (bI)^{\beta-1} \exp[-(bI)^\beta];$$

$$b = \Gamma(1 + \beta^{-1}) / \langle I \rangle.$$

(4)

Моменты распределения (4) практически совпадают с моментами K -распределения [9].

Таким образом, для плоской волны в области насыщенных флуктуаций интенсивности экспериментальные данные определенно указывают на отклонения от логарифмически нормального распределения, причем эти отклонения таковы, что гистограммы приближаются к K -распределению. По-видимому, стремление к K -распределению носит асимптотический характер. Это связано с тем, что формула (2), соответствующая модели многолучевого распространения, все же предполагает независимость фазовых флуктуаций парциальных волн (лучей), в то время как в турбулентной атмосфере флуктуации разности фаз оптических волн коррелированы на расстоянии внешнего масштаба турбулентности, на котором укладывается достаточно много лучей. Поэтому K -распределение следует рассматривать как асимптотическое приближение плотности вероятностей насыщенных флуктуаций интенсивности.

1. Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В. // Оптика турбулентной атмосферы. Л.: Гидрометеониздат, 1988. 270 с.
2. Милютин Е.Р., Яременко Ю.И. // Радиотехника и электроника. 1980. Т. 25. № 11. С. 2273.
3. Грачёва М.Е., Гурвич А.С., Ломадзе С.О. // Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1974. Т. 17. № 1. С. 105.
4. Jakeman E., Tough R.J.A. // Advances in Physics. 1988. № 5. P. 471.
5. Патрушев Г.Я., Петров А.И., Покасов В.В. // Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1983. Т. 26. № 7. С. 823.
6. Патрушев Г.Я., Печеркина Т.П., Ростов А.П. // Автометрия. 1985. № 3. С. 22.
7. Исакова А.И., Монастырный Е.А., Патрушев Г.Я. // Автометрия. 1987. № 4. С. 15.
8. Бендат Дж., Пирсол А. // Прикладной анализ случайных данных. М.: Мир, 1989. 542 с.
9. Jakeman E. // J. Phys. A: Math. Gen. 1980. V. 13. P. 31.

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томск

Поступила в редакцию
5 мая 1992 г.

G. Ya. Patrushev, O. A. Rubtsova. **Probability Density of Saturated Intensity Fluctuations of Optical Waves in Turbulent Atmosphere**

A comparison of a model probability density with the experimental data on saturated intensity fluctuations is carried out. It is shown in the paper that experimental data on the wave intensity fluctuations in the range of saturated fluctuation definitely reveal deviations from the lognormal distribution being at the same time closer to the K -distribution. The latter distribution should be considered as an asymptotic approach to the probability density of saturated intensity fluctuations.