

Сравнение методов обработки сигнала при дистанционном измерении температуры по чисто вращательным спектрам комбинационного рассеяния

С.М. Бобровников, А.И. Надеев*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 25.01.2010 г.

С позиций теории статистического оценивания исследован оптимальный алгоритм оценки температуры по вращательным спектрам комбинационного рассеяния света молекулами атмосферного азота и кислорода. Методом имитационного моделирования проведено сравнение оптимального алгоритма оценки с процедурой подгонки параметров модели и с одним эвристическим алгоритмом, традиционно используемым для определения температуры по вращательным спектрам.

Ключевые слова: лидар, комбинационное рассеяние, дистанционные измерения, температура, статистические оценки, имитационное моделирование; lidar, Raman scattering, remote sensing, temperature, statistical estimations, simulation.

Введение

Лидарным методам измерения температуры по вращательным спектрам комбинационного рассеяния (КР) посвящено большое количество теоретических и экспериментальных работ [1–3]. Основной целью исследований, выполненных в последних работах по данной тематике, является повышение точности дистанционного определения температуры и минимизация влияния помехи рассеянного фона неба для создания лидаров, работающих в дневное время. Для этого предлагается использовать различные варианты спектральных устройств, обеспечивающих выделение необходимых линий вращательного спектра КР. Детально исследована температурная чувствительность стоксовых и антистоксовых линий спектра, и на этой основе предложены различные схемы систем спектральной селекции и регистрации рассеянных атмосферой сигналов, приводящих к различным алгоритмам оценки температуры.

В данной статье не будут рассматриваться очевидные пути повышения потенциала температурного лидара, связанные с использованием более мощного лазерного источника, увеличения площади апертуры приемной оптической системы, уменьшения расходимости зондирующего излучения и т.д. Методом максимального правдоподобия мы будем синтезировать оптимальную систему регистрации сигналов вращательного КР, не обращая пока внимания на технические трудности реализации подобных устройств. Такой подход позволит сравнить ранее предложенные

алгоритмы оценки температуры с оптимальной процедурой обработки, обеспечивающей максимум апостериорной плотности вероятности выборочных значений лидарного сигнала, и в конечном итоге провести обоснованный количественный выбор информативных спектральных линий, используемых для расчета температуры.

Так, например, в литературе отсутствуют численные оценки точности определения температуры в зависимости от числа и положения по оси частот информативных спектральных линий спектра КР. С одной стороны, для уменьшения статистической погрешности, зависящей от энергии принимаемого сигнала, необходимо увеличивать число используемых спектральных линий в полосе КР. С другой стороны, для повышения эффективности существующих методов расчета температуры желательно выбирать линии с разным знаком температурной зависимости так, чтобы достичь максимальной чувствительности температуры от отношения измеренных сигналов. Компромисса между двумя противоположными тенденциями, влияющими на точность оценки температуры, можно достигнуть на основе процедур оптимального оценивания параметров.

Перечислим ряд условий, принятых нами при постановке задачи.

1. На данном этапе мы ограничимся учетом только квантовых шумов, обусловленных дискретной природой принимаемого сигнала. Правомерность данного положения связана с тем, что фотоумножитель в режиме счета фотонов является фотоприемником, работающим в режиме ограничения флуктуациями сигнала. Влияние прочих мешающих факторов будем считать пренебрежимо малым в сравнении с квантовыми шумами.

* Сергей Михайлович Бобровников (bsm@iao.ru); Александр Иванович Надеев (nadeev@iao.ru).

2. Поскольку время накопления сигнала значительно больше времени его когерентности, статистическая модель принимаемого потока фотонов полностью задается пуассоновским распределением [4].

3. Предполагается, что рассматривается одна точка трассы (один строб по дальности), в котором требуется произвести дистанционную оценку температуры. Это ограничение не сужает область применимости исследований, а предлагаемый подход может быть легко адаптирован для трассовых измерений посредством учета зависимости энергии принимаемого сигнала от расстояния до точки зондирования.

С учетом принятых условий запишем совместную плотность распределения сигнала при многоканальном спектральном приеме и фотодетектировании в каждом спектральном канале

$$P(n_1, \dots, n_k/A, T) = \prod_{i=1}^k \left\{ \frac{(AK_i I(i, T))^{n_i}}{n_i!} \exp(-AK_i I(i, T)) \right\}, \quad (1)$$

где k – количество выделяемых спектральным устройством линий КР; $I(i, T)$ – интенсивность i -й линии спектра КР; T – температура воздуха в точке зондирования; K_i – коэффициент пропускания спектрального устройства для i -й линии; n_i – число фотоотсчетов, накопленных в i -м канале; A – неинформативный для оценки температуры параметр, зависящий от площади приемной апертуры лидара, энергии лазерного импульса, квантовой эффективности фотодетектора, концентрации молекул азота и кислорода, затухания сигнала по трассе зондирования и других параметров лидарного уравнения.

Определив распределение принимаемого сигнала в виде (1), мы вводим дополнительно некоторое количество информации об измеряемых величинах. Для использования этой дополнительной информации с целью получения оптимальной точечной оценки температуры воспользуемся методом максимального правдоподобия [5]. При этом оптимальная процедура оценки температуры будет зависеть от выборки и должна находиться из условия максимума логарифма функции правдоподобия. Окончательный результат получается из решения системы уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial A} \ln(P(n_1, \dots, n_k/A, T)) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial T} \ln(P(n_1, \dots, n_k/A, T)) &= 0. \end{aligned}$$

Опуская промежуточные преобразования, запишем

$$A = \sum_{i=1}^k n_i / \sum_{i=1}^k I(i, T); \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^k \frac{\partial}{\partial T} I(i, T) \left[\frac{n_i}{I(i, T)} - AK_i \right] = 0. \quad (3)$$

Искомая оценка температуры находится из решения трансцендентного уравнения (3).

Из уравнений (2) и (3) следует, что для расчета температуры необходимо выполнить многоканальную спектральную фильтрацию энергетически значимых линий спектра КР-сигнала обратного рассеяния, провести раздельное фотодетектирование и зафиксировать фотоотсчеты n_i в каждом канале. Для технической реализации потребуется создание k -канального спектрального устройства и k фотоприемных устройств. Для получения предельных по точности оценок температуры функция пропускания спектрального прибора должна быть одинаковой для всех линий спектра КР. Без потери общности примем $K_i = 1$. Тогда, с учетом того что $\sum_{i=1}^k I(i, T) = I_\Sigma = \text{const}$, уравнение (3) примет вид

$$\sum_{i=1}^k \frac{\partial}{\partial T} I(i, T) \left[\frac{n_i}{I(i, T)} - \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{I_\Sigma} \right] = 0. \quad (4)$$

Соотношения (2) и (4) являются основой для создания программы имитационного моделирования лидара, в котором используется оптимальный алгоритм оценки температуры.

Обсудим подробнее два эвристических метода определения температуры и связанных с ними схем спектральной обработки лидарных сигналов. Сравнение эффективности различных методик с эффективностью оптимальной лидарной системы с учетом точности определения температуры, сложности и стоимости технической реализации позволит сделать обоснованный выбор в пользу того или иного варианта.

В работе [6] дан анализ различных схем регистрации сигналов комбинационного рассеяния, различающихся числом спектральных и электронных каналов. Вначале была предложена и изучена схема, в которой формируются два канала чисто вращательного комбинационного рассеяния n_{lo}^{rot} и n_{hi}^{rot} , каждый из них содержит лишь линии с идентичной по знаку температурной чувствительностью. Индексом « lo » обозначим канал с относительно меньшим частотным сдвигом полосы пропускания от линии возбуждающего излучения, индексом « hi », соответственно, канал с относительно большим частотным сдвигом полосы. Одним из достоинств этой схемы является использование только двух фотоприемников. Оценивать температуру можно непосредственно по величине отклика в любом из этих каналов, однако в этом случае неизбежно возникает необходимость абсолютной калибровки системы, которой в значительной степени можно избежать, переходя к измерениям температуры по величине отношения

$$R = \frac{n_{lo}^{rot}}{n_{hi}^{rot}}. \quad (5)$$

В идеальном случае при постоянстве величины коэффициента ослабления атмосферы в пределах ширины чисто вращательного спектра СКР, при условии равенства геометрических факторов для обоих каналов, величина отношения для конкретной дальности будет зависеть только от температуры

$$R = \frac{n_{lo}^{rot}}{n_{hi}^{rot}} = \left[\sum_j \tilde{K}_j I(j, T) \right]_{lo} / \left[\sum_j \tilde{K}_j I(j, T) \right]_{hi}. \quad (6)$$

Относительные величины коэффициентов пропускания \tilde{K}_j могут быть рассчитаны по известной инструментальной функции спектрального устройства. Можно показать, что учет пропускания оптического тракта и квантовой эффективности фотодетекторов, оказывающих одинаковое влияние на значения коэффициентов пропускания \tilde{K}_j , позволяет представить выражение (6) в виде двух сомножителей R_A и $R_M(T)$, т.е. $R = R_A \cdot R_M(T)$. Незвестный, но не зависящий от температуры коэффициент R_A определяется пропусканием оптического тракта и квантовой эффективностью фотоприемника. Обусловленный температурой коэффициент $R_M(T)$ в принципе может быть вычислен по формулам, описывающим интенсивность линий вращательного спектра КР-молекул.

Уравнение (6), связывающее искомую температуру с измеряемым отношением, является трансцендентным относительно температуры и может быть решено относительно температуры лишь численными методами. Оно сводится к алгебраическому, а значит, имеет строгое решение в одном случае, когда от каждой из сумм в (6) остается по одному члену, т.е. в каждом из спектральных каналов выделяется по одной линии.

Для вычисления температуры из соотношения (6) необходимо провести численный анализ зависимости $R_M(T)$ в необходимом диапазоне температур и для достижения требуемой точности по достаточно большому числу точек. Основное неудобство использования выражения (6) – отсутствие явной формулы, по которой должна вычисляться температура.

Однако, используя определенные физические предпосылки и приемы, мы смогли установить приближенную аналитическую зависимость для $R_M(T)$. В работе [1] показано, что в случае использования для измерения температуры только одной i -й пары линий под знаком суммы в (6)

$$R_{M_i}(T) = \exp\{\alpha_i/T + \beta_i\}. \quad (7)$$

Константы α_i и β_i , зависящие от параметров линий, можно точно оценить, зная вращательные постоянные, постоянные центробежного растяжения молекул, квадрат анизотропии вектора поляризуемости, статистический вес и квантовое число ядерного спина молекул кислорода и азота. Таким образом, для определения температуры по отношению двух линий формально не требуется предварительная калибровка. На практике калибровку приходится делать, чтобы учесть влияние пропускания спектрального прибора и неодинаковость квантовой эффективности фотодетекторов не как отдельных элементов, а как встроенных в оптический тракт лидара, так как

$$T = \alpha_i / (\ln(R) - \ln(R_A) - \beta_i),$$

где R_A – калибровочный коэффициент.

Численные расчеты, выполненные различными авторами, доказывают правомерность использования выражения (7) в качестве модели для случая, когда для оценки температуры используется сигнал не от одной, а от суммы нескольких спектральных

линий. Для выбранного набора информативных спектральных линий показано, что погрешность аппроксимации вида (7) обеспечивает оценку температуры не хуже 1 К в диапазоне $210 \leq T \leq 310$ К.

При этом во всем диапазоне температуру можно вычислять по простой формуле

$$T = \alpha_\Sigma / (\ln R - \beta_\Sigma), \quad (8)$$

коэффициенты α_Σ , β_Σ вычисляются по энергии, усредненной по всем линиям выбранных «hi», «lo» полос.

Имеют право на существование несколько подходов к калибровке лидара, в котором температура вычисляется по формуле (8). В данной работе для определения коэффициентов α_Σ , β_Σ предлагается использовать калибровку по температуре, заданной в двух крайних точках температурного диапазона. В этом случае используется только вид функциональной зависимости температуры (8) с неизвестными значениями коэффициентов α_Σ , β_Σ . Калибровка проводилась по следующей схеме:

1. С малой статистической погрешностью измеряются два отношения R_1 , R_2 соответственно для заданных температур T_1 , T_2 . Температуры для калибровки желательно расположить в крайних точках информативного для нас температурного диапазона.

2. Вычисляются значения коэффициентов

$$\beta_\Sigma = [\ln(R(T_2))T_2 - \ln(R(T_1))T_1] / (T_2 - T_1), \quad (9)$$

$$\alpha_\Sigma = T_1 \ln(R(T_1) - \beta_\Sigma),$$

которые затем используются при расчете неизвестной температуры.

Соотношения (6), (8) и (9) являются основой для создания программы имитационного моделирования лидара с данной схемой обработки (метод «hi/lo»).

В дополнение рассмотрим для оценки температуры метод подгонки параметров модели [7]. При подгонке модели учитывается то, что параметры модели являются величинами, имеющими определенный физический смысл и, следовательно, это обстоятельство может быть учтено в алгоритме оценки температуры с помощью процедур оптимизации с ограничениями. Моделью в нашем случае будут формулы для температурной зависимости интенсивности линий спектра КР. Сумму квадратов остатков для метода подгонки параметров модели представим в виде

$$F(T, A) = \sum_{i=1}^k [I(i, T) - An_i]^2. \quad (10)$$

В (10) приняты обозначения из (1). Минимум невязки $F(T, A)$ можно найти из решения системы трансцендентных уравнений. Минуя промежуточные преобразования, запишем трансцендентное уравнение, решение которого будем искать численными методами:

$$\sum_{i=1}^k \frac{\partial}{\partial T} I(i, T) [I(i, T) - An_i] = 0. \quad (11)$$

При этом

$$A = \sum_{i=1}^k (n_i)^2 / \sum_{i=1}^k I(i,T)n_i.$$

Уравнение (11) является основой для создания программы имитационного моделирования лидара, в котором для оценки температуры используется метод подгонки параметров модели.

При создании программы имитационного моделирования использовались соотношения (2), (4), (8), (9), (11) и известные формулы для расчета интенсивности линий спектра КР [8], которые в данной статье не приводятся. Для моделирования входного сигнала использовалась библиотечная функция, генерирующая случайные числа, распределенные по закону Пуассона. В программе производится расчет среднего отклонения и дисперсии оценок температуры для метода «hi/lo», метода подбора параметров модели и метода оптимального алгоритма.

На рис. 1–6 приведены результаты расчетов среднего отклонения и дисперсии оценок температуры для разного объема накопленных фотоотсчетов в зависимости от температуры модельного сигнала при имитационном моделировании. Немонотонный характер зависимостей связан с конечным объемом выборки при имитационном моделировании. Предварительные выводы по выполненным расчетам следующие:

1. Дисперсия оценки температуры возрастает для всех методов без исключения при увеличении фактической температуры. Дистанционные методы определения температуры по линиям КР дают меньшую точность при больших температурах. При больших температурах для сохранения абсолютной дисперсии оценки требуется больший объем накопления.

2. Оптимальная оценка температуры приводит к дисперсии, примерно в 2–3 раза меньшей по сравнению с дисперсией оценки температуры методом «hi/lo».

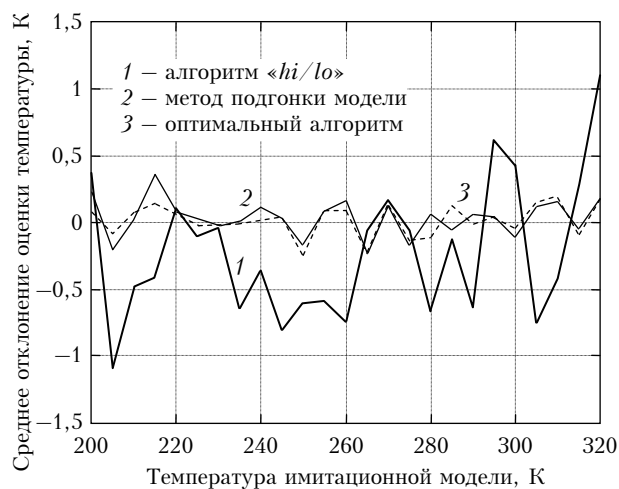


Рис. 1. Среднеквадратическое отклонение оценки температуры от истинного значения по результатам численного моделирования для трех методов обработки чисто вращательных спектров СКР при объеме накопления 10^4 фотоотсчетов

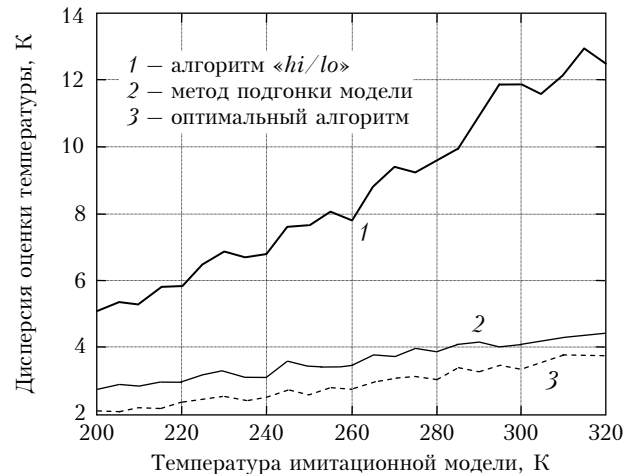


Рис. 2. Дисперсия оценки температуры по результатам численного моделирования для трех методов обработки чисто вращательных спектров СКР при объеме накопления 10^4 фотоотсчетов

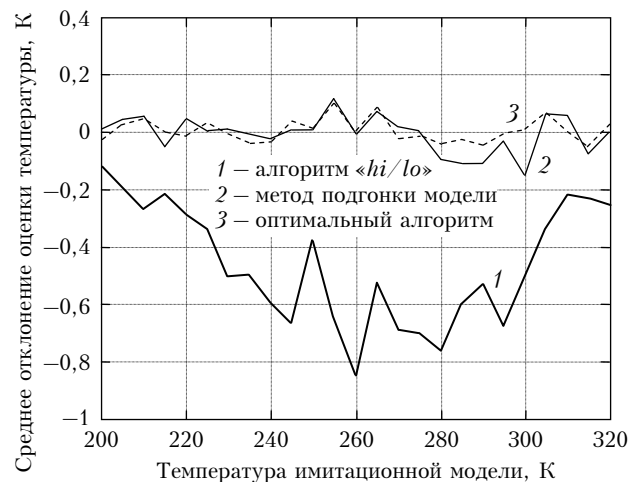


Рис. 3. Среднеквадратическое отклонение оценки температуры от истинного значения по результатам численного моделирования для трех методов обработки чисто вращательных спектров СКР при объеме накопления 10^5 фотоотсчетов

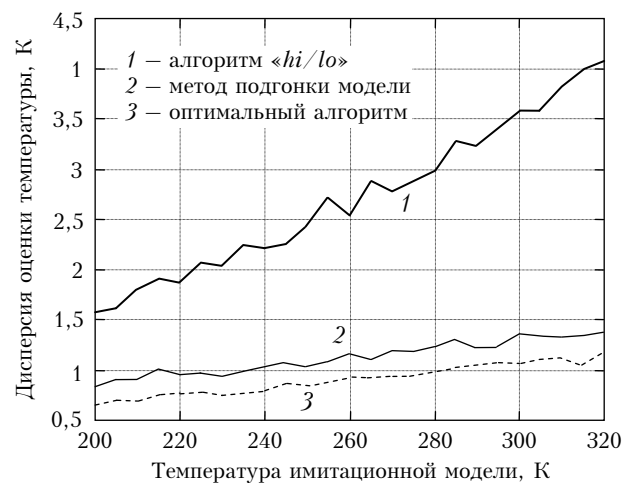


Рис. 4. Дисперсия оценки по результатам численного моделирования для трех методов обработки чисто вращательных спектров СКР при объеме накопления 10^5 фотоотсчетов

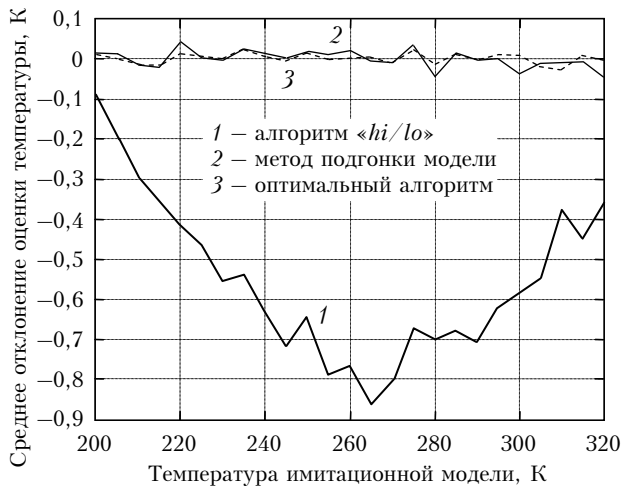


Рис. 5. Среднеквадратическое отклонение оценки температуры от истинного значения по результатам численного моделирования для трех методов обработки чисто вращательных спектров СКР при объеме накопления 10^6 фотоотсчетов

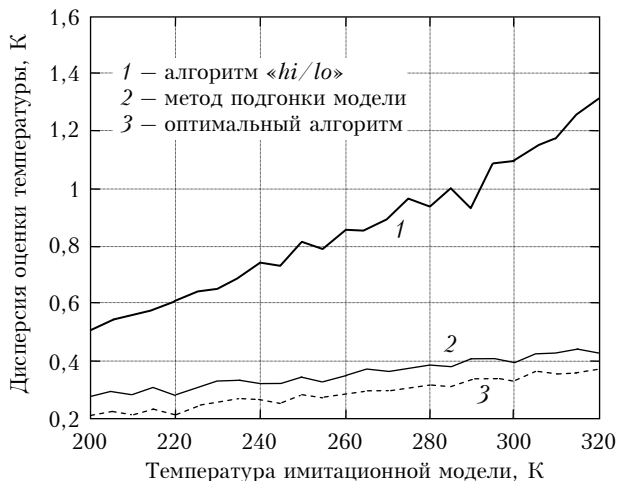


Рис. 6. Дисперсия оценки температуры по результатам численного моделирования для трех методов обработки чисто вращательных спектров СКР при объеме накопления 10^6 фотоотсчетов

Следовательно, при равенстве статистических погрешностей оценки температуры использование оптимального алгоритма приведет к десятикратному уменьшению времени накопления сигнала.

3. При больших объемах накопления появляется систематическое отклонение оценки температуры методом «*hi/lo*», связанное с погрешностью аппрок-

симации температурной зависимости. Для двух других методов оценки температуры такого смещения не наблюдается.

4. Для достижения точности определения температуры в пределах градуса необходимо создать лидар с идеальной спектральной фильтрацией линий спектра КР и энергетическим потенциалом, обеспечивающим накопление и обработку по оптимальному алгоритму 10^6 фотоотсчетов за время, в течение которого измеряемый параметр можно считать постоянным.

5. При одинаковой в плане вычислительных затрат сложности алгоритмов наблюдается незначительное увеличение качества оценки температуры при переходе от метода подгонки параметров модели к оптимальному алгоритму.

6. Представленные результаты расчетов позволяют оценить повышение точности оценки температуры при многоканальном приеме и сделать обоснованный выбор метода обработки сигнала при проектировании лидаров для дистанционного измерения температуры по чисто вращательному спектру комбинационного рассеяния.

1. *Arshinov Yu.F., Bobrovnikov S.M., Zuev V.E., Mitev V.M.* Atmospheric temperature measurements using pure rotational Raman lidar // *Appl. Opt.* 1983. V. 22. N 19. P. 2984–2990.
2. *Nedelikovich D., Hauchecorne A., Chanin M.L.* Rotational Raman lidar to measure temperature from the ground to 30 km // *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 1993. V. 31. N 1. P. 90–101.
3. *Behrendt A., Reichardt J.* Atmospheric temperature profiling in the presence of clouds with a pure rotational Raman lidar by use of an interference-filtr-based polychromator // *Appl. Opt.* 2000. V. 39. N 9. P. 1372–1378.
4. *Спектроскопия оптического смещения и корреляция фотонов* / Под ред. Г. Камминса и Э. Пайка; Пер. с англ. А.И. Божкова и Д.В. Власова / Под ред. чл.-кор. АН СССР Ф.В. Бункина. М.: Мир, 1978. 583 с.
5. *Горяинов В.Т., Журавлев А.Г., Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника: Примеры и задачи. М.: Сов. радио, 1980. 544 с.
6. *Сериков И.Б.* Спектральная фильтрация интерферометром Фабри–Перо лидарных откликов вращательного комбинационного рассеяния света: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Томск, 2005. 235 с.
7. *Бард Й.* Нелинейное оценивание параметров / Пер. с англ. В.С. Дуженко и Е.С. Фоминой; Под ред. и с предисл. В.Г. Горского. М.: Статистика, 1979. 349 с.
8. *Butcher R.J., Willetts D.V., Jones W.J.* On the use of Fabry–Perot etalon for the determination of rotational constants of simple molecules – the pure rotational Raman spectra of oxygen and nitrogen // *Proc. Roy. Soc. London. A.* 1971. V. 324. Iss. 1557. P. 231–245.

S.M. Bobrovnikov, A.I. Nadeev. Comparison of signal processing methods by remote determination of the temperature, using pure rotational Raman spectra.

An optimal algorithm of estimation of temperature, using rotational Raman spectra of light scattering by atmospheric nitrogen and oxygen molecules, is studied from a position of statistical estimation theory. An imitation modelling method is used for the comparison of the optimal algorithm of estimation with the method of parameter matching and heuristic algorithm, commonly used for the determination of the temperature, using pure rotational spectra.