«Оптика атмосферы», **2**, № 7 (1989)

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ОПТИКИ АТМОСФЕРЫ

УДК 551.510.42

И.Э. Наац

МЕТОД ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ ЗОНДИРОВАНИИ ДИСПЕРСНЫХ СРЕД

В работе излагается теория поляризационного зондирования дисперсных: рассеивающих сред применительно к оптическому мониторингу аэрозольных загрязнений атмосферы. Предлагаемые методы интерпретации основаны на интегральных операторах взаимного преобразования элементов матрицы Мюллера для полидисперсной системы сферических частиц. Построены операторные уравнения для определения показателя преломления вещества исследуемых частиц.. Информационные возможности операторного подхода иллюстрируются в работе на примере решения сложной атмосферно-оптической задачи по разделению матриц молекулярного и аэрозольного рассеяния из поляризационных измерений.

Оптическое зондирование дисперсных рассеивающих сред поляризованным излучением основывается на анализе матрицы рассеяния $\hat{D} = \{D_{ij}\}$, преобразующей вектор Стокса падающей волны $\boldsymbol{I}^{(0)}$ в вектор рассеянной волны $\boldsymbol{I}^{(s)}$. Совокупность элементов $\{D_{ij}\}$ содержит ту физическую информацию об исследуемой среде, которую в принципе можно извлечь из поляризационных измерений. В основе строгой теории поляризационного зондирования лежит принцип совместной интерпретации всей совокупности элементов матрицы $\hat{D}$, конструктивно реализуемый с помощью специальных операторов взаимного преобразования. Изложение этой теории дано в монографии автора [1].

Настоящая работа посвящена дальнейшему развитию и обобщению теории поляризационного зондирования дисперсных сред и, в частности, распространению операторного подхода не только на совместное обращение элементов матрицы Мюллера, но и на их определение в эксперименте при дефиците измерительной информации. Уместно напомнить, что в атмосферно-оптических исследованиях метод поляризационного зондирования технически реализуется с помощью нефелометров наземного либо самолетного базирования и бистатических лидаров. Эти оптические системы могут сыграть важную роль в организации оптического мониторинга загрязнений атмосферы выбросами. Излагаемая ниже теория интерпретации позволяет разрабатывать практические методики исследования реальных аэрозольных систем как естественного, так и антропогенного происхождения с использованием указанных приборов.

1. Матрица рассеяния света полидисперсной системой частиц и матрица операторов взаимного преобразования ее элементов

То обстоятельство, что элементы матрицы рассеяния можно рассматривать как совокупность взаимосвязанных функций угла рассеяния θ, наглядно иллюстрируется на примере полидисперсной системы сферических частиц. Действительно, в последнем случае любой из элементов соответствующей матрицы рассеяния как функцию угла θ и длины волны λ можно представить одномерным параметрическим: интегралом вида

$$D_{ij}(\vartheta, \lambda) = \int\limits_{R_1}^{R_2} Q_{ij}(\overline{m}, r, \vartheta, \lambda)\, \pi r^2 n(r)\, dr. \tag{1}$$

Факторы $Q_{ij}(\overline{m}, r, \theta, \lambda)$ рассчитываются по формулам теории Ми при заданном показателе преломления вещества частиц $\overline{m}$. В интегральном представлении (1) функция $n(r)$ характеризует спектр размеров частиц в пределах интервала $R = [R_1, R_2]$. Нетрудно видеть, что переменные θ и λ играют роль неких параметров, что и объясняет использование термина «параметрический интеграл». В дальнейшем интегралы типа (1) будем записывать в более компактном виде, вводя интегральные операторы Q. Тогда выражению (1) будет эквивалентна запись $D(\theta) = (Qs)(\theta)$, где через $s(r)$ обозначена функция $\pi r^2 n(r)$. Введение операторов Q оправдано и с вычислительной точки зрения, ибо их весьма просто заменить на матричные операторы $\hat{Q}$ при обработке дискретных измерений. Необходимо подчеркнуть, что предположение о сферической форме рассеивающих частиц определяет не только структуру матрицы $\{D_{ij}\}$, но и дает метод численного расчета ее элементов.

Рассмотрим теперь совместно пару элементов $D_{11}(\theta)$ и $D_{12}(\theta)$ матрицы Мюллера для системы сферических рассеивающих частиц. Каждая из этих функций представляется указанным интегралом с соответствующим ядром. В первом случае оно задается выражением $[i_1(x, \theta)+i_2(x, \theta)]/2x^2$, где i_1 и i_2 — функции безразмерной интенсивности, а $x = 2\pi r/\lambda$, во втором случае $[i_1(x, \theta) - i_2(x, \theta)]/2x^2$. В аналитическом отношении оптические характеристики $D_{11}(\theta)$ и $D_{12}(\theta)$ нельзя признать независимыми в полной мере хотя бы потому, что они как параметрические интегралы вида (1) обладают общей весовой функцией $s(r)$. Последнее обстоятельство можно конструктивно использовать для построения функционального (операторного) уравнения, связывающего указанные характеристики. Действительно, считая, например, функцию $D_{11}(\theta)$ известной и исходя из ее представления $D_{11}(\theta) = (Q_1 s)(\theta)$, можно построить обратный регуляризирующий оператор $Q_{1\alpha}^{-1}$ с помощью вполне стандартных вычислительных процедур. Этот оператор обеспечивает состоятельную оценку $s_\alpha(r) = (Q_{1\alpha}^{-1} D_{11})(r)$ весовой функции $s(r)$. При этом $s_\alpha(r)$ стремится к точному распределению $s_0(r)$ при $\alpha \to 0$, если ошибка σ в $D_{11}(\theta)$ также стремится к нулю. В рамках этого подхода можно построить функцию

$$D_{12}^{(\alpha)}(\vartheta) = (Q_2 Q_{1\alpha}^{-1} D_{11})(\vartheta) = (W_{21}^{(\alpha)} D_{11})(\vartheta), \tag{2}$$

которая дает оценку элемента $D_{12}(\theta)$. Таким образом, опираясь на методы обращения параметрических интегралов, мы построили некий оператор $W_{21}^{(\alpha)}$, связывающий два элемента матрицы рассеяния D_{11} и D_{12}. Рассматривая попарно остальные элементы матрицы Мюллера для системы сферических частиц, можно построить соответствующую матрицу операторов $\{W_{ij}^{(\alpha)}\}$. Методы построения подобных операторов, включая и те, которые возникают в теории многочастотного оптического зондирования дисперсных сред, изложены в [1, 2, 3]. Заметим лишь, что элементы D_{11} и D_{12}, очевидно, обладают большим аналитическим подобием, нежели то, которое положено в основу построения оператора. Чтобы убедиться в этом, достаточно обратить внимание на аналитический вид ядер Q_{11} и Q_{12} и их зависимость от функций i_1 и i_2. К сожалению, указать простой способ практического использования этой особенности в задачах интерпретации пока не представляется возможным, если исходить из расчетных формул теории Ми [4].

2. Операторные уравнения для определения элементов матрицы рассеяния из поляризационных измерений

В оптических экспериментах по рассеянию поляризованного света реальными дисперсными средами измеряются не сами компоненты вектора Стокса, а некоторые величины $P_j^{(s)}$ $(j = 1, 2, 3, 4)$. Связь векторов $\boldsymbol{I}^{(s)}$ и $\boldsymbol{P}^{(s)}$ в приближении однократного рассеяния достаточно проста, а именно

$$\boldsymbol{P}^{(s)} = B\boldsymbol{I}^{(s)}, \tag{3}$$

где B — некоторая функция расстояния z от приемника до рассеивающего объема (для бистатического поляризационного лидара), угла θ и параметров приемного измерительного тракта. Совокупность $\{P_j^{(s)}\}$ (то же вектора $\boldsymbol{P}^{(s)}$) можно обозначить единым термином „оптический сигнал". Теперь обратимся к тем функциональным уравнениям, которые связывают компоненты векторов $\boldsymbol{I}^{(s)}$ и $\boldsymbol{I}^{(0)}$ с элементами матрицы рассеяния. Структура матрицы $\hat{D}$, преобразующей вектор $\boldsymbol{I}^{(0)}$ в $\boldsymbol{I}^{(s)}$ такова для полидисперсных систем сферических частиц, что позволяет выписывать отдельно два уравнения для $I_1^{(s)}$ и $I_2^{(s)}$ и два для следующей пары компонент $I_3^{(s)}$ и $I_4^{(s)}$. Первая пара имеет вид

$$\left.\begin{aligned} I_1^{(s)} &= D_{11} I_1^{(0)} + D_{12} I_2^{(0)}, \\ I_2^{(s)} &= D_{12} I_1^{(0)} + D_{11} I_2^{(0)}, \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

вторая

$$\left.\begin{aligned} I_3^{(s)} &= D_{33} I_3^{(0)} + D_{34} I_4^{(0)}. \\ I_4^{(s)} &= D_{34} I_3^{(0)} + D_{33} I_4^{(0)}. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Если допустить, что поляризация зондирующего излучения выбрана таким образом, что $I_2^{(0)} = 0$, то первый элемент матрицы рассеяния D_{11}, называемый обычно коэффициентом направленного светорассеяния, выразится очень просто через $I_1^{(0)}$ и $I_1^{(s)}$, а именно $I_1^{(s)} = D_{11} I_1^{(0)}$. Вводя отношение $a_1^{(s)} = I_1^{(s)} / I_1^{(0)}$ в это равенство, найдем

$$D_{11} = a_1^{(s)}. \tag{6}$$

Поскольку функция $a_1^{(s)}(\theta)$, где θ — угол рассеяния, непосредственно определяется в эксперименте, то можно говорить о прямом измерении оптической характеристики $D_{11}(\theta)$. Если $a_1^{(s)}(\theta)$ известна с ошибкой, не превышающей 5—10% в области углов $(0, \pi)$, то обращение характеристики $D_{11}(\theta)$ дает вполне состоятельную оценку спектра размеров частиц [3]. Соответствующая обратная задача требует знания показателя преломления аэрозольного вещества. Вместе с тем если априори для системы сферических частиц известны оптические константы вещества $\bar{m}'$ и $\bar{m}''$, то в равной мере определена и матрица операторов $\{W_{ij}\}$, о которой речь шла выше. Для упрощения записи операторов перехода в дальнейшем будем опускать верхний индекс «α».

Если в первое уравнение системы (4) ввести оператор W_{21} путем замены D_{12} на $W_{21}D_{11}$, то получим новое функциональное (операторное) уравнение относительно D_{11}

$$c_2^{(0)} W_{21} D_{11} + D_{11} = a_1^{(s)}, \tag{7}$$

где $c_2^{(0)} = I_2^{(0)} / I_1^{(0)}$. Поскольку операторы типа W являются интегральными, то (7) является интегральным уравнением второго рода и, следовательно, его решение принадлежит к корректно поставленным математическим задачам. Уравнение (7) в отличие от (6) позволяет найти элемент D_{11} при произвольной поляризации падающего излучения. Конечно, для этого необходима вполне определенная априорная информация об исследуемой дисперсной среде, так как расчет матричного аналога $\hat{W}_{21}$ для оператора W требует привлечения расчетных формул теории Ми. Таким образом, уравнение (7) позволяет найти функцию $D_{11}(\theta)$ по измерениям только одной компоненты $I_1^{(s)}$ при произвольном векторе $\boldsymbol{I}^{(0)}$. Поскольку в случае произвольной поляризации первое уравнение системы (4) само по себе не определено в силу наличия в нем двух неизвестных функций $D_{11}(\theta)$ и $D_{12}(\theta)$, то можно утверждать, что введение оператора W_{21}, по существу, эквивалентно сокращению объема измерительной информации. В излагаемом подходе элементы $D_{11}(\theta)$ и $D_{12}(\theta)$ определяются по $I_1^{(s)}(\theta)$ с привлечением той информации, которая содержится в теории Ми, т.е. в теории, описывающей процесс рассеяния оптической волны сферической частицей размера r с заданным показателем преломления. Рассмотренный пример наглядно иллюстрирует возможности операторов W_{ij} и их назначение в излагаемой теории поляризационного зондирования дисперсных сред. Они позволяют доопределить те уравнения, которые сами по себе не определены из-за отсутствия соответствующей измерительной информации.

Вернемся к уравнению (7). Если его численное решение строить на основе метода последовательных приближений, т.е. в соответствии с итерационной схемой вида

$$c_{2j}^{(0)} \sum_{i=1}^{n} \omega_{ij} D_i^{(p-1)} + D_j^{(p)} = a_{1j}^{(s)}, \; j = 1, \ldots, \; n, \tag{8}$$

где p — номер приближения; $c_{2j}^{(0)} = c_2^{(0)}(\theta_j)$; $D_i = D_{11}(\theta_i)$ и $\{w_{ij}\} = \hat{W}_{21}$, то требуется, как известно [5], удовлетворить условию

$$\| c_2^{(0)} \hat{W}_{21} \| < 1. \tag{9}$$

Поскольку для падающего поляризованного излучения имеет место равенство

$$I_1^{(0)2} = I_2^{(0)2} + I_3^{(0)2} + I_4^{(0)2}, \tag{10}$$

то $c_2^{(0)}(\theta) \le 1$ для всех углов θ из области $(0, \pi)$. В связи с этим остается показать, что

$$\| \hat{W}_{21} \| < 1. \tag{11}$$

Операторы, удовлетворяющие этому условию, принято называть операторами сжатия.

Если исходить из равенства (10), условия

$$I_1^{(s)2} \geqslant I_2^{(s)2} + I_3^{(s)2} + I_4^{(s)2} \tag{12}$$

и выражений для D_{ij}, определяемых из уравнений (4), (5), то нетрудно показать справедливость неравенства

$$D_{11}^2 \geqslant D_{12}^2 + D_{33}^2 + D_{34}^2. \tag{13}$$

Соотношения (13) вполне достаточно, чтобы строго доказать (11). Подобные неравенства для операторов W_{ij} играют очень важную роль при построении итерационных схем обработки оптических данных.

Заканчивая рассмотрение вопросов, связанных с определением коэффициента направленного светорассеяния $D_{11}(\theta)$ для аэрозольной системы частиц по данным поляризационного зондирования, следует указать еще на одно важное применение операторов W_{ij}. В соответствии с (6) функция $D_{11}(\theta)$ может быть найдена и при зондировании исследуемой дисперсной среды неполяризованным светом, для которого $\boldsymbol{I}^{(0)} = \{I_1^{(0)}, 0, 0, 0\}$. Если при этом существует возможность обоснованного расчета операторов W_{ij}, то можно оценить и все остальные элементы D_{ij}. В результате удается решить очень важную оптическую, задачу, а именно по данным зондирования аэрозольной системы неполяризованным светом спрогнозировать ее «отклик» на падающую поляризованную волну. Возможность решения подобных прогностических задач является еще одним достоинством метода оптических операторов или, что более точно, — метода обратной задачи теории светорассеяния полидисперсными системами. Перечисленные возможности реализуются с помощью соответствующих программных комплексов по обработке и интерпретации оптических данных [6]. Вместе с тем следует заметить, что информационные возможности оптических операторов W_{ij} в анализе и интерпретации данных по светорассеянию в полной мере могут быть раскрыты при решении более сложных оптических задач, нежели те, о которых речь шла выше. Дело в том, что структура матрицы $\{D_{ij}\}$ для системы сферических частиц весьма проста, и при решении исходной системы функциональных уравнений теории поляризационного зондирования особых трудностей не возникает. Другое дело, когда нам приходится сталкиваться в атмосферно-оптических исследованиях с более сложными по структуре матрицами рассеяния. Примером здесь может служить полидисперсная система несферических частиц, случайно ориентированных в освещенном объеме. Подобная система частиц в большей степени соответствует реальным аэрозольным системам, нежели ансамбль сферических частиц. Для системы несферических частиц, случайно ориентированных в рассеивающем объеме, система четырех уравнений, связанная с преобразованием $\boldsymbol{I}^{(s)} = \hat{D}\boldsymbol{I}^{(0)}$, содержит шесть неизвестных функций $D_{ij}(\theta)$. Ясно, что она не определена и требуется надлежащим образом увеличивать объем экспериментальных измерений, прибегая к зондированию излучением с различной поляризацией. В силу технической сложности подобные эксперименты вряд ли выполнимы в условиях реальной атмосферы. Имеющиеся к настоящему времени данные, как правило, получены в лабораторных условиях [7].

Альтернативное решение этой задачи можно осуществить на основе оптических операторов W_{ij}, доопределяющих систему $\boldsymbol{I}^{(s)} = \hat{D}\boldsymbol{I}^{(0)}$ операторными уравнениями связи между неизвестными функциями D_{ij}. При использовании вычислительных методов возникают значительные, но вполне преодолимые трудности, связанные с расчетом характеристик светорассеяния несферических частиц [7]. Не следует также упускать возможность определения матриц W_{ij} по соответствующим экспериментальным данным, полученным средствами поляризационного зондирования на модельных аэрозольных системах в лабораторных условиях [2, 3].

3. Определение показателя преломления вещества рассеивающих частиц из поляризационных измерений

Если первой задачей теории поляризационного зондирования дисперсных сред является определение элементов матрицы рассеяния $\{D_{ij}\}$, то второй задачей следует считать оценку вещественной и мнимой частей комплексного показателя преломления вещества частиц. При построении соответствующих расчетных методик будем полагать, что коэффициент направленного светорассеяния $D_{11}(\theta)$ уже определен ранее одним из рассмотренных способов. Для нахождения показателя преломления по компонентам вектора $\boldsymbol{I}^{(s)}$ уже не требуется знать их абсолютных значений либо отношений $a_i^{(s)} = I_i^{(s)} / I_1^{(0)}$. В связи с этим можно перейти к поляризационному вектору $c^{(s)} = \{1, c_2^{(s)}, c_3^{(s)}, c_4^{(s)}\}$, вводя его компоненты в соответствующие расчетные формулы. Перепишем систему (4), используя оператор W_{21},

$$\left.\begin{aligned} I_1^{(s)} &= I_1^{(0)} D_{11} + I_2^{(0)} W_{21} D_{11}, \\ I_2^{(s)} &= I_1^{(0)} W_{21} D_{11} + I_2^{(0)} D_{11}. \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Вводя отношение $c_2^{(s)} = I_2^{(s)} / I_1^{(s)} = P_2^{(s)} / P_1^{(s)}$, независящее от аппаратурной функции $B(\boldsymbol{z}, \theta)$ определение которой для бистатического поляризационного лидара — дело весьма не простое, (14) можно свести к следующему уравнению:

$$I_1^{(0)}W_{21}D_{11} + I_2^{(0)}D_{11} = c_2^{(s)}\,(I_1^{(0)}D_{11} + I_2^{(0)}W_{21}D_{11}).$$

Запись этого уравнения можно заметно упростить, если обозначить через $c_2^{(0)}$ отношение $I_2^{(0)} / I_1^{(0)}$ и ввести величину $g = (c_2^{(0)} - 1) / (c_2^{(0)} - c_2^{(s)})$, которая, естественно, является функцией угла рассеяния θ. С учетом этих замечаний окончательно имеем

$$gW_{21}D_{11} = D_{11}. \tag{15}$$

В этом уравнении неизвестным является оператор W_{21}, поскольку неизвестен показатель преломления $\overline{m} = \overline{m}' - i\overline{m}''$. Следует особо подчеркнуть, что оператор W_{21} не зависит от функции распределения частиц по размерам. Поэтому если функция $D_{11}(\theta)$ найдена в эксперименте, то определение $\overline{m}'$ и $\overline{m}''$ из уравнения (15) не требует априорных знаний о спектре размеров частиц. В этом отношении излагаемый здесь способ оценки $\overline{m}'$ и $\overline{m}''$, основанный на параметрической зависимости оператора $W_{21}(\overline{m}', \overline{m}'')$, существенно отличается своей математической строгостью и эффективностью от многочисленных методик, в основе которых лежит параметрическая зависимость оптических характеристик от микроструктуры и показателя преломления. Типичным примером может служить работа [8].

Теперь остается использовать пару уравнений (5) относительно D_{33} и D_{34}. Вводя по аналогии $c_3^{(s)}$ и $c_4^{(s)}$ получаем

$$(-c_2^{(0)}c_3^{(s)}W_{21} + c_3^{(0)}W_{31} + c_4^{(0)}W_{41})\,D_{11} = c_3^{(s)}D_{11}; \tag{16}$$

$$(-c_2^{(0)}c_4^{(s)}W_{21} + c_4^{(0)}W_{31} - c_3^{(0)}W_{41})\,D_{11} = c_4^{(s)}D_{11}. \tag{17}$$

Выражения (15—17) образуют полную систему операторных уравнений теории поляризационного зондирования, зависящих от показателя $\overline{m}$. В общем случае, как уже было показано выше, определение D_{11} требует задания оператора W_{21}, т.е. знаний параметров $\overline{m}'$ и $\overline{m}''$, поэтому указанная система трех уравнений, строго говоря, не является переопределенной. К тому же следует иметь в виду, что в силу неравенства (13) операторы W_{ij} в последних трех уравнениях нельзя считать полностью независимыми. Поэтому для определения двух величин $\overline{m}'$ и $\overline{m}''$ у нас фактически имеется два операторных уравнения (16) и (17). Поскольку обычно вычислительный алгоритм строится по методу наименьших квадратов, то предпочтительно использовать совместно все три уравнения, объединяя их общей оптической невязкой. Заметим, что в случае линейно поляризованного падающего света, когда $c^{(0)} = \{1,\ 0,\ 1,\ 0\}$, исходная система трех уравнений принимает наиболее простой вид, а именно

$$\left.\begin{aligned} W_{21}D_{11} &= c_2^{(s)}D_{11}, \\ W_{43}D_{11} &= c_3^{(s)}D_{11}, \\ W_{41}D_{11} &= -c_4^{(s)}D_{11}. \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

Оптические невязки для этих уравнений можно записать в виде

$$\rho_i(\overline{m}', \overline{m}'') = \| W_{i1}(\overline{m}', \overline{m}'')\,D_{11} - c_{\sigma i}^{(s)}D_{11} \|_{L_2(\theta)},\quad i = 2,\ 3,\ 4. \tag{19}$$

Вектор $c_\sigma^{(s)}$ есть σ-приближение для исходного (точного) $c_0^{(s)}$. Определение $\overline{m}'$ и $\overline{m}''$ осуществляется путем совместной минимизации оптических невязок. В тех случаях, когда приходится прибегать к оператору W_{21} для определения D_{11}, общая схема вычислений строится по методу последовательных приближений.

В заключение необходимо заметить, что любая пара уравнений в системе (18) формально определяет не только константы $\overline{m}'$ и $\overline{m}''$, но и некие функции $\overline{m}'(r)$ и $\overline{m}''(r)$. Действительно, любое из уравнений в (18) приводится к виду

$$\int\limits_R Q_{i1}\,[\overline{m}'(r),\ \overline{m}''(r),\ r,\ \vartheta]\,dr = f_i(\vartheta),\ i = 2,\ 3,\ 4.$$

Поэтому систему (19) фактически следует заменить системой нелинейных интегральных уравнений указанного типа (уравнения Урысона [9]). Физические задачи, для которых существенна зависимость $\overline{m}'$ и $\overline{m}''$ от размера частиц, возникают при исследовании оптическими методами аэрозольных систем, взаимодействующих, например, с полем влажности [1].

4. Разделение молекулярной и аэрозольной компонент рассеяния методами поляризационного зондирования

В условиях реальной атмосферы светорассеяние складывается из двух факторов, а именно рассеяния на аэрозолях и молекулах воздуха. Поэтому прежде чем решать обратные задачи и делать какие-либо выводы о физических параметрах атмосферы, необходимо оценить вклад в рассеяние каждой из указанных компонент в оптические сигналы. Поставленная задача имеет особое значение при исследовании верхней и средней атмосферы оптическими методами. В рамках теории поляризационного зондирования, которая излагалась выше, нетрудно построить общие функциональные уравнения для совместного определения оптических характеристик указанных двух компонент. Действительно, поскольку теперь общая матрица светорассеяния $\hat{D}$, преобразующая вектор $\boldsymbol{I}^{(0)}$ в $\boldsymbol{I}^{(s)}$, равна сумме двух матриц, а именно аэрозольного рассеяния $\hat{D}^{(a)}$ и молекулярного $\hat{D}^{(M)}$, то по аналогии с (4) имеем

$$\left.\begin{aligned} I_1^{(s)} &= I_1^{(0)}D_{11}^{(a)} + I_2^{(0)}D_{12}^{(a)} + \beta_{sc}^{(M)}\left(I_1^{(0)}M_{11} + I_2^{(0)}M_{12}\right), \\ I_2^{(s)} &= I_1^{(0)}D_{12}^{(a)} + I_2^{(0)}D_{11}^{(a)} + \beta_{sc}^{(M)}\left(I_1^{(0)}M_{12} + I_2^{(0)}M_{22}\right). \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Матрица молекулярного рассеяния $\hat{D}^{(M)}$ в (20) представлена в виде произведения объемного коэффициента $\beta_{sc}^{(M)}$ и нормированной матрицы $\{M_{ij}\}$. Последняя имеет структуру, близкую к матрице $\{D_{ij}^{(a)}\}$, с той разницей, что в ней $M_{34} = M_{43} = 0$.

В системе (20) неизвестными являются функции $D_{11}^{(a)}(\theta)$, $D_{12}^{(a)}(\theta)$ и величина $\beta_{sc}^{(M)}$. Что касается значений M_{ij}, то они просто выражаются через тригонометрические функции угла θ. Ясно, что система (20) не определена и выбором поляризационного вектора $c^{(0)}$ ее не удается сделать определенной. Введение оптического оператора W_{21} — единственный способ доопределить (20) и корректно поставить обратную задачу. Действительно, в последнем случае (20) сводится к системе

$$\begin{aligned} c_2^{(0)}W_{21}D_{11}^{(a)} + D_{11}^{(a)} + \beta_{sc}^{(M)}\left(M_{11} + c_2^{(0)}M_{12}\right) &= a_1^{(s)}, \\ W_{21}D_{11}^{(a)} + c_2^{(0)}D_{11}^{(a)} + \beta_{sc}^{(M)}\left(M_{12} + c_2^{(0)}M_{22}\right) &= a_2^{(s)}. \end{aligned} \tag{21}$$

Эта система принимает более простой вид, если положить $c^{(0)} = \{1,\ 0,\ 1,\ 0\}$:

$$\left.\begin{aligned} D_{11}^{(a)} + \beta_{sc}^{(M)}M_{11} &= a_1^{(s)}, \\ W_{21}D_{11}^{(a)} + \beta_{sc}^{(M)}M_{12} &= a_2^{(s)}. \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

Из системы (22) нам требуется найти функцию $D_{11}^{(a)}(\theta)$ и постоянную $\beta_{sc}^{(M)}$. Вместе с тем ясно, что формально система двух функциональных уравнений должна определять две неизвестные функции. Поэтому можно утверждать, что (22) содержит в себе больше информации, нежели требуется в рассматриваемой задаче при обращении $a_1^{(s)}$ и $a_2^{(s)}$.

Действительно, разделяя неизвестные в (22), приходим к двум уравнениям

$$W_{21}D_{11}^{(a)} + qD_{11}^{(a)} = f, \tag{23}$$

где

$$q = -M_{12}/M_{11} \text{ и } f = (M_{11}a_2^{(s)} - M_{12}a_1^{(s)},$$

и

$$a_2^{(s)} - W_{21}a_1^{(s)} = \beta_{sc}^{(M)}\left(M_{12} - W_{21}M_{11}\right). \tag{24}$$

Уравнение (23), так же как и (7), принадлежит к интегральным уравнениям второго рода, и нет необходимости останавливаться на нем подробно. Более интересным с содержательной точки зрения является уравнение (24). Ясно, что оно определяет некую константу $\beta_{sc}^{(M)}$ в том случае, если отношение $(a_2^{(s)} - W_{21}a_1^{(s)} \,/\, M_{12} - W_{21}M_{11})$ не зависит от угла рассеяния θ. Чтобы удовлетворить этому условию, требуется взаимосогласованность экспериментальных данных $\{a_1^{(s)}, a_2^{(s)}\}$ и априори привлекаемой информации, представленной здесь матрицами $\left\{D_{ij}^{(a)}\right\}$ (то же операторами W_{ij}) и $\{M_{ij}\}$. Таким образом, в процессе интерпретации представляется возможность оценить меру соответствия привлекаемой априорной, информации реальной ситуации в эксперименте.

Оставшиеся два уравнения, аналогичные (20) и касающиеся компонент $I_3^{(s)}$ и $I_4^{(s)}$, могут быть использованы для определения (либо уточнения) исходных приближений $\bar{m}'$ и $\bar{m}''$. Вводя компоненты поляризационного вектора $c^{(s)}$, можно их записать в виде

$$(c_4^{(s)} I + c_2^{(0)} c_4^{(s)} W_{21} - c_4^{(0)} W_{31} + c_3^{(0)} W_{41})\, D_{11}^{(a)} = \beta_{sc}^{(M)} (- c_4^{(s)} M_{11} - c_2^{(0)} c_4^{(s)} M_{12} + c_4^{(0)} M_{33}). \qquad (25)$$

Уравнения системы (25) заметно упрощаются, если ввести вектор $c^{(0)} = \{1, 0, 1, 0\}$, как это неоднократно делалось выше, и тогда все три операторные уравнения, зависящие от оптических констант $\bar{m}'$ и $\bar{m}''$ запишутся в виде

$$\left.\begin{aligned} &(c_2^{(s)} I - W_{21})\, D_{11}^{(a)} = \beta_{sc}^{(M)} (- c_2^{(s)} M_{11} + M_{12}),\\ &(c_3^{(s)} I - W_{31})\, D_{11}^{(a)} = \beta_{sc}^{(M)} (- c_3^{(s)} M_{11} + M_{33}),\\ &(c_4^{(s)} I + W_{41})\, D_{11}^{(a)} = \beta_{sc}^{(a)} (- c_4^{(s)} M_{11} + M_{33}). \end{aligned}\right\} \qquad (26)$$

При $\beta_{sc}^{(M)} \ll \beta_{sc}^{(a)}$, т.е. в случае, когда можно пренебречь вкладом молекулярного рассеяния, (26) превращается в систему (18). Представленные выше операторные уравнения решают полностью задачу разделения аэрозольной и молекулярной компонент рассеяния но данным поляризационного зондирования.

В заключение можно отметить, что обычно в практике атмосфернооптических исследований предпочитают разделение компонент рассеяния осуществлять более простым путем, а именно предварительно оценив значение β по профилям температуры и давления. Конечно, это требует сопутствующих измерений, которые, кстати сказать, не всегда могут обеспечить требуемое пространственное разрешение. Дело в том, что рассмотренная выше теория касалась локальных объемов атмосферы; предполагалось, что соответствующая оптическая информация получена с помощью поляризационных нефелометров (самолетные оптические лаборатории [10]) либо бистатических лидаров [11]. Указанные оптические системы зондирования обеспечивают получение больших объемов измерительной информации с высоким пространственным разрешением. В рамках изложенной выше теории мы решали задачу разделения компонент рассеяния чисто оптическим путем, не прибегая к помощи метеорологических измерений и тем более к стандартным моделям молекулярной атмосферы.

1. Н а а ц И. Э. Метод обратной задачи в атмосферной оптике. Новосибирск: Наука, 1986. 198 с.
2. Н а а ц И. Э. Теория многочастотного лазерного зондирования атмосферы. Новосибирск: Наука, 1980. 157 с.
3. З у е в В. Е., Н а а ц И. Э. Обратные задачи лазерного зондирования атмосферы. Новосибирск: Наука, 1982. 240 с.
4. Б о р н М., В о л ь ф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 856 с.
5. Т р и к о м и Ф. Интегральные уравнения. М.: ИЛ, 1960. 299 с.
6. Б у ш у е в В. Д., Н а а ц И. Э. Программный комплекс «Спектр» для решения аппроксимационных задач теории светорассеяния аэрозольными системами. 1987. 50 с. (Томск /ТФ СО АН СССР, препринт № 15).
7. Б о р е н К., Х а ф м е н Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986. 660 с.
8. К р а с н о с е л ь с к и й М. А., З а б р е й к о П. П., П у с т ы л ь н и к Е. И., С о б о л е в с к и й Е. П. Интегральные операторы в пространствах суммируемых функций. М.: Наука, 1966. 499 с.
9. T a n a k a M., N a k a j i m a T., T a k a m u r a T. //J. of the Meteorolog. Soc. of Japan. 1982. V. 60. № 6. P. 1259—1272.
10. И р и с о в А. Л., П а н ч е н к о М. В., С а в е л ь е в Б. А., Ф а д е е в В. Я. // Распространение оптических волн в атмосфере. Новосибирск: Наука, 1975. С. 52—56.
11. R e a g a n J. A., B y r n e D. M., H e r m a n B. M. //IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 1982. V. GE-20. № 3. P. 236—243.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР,
Томск

Поступила в редакцию
9 февраля 1989 г.

I. E. N a a t s. **Inverse Problem Method in Application to Polarization Sensing of Dispersed Media**.

The paper presents the discussion of a theory of polarization sensing of dispersed scattering media from the point of view of optical monitoring of aerosol air pollutions. Suggested interpretation techniques are based on the use of integral operators for mutual ˆ transformations of Müller matrix elements for a polydisperse ensemble of spherical particles. The operator equations are constructed for determining the index of refraction of particulate matter. Information capabilities of the operator approach are illustrated in the paper by the solutions of a complicated problem on the separation of molecular and aerosol scattering matricies based on the data of polarization measurements.