

# Совместное восстановление микрофизических характеристик, комплексного показателя преломления и функции распределения частиц по лидарным измерениям

С.В. Самойлова, И.Э. Пеннер, Г.П. Коханенко, Ю.С. Балин\*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 8.11.2016 г.

Представлены результаты анализа микрофизических характеристик аэрозоля по данным ночных измерений рамановским лидаром в Томске (56° с.ш., 85° в.д.) в 2013 г. Рассмотрены теоретические аспекты восстановления функции распределения частиц по размерам  $U(r)$  при заданном показателе преломления  $m$ . Показано, что грубодисперсная фракция однозначно не восстанавливается. Предложена параболическая аппроксимация среднего размера крупных частиц  $R_{\text{coarse}}$ , которая позволяет определять функции распределения частиц до 3 мкм. Доказано, что при совместной оценке рассматриваемых параметров восстановленный показатель преломления нелинейно связан с оптическими коэффициентами и функцией распределения, что приводит к появлению различных, в том числе и ложных значений показателя преломления. Получены численные оценки параметров для пограничного слоя и средней тропосферы.

*Ключевые слова:* аэрозоль, лидар, функция распределения частиц по размерам, показатель преломления; aerosol, lidar, particle size distribution function, refractive index.

## Введение

Аэрозоль — один из ключевых компонентов атмосферы; он играет существенную роль в формировании ее оптического состояния, оказывает прямое и косвенное воздействие на радиационный режим системы «Земля—атмосфера». Из-за высокой изменчивости тропосферного аэрозоля, неоднородности его высотного и пространственного распределений требуются постоянные наблюдения за состоянием аэрозоля, в том числе и с использованием лидарных систем.

В данной работе рассматриваются методы восстановления оптических характеристик по результатам измерений с помощью многочастотной лидарной системы, использующей в качестве источника излучения Nd:YAG-лазер. В дневное время система позволяет регистрировать сигналы, обусловленные упругим рассеянием, для трех длин волн:  $\lambda_i = 355; 532; 1064$  нм. В ночное время дополнительно существует возможность регистрации сигналов комбинационного рассеяния для двух смещенных длин волн в ультрафиолетовом и видимом диапазонах:

$\lambda_i = 387; 607$  нм. Такой набор данных лидарных измерений позволяет оценивать три коэффициента обратного рассеяния  $\beta_a(\lambda_i, z)$  для  $\lambda_i = 355; 532; 1064$  нм и два коэффициента ослабления  $\sigma_a(\lambda_i, z)$  для  $\lambda_i = 355; 532$  нм, в дальнейшем  $(3\beta + 2\sigma)$ . В настоящее время лидарные системы с подобными характеристиками используются для рутинных наблюдений за состоянием тропосферы в диапазоне высот от 1 до 10 км в сетях European Aerosol Research Lidar Network (EARLINET) [1], Asian Dust Network (AD-Net) [2] и лидарной сети на территории СНГ (CIS-LiNet) [3].

Погрешности определения оптических коэффициентов для лидарных систем типа  $(3\beta + 2\sigma)$  максимальны в УФ-области и составляют ~20% ( $\sigma$ ) и ~10% ( $\beta$ ) в пограничном слое атмосферы [4, 5]. Используемый нами алгоритм численного дифференцирования позволяет снизить ошибки до ~10% ( $\sigma$ ) и ~5% ( $\beta$ ), в том числе и для свободной тропосферы [6]. Спектральный набор оптических коэффициентов и уровень погрешностей их оценивания позволяют перейти к восстановлению высотного распределения микрофизических характеристик аэрозоля.

Исследование глобального горизонтального распределения микрофизических характеристик аэрозоля — комплексного показателя преломления  $m = m_R + im_I$  и функции распределения частиц по размерам  $U(r)$  — стало возможным с развитием

\* Светлана Викторовна Самойлова (ssv@seversk.tomsknet.ru); Иоганес Эрнстович Пеннер (penner@iao.ru); Григорий Павлович Коханенко (kokh@iao.ru); Юрий Степанович Балин (balin@iao.ru).

сетей оптического мониторинга аэрозоля в толще атмосферы, в частности AErosol RObotic NETwork (AERONET) [7], и разработкой методов интерпретации наблюдений [8, 9]. При лидарном зондировании большинство методов [10–13] основано на теории Ми [14], когда аэрозоль моделируется как полидисперсная система однородных сферических частиц. Теоретические аспекты совместного определения показателя преломления (ПП) и функции распределения (ФР) по данным лидарного зондирования рассматривались в работах [15–18]. Всегда предполагается, что ПП для системы  $(3\beta + 2\sigma)$  не зависит от длины волны.

Оптические характеристики аэрозольного слоя, находящегося на расстоянии  $z$  от лидача, связаны со спектрами размеров частиц аэрозоля системой интегральных уравнений Фредгольма первого рода:

$$\int_{R_{\min}}^{R_{\max}} K_j(m, r, z) U(r, z) d \ln r + \varepsilon_j^{\text{meas}}(z) = g_j^{\text{meas}}(z),$$

$$j = \{\beta(355), \beta(532), \beta(1064), \sigma(355), \sigma(532)\} = 1, \dots, 5, \quad (1)$$

где  $g_j^{\text{meas}}(z)$  задает набор измеряемых коэффициентов ослабления и обратного рассеяния для соответствующей длины волны;  $\varepsilon_j^{\text{meas}}(z)$  — погрешности измерений;  $U(r, z)$  — функция распределения частиц по размерам;  $K_j(m, r, z)$  — зависящие от показателя преломления ядра уравнений. Переменная  $z$ , не существенная при описании методов, ниже опущена для упрощения формул.

При известном ПП определение ФР сводится к обращению системы линейных алгебраических уравнений, например методом регуляризации Тихонова в классическом представлении. Для лидача, согласно [19], существует проблема: мелкие частицы неплохо восстанавливаются для любой матрицы регуляризации, а крупные, к сожалению, однозначно не оцениваются. Порядок стабилизатора задает диапазон корректного определения параметров грубодисперсной фракции, что приводит к смещению оценок  $U_{\text{coarse}}$ . Столь выраженная зависимость решения от гладкости обусловлена, в первую очередь, информационной недостаточностью крупных частиц. Для них спектральная зависимость оптических коэффициентов становится слабой и  $g$  фактически содержит только два независимых компонента. На сегодняшний день проблема разрешена для метода статистической регуляризации [19]. В настоящей работе будет показано, что она вполне может применяться и в методе Тихонова при определенных условиях.

Для лидарного зондирования совместная оценка обеих микрофизических характеристик различна. Показатель преломления нелинейно связан с оптическими коэффициентами, и его оценивание сводится к минимизации функционала невязки  $\Phi(m)$  [18], представляющего собой сложную, овражистую поверхность, и значения, близкие к истинному  $m$ ,

находятся на «дне» оврага. Наличие шумов искажает поверхность функционала и приводит к появлению дополнительных, так называемых «ложных» минимумов, на которых  $(3\beta + 2\sigma)$  близки между собой. Близки также значения  $U(r)$ , и сам ПП почти не влияет на точность восстановления функции распределения частиц по размерам. Обратное же утверждение совсем не очевидно.

В разделе 1 настоящей работы представлены оптические коэффициенты аэрозоля по данным лидарных измерений в Томске в рамках комплексного эксперимента 2013 г. В разделе 2 описан математический формализм восстановления функции распределения при известном показателе преломления и показано, как лучше использовать матрицу регуляризации в методе Тихонова. Наши исследования по проблемам совместного определения ПП и ФР обсуждаются в разделе 3. В заключении подводятся итоги.

## 1. Оптические коэффициенты аэрозоля

На рис. 1 приводится пространственно-временное изменение отношения рассеяния (1064 нм) для двух сеансов зондирования 2013 г. Исходные данные получены на лидаре ЛОЗА-С в Томске в ночь с 24 на 25 сентября (3:00, рис. 1, а) и в ночь с 3 на 4 апреля (также 3:00, рис. 1, б). Анализ обратных траекторий показывает, что для 24 сентября воздушная масса в пограничном слое пришла из Северной Европы и Атлантики (северо-запад), в то время как вся свободная тропосфера определялась юго-западным переносом из Казахстана и Средиземного моря. Для 3 апреля и пограничный слой, и средняя тропосфера также доставлялись из Северной Европы; но в верхней части тропосферы направление изменилось на западный перенос — из Центральной Европы и Атлантики.

Рис. 2 показывает изменение оптических коэффициентов: обратного рассеяния, лидарного отношения и ослабления; теоретические аспекты их определения даны в [20]. Первым приведен сеанс за 24 сентября; он проще и позволяет исследовать только пограничный слой (ПС) в диапазоне от 0,5 до 1,2 км. Во втором сеансе можно рассматривать как ПС (также от 0,5 до 1,2 км), так и слой свободной тропосферы (ССТ) в диапазоне от 3,8 до 5,3 км. Оптические коэффициенты используются для получения микрофизических характеристик в разделах 2 и 3. Показатель преломления и функция распределения восстанавливаются параллельно, хотя, по нашему мнению, оценивать ФР проще. Рис. 3, 4 касаются их неопределенностей, а на рис. 5 представлено наше видение возможностей оценивания характеристик аэрозоля с помощью лидача. На рис. 6 для сравнения приведены данные наземных (ТОР-станция, диффузионный спектрометр аэрозоля ДСА и фотоэлектрический счетчик частиц Grimm 1.109) и высотных (лидар ЛОЗА-С) измерений.

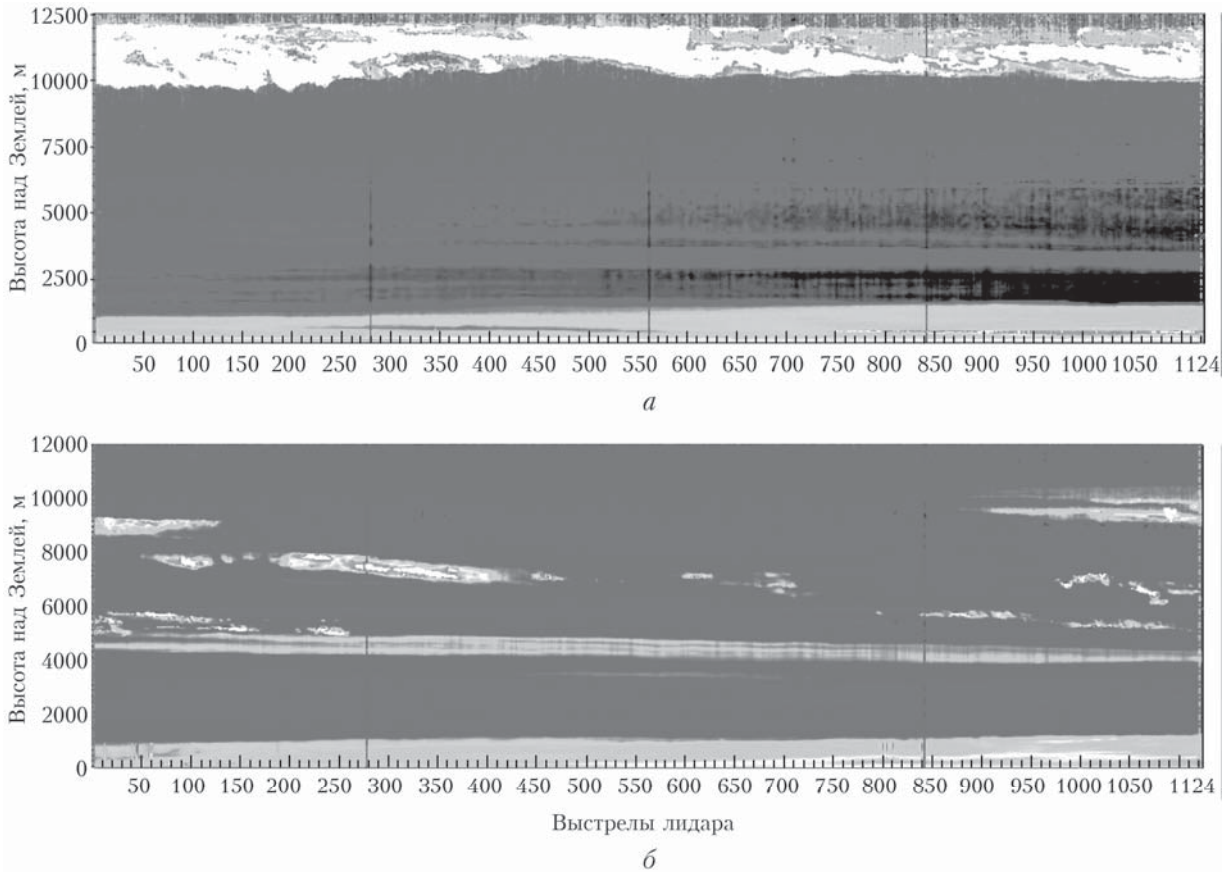


Рис. 1. Пространственно-временное изменение отношения рассеяния, 1064 нм, 24 сентября (а) и 23 апреля 2013 г. (б)

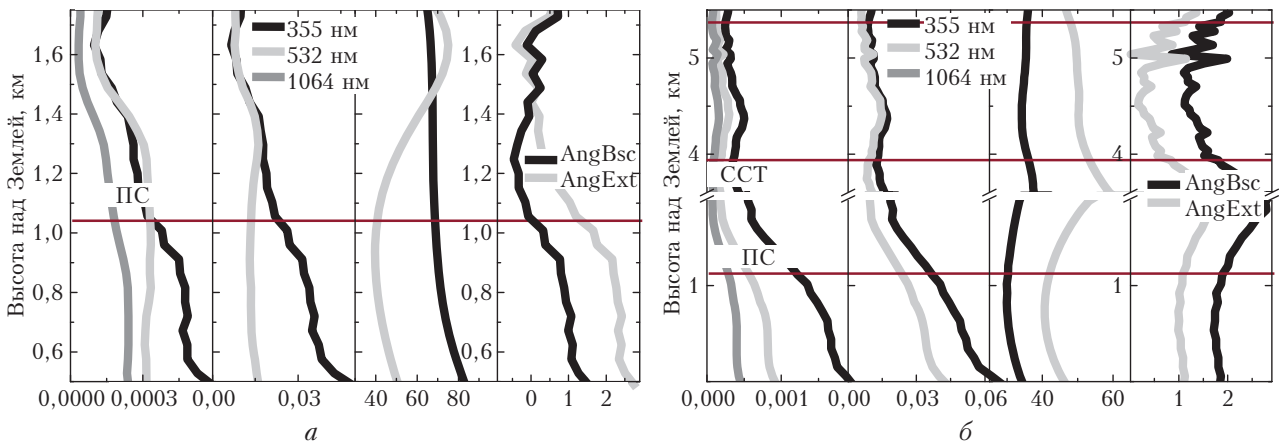


Рис. 2. Восстановленные оптические характеристики. Слева направо: обратное рассеяние, ослабление, лидарное отношение, параметры Ангстрема для 355/532 нм по лидарным измерениям 24 сентября (а) и 3 апреля 2013 г. (б)

## 2. Определение функции распределения при известном показателе преломления

Основная проблема определения  $U(r)$  при известном показателе преломления — ограниченность доступной информации: по пяти независимым измерениям оптических коэффициентов необходимо восстановить функцию, имеющую несколько локальных экстремумов. Ее характеристики могут быть оценены, если использовать стандартные процедуры ре-

шения некорректных обратных задач: 1) представление искомой функции распределения в некоторой системе базовых функций; 2) введение априорных ограничений на решение.

### 2.1. Математический формализм

Алгебраизация (1) проводится разложением искомой ФР по известной системе базисных функций  $B_k(r)$  с неизвестными весовыми коэффициентами  $u_k$  [11, 13]:

$$U(r) = \sum_k B_k(r)u_k + \varepsilon^{\text{base}}(r). \quad (2)$$

В первом приближении целесообразно использовать логарифмическую шкалу радиусов в (2), что позволяет в одном масштабе рассматривать как мелкие, так и крупные частицы. Если, например, задать  $R_{\min} = 0,05$  мкм и  $R_{\max} = 7,5$  мкм (подробное обоснование значений см. в конце подраздела 2.2), то для грубодисперсной фракции справедливо

$$r_{\text{coarse},k} = [0,7 \ 1,1 \ 1,6 \ 2,4 \ 3,4 \ 5,5]. \quad (3)$$

Поскольку функция распределения линейно связана с оптическими коэффициентами, система интегральных уравнений (1) сводится к системе линейных алгебраических уравнений относительно вектора весовых коэффициентов  $\mathbf{u} = u_k$ :

$$A\mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{g}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{g} = (g_1, \dots, g_5)^T$ ,  $T$  – операция транспонирования;  $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1^{\text{meas}} + \varepsilon_1^{\text{math}}, \dots, \varepsilon_5^{\text{meas}} + \varepsilon_5^{\text{math}})^T$  – сумма экспериментальных и математических погрешностей,  $\varepsilon_j^{\text{math}} = \int K_j(m,r)\varepsilon^{\text{base}}(r)dr$ . Элементы матрицы  $A$  представимы в виде

$$A_{jk}(m) = \int K_j(m,r)B_k(r)dr.$$

Устойчивое к погрешностям измерения  $g_j$  решение (4), полученное по методу регуляризации Тихонова, можно записать в явном виде [21]:

$$\mathbf{u} = (\alpha Q + A^T A)^{-1} A^T \mathbf{g}. \quad (5)$$

Здесь  $\alpha$  – параметр регуляризации (неопределенный множитель Лагранжа);  $Q$  – матрица соответствующей производной. В частности, может применяться регуляризация нулевого порядка,  $Q \equiv Q_0 = I$  (единичная матрица), первого либо второго порядков:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix};$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ -2 & 5 & -4 & 1 & 0 & \dots \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Можно получить матрицы и для старших производных согласно [22], однако существует проблема: мелкие частицы неплохо восстанавливаются для любой матрицы регуляризации, а крупные однозначно не определяются.

На рис. 3 представлены результаты оценивания функции распределения для двух лидарных сеансов. Смещение  $U_{\text{coarse}}$  объясняется выбором порядка стабилизатора в (5), который может при-

водить к различным значениям и по ординате, и по абсциссе, в частности, фиксирует среднее значение радиуса для крупных частиц  $R_{\text{coarse}}$  (здесь и далее представлены результаты при объемной концентрации). В то же время мелкие частицы восстанавливаются совсем неплохо. Ниже мы покажем, что позволяет обойти неопределенность при восстановлении  $U_{\text{coarse}}$  для известного (или уже оцененного) показателя преломления.

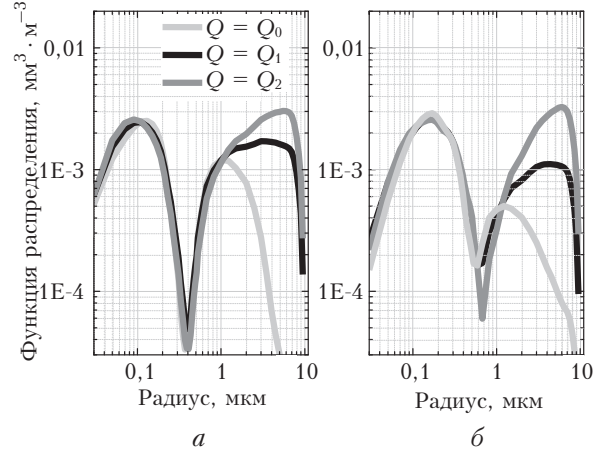


Рис. 3. Примеры восстановления функции распределения частиц по размерам с использованием стабилизаторов нулевого  $Q = Q_0$ , первого  $Q = Q_1$  и второго  $Q = Q_2$  порядков методом регуляризации Тихонова для двух лидарных сеансов: 24 сентября (а) и 3 апреля 2013 г. (б)

## 2.2. Оценивание грубодисперсной фракции

Для грубодисперсной фракции можно проводить предварительную оценку без регуляризации. Аппроксимируем  $U_{\text{coarse}}(r)$  полиномом

$$b_0 + b_1 \ln r + b_2 (\ln r)^2.$$

Уравнение (4) преобразуется к виду

$$b_0 \mathbf{l}_0 + b_1 \mathbf{l}_1 + b_2 \mathbf{l}_2 = \mathbf{g}_{\text{coarse}}, \quad (6)$$

где

$$l_{0k} = \sum_{j=7}^{12} A_{jk}, \quad l_{1k} = \sum_{j=7}^{12} A_{jk} \ln r_k,$$

$$l_{2k} = \sum_{j=7}^{12} A_{jk} (\ln r_k)^2; \quad g_{\text{coarse},j} = g_j - g_{\text{fine},j}.$$

Решение (6) относительно коэффициентов  $b_i$  сводится к решению системы из трех линейных уравнений  $B\mathbf{b} = \mathbf{d}$ , где элементы матрицы  $B$  и вектора  $\mathbf{d}$  представимы в виде

$$B_{ik} = \sum_{j=1}^5 l_{ij} l_{kj}, \quad d_k = \sum_{j=1}^5 g_{\text{coarse},j} l_{kj}.$$

При известных коэффициентах  $b_i$  оценка среднего радиуса рассчитывается по формуле

$$R_{\text{coarse}}^{\text{est}} \approx \exp(-0,5 b_1 / b_2).$$

Точность определения  $U_{\text{coarse}}(r)$  неодинакова: для  $R_{\text{coarse}} \leq 3$  мкм оценка корректна и крупные частицы могут быть оценены (параболическая аппроксимация  $U_{\text{coarse}}(r)$  согласно (6)). Для метода статистической регуляризации  $U_{\text{coarse}}$  однозначно восстанавливается для первых четырех значений  $r_{\text{coarse}}$  в (3) (см. [19]). В методе Тихонова применение стабилизатора нулевого порядка также возможно, но эффективнее взять матрицу  $Q$  нецелого порядка (см. [22], с. 103), с  $0 \leq \gamma \leq 1$ :

$$Q_\gamma = \begin{bmatrix} 1 & -\gamma & 0 & \dots & 0 \\ -\gamma & (1+\gamma) & -\gamma & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & -\gamma & (1+\gamma) & -\gamma \\ 0 & \dots & 0 & -\gamma & 1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

При  $R_{\text{coarse}} > 3$  мкм возникает неустойчивость, обусловленная особенностями поведения элементов матрицы  $A_{\text{coarse}}$  и близостью значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ . Отклонение истинного значения  $R_{\text{coarse}}$  проявляется при его смещении в большую ( $R_{\text{coarse}} \in [3; 4]$  мкм) и пятое значение в (3)) или меньшую стороны ( $R_{\text{coarse}} > 4$  мкм и шестое значение в (3)). Таким образом,  $R_{\text{coarse}} = 3$  мкм можно считать верхним пределом корректного оценивания среднего радиуса для грубодисперсной фракции (и ФР в целом) по лидарным измерениям. Метод статистической регуляризации при оценке стабилизатора позволяет применять «правдоподобную» (ранее полученную по результатам лидарных либо других измерений)  $U_{\text{coarse}}(r)$ . Для метода Тихонова целесообразнее использовать  $Q = Q_1$  для пятого либо  $Q = Q_2$  для шестого значения в (3), потому что при  $k = 1 \div 4$  можно применять и (7).

Спектральный диапазон лидарных измерений в общем случае не позволяет восстанавливать характеристики самых мелких ( $R_{\text{min}} < 0,05$  мкм) и крупных ( $R_{\text{max}} > 5$  мкм) частиц. Для  $0,05$  мкм  $\leq r \leq 5$  мкм существует возможность разделения различных аэрозольных фракций. Причем желательно использовать либо  $k = 10$  (по пять значений для мелких и крупных частиц), либо  $k = 12$  (по шесть), поскольку еще большие величины увеличивают время обработки, но никак не влияют на получаемые результаты. Помимо этого, непосредственно при обращении (4), мы обеспечиваем положительную определенность искомым коэффициентов разложения  $u_k$  согласно [20]. Но надо понимать, что несмещенная оценка ФР для крупных частиц даже при известном показателе преломления необходима.

### 3. Совместное определение функции распределения и показателя преломления

Неопределенность задачи, которую мы отмечаем в начале раздела 2, еще в большей степени усложняет поиск решения, когда ядра уравнений (1) известны с точностью до параметра — показателя

преломления. Хотя на практике задачи определения  $m$  и  $U(r)$  решаются параллельно, следует отметить их принципиальное отличие: ПП входит в ядро системы уравнений Фредгольма (1) и не связан линейно ни с оптическими коэффициентами, ни с функцией распределения. Его оценка суть проблема более сложная, поскольку стандартных методов решения нелинейных обратных задач попросту не существует (подробнее см. [9]). Непросто даже ответить на вопрос: всегда ли возможно оценить  $m$  по лидарным измерениям? Исследование вероятных погрешностей не полностью отвечает на вопрос, поскольку ошибки могут быть обусловлены и качеством алгоритмов обращения, и эффективностью используемой априорной информации, и т.д.

Для определения показателя преломления задача сводится к минимизации функционала невязки

$$\Phi(m) = \|g_j^{\text{meas}} - g_j^{\text{calc}}(m)\| = \frac{1}{5} \sum_{j=1}^5 \left| \frac{g_j^{\text{meas}} - g_j^{\text{calc}}(m)}{g_j^{\text{meas}}} \right| \cdot 100\%. \quad (8)$$

Он, с одной стороны, зависит от измеряемых оптических коэффициентов  $g_j^{\text{meas}}$ , правая часть (1), а с другой — от тех же коэффициентов, но полученных в левой части (1),  $g_j^{\text{calc}}(m)$ , для всех мыслимых значений действительной  $m_{\text{real}}$  и мнимой  $m_{\text{image}}$  частей. Относительную ошибку в (8) целесообразно использовать, поскольку коэффициенты  $\sigma$  и  $\beta$  могут отличаться на два порядка.

Согласно [18] минимизация (8) сводится к перебору значений функционала на плоскости ( $m_{\text{real}}, m_{\text{image}}$ ). Если погрешности отсутствуют, для любого  $m$  существует единственный минимум  $\Phi(m) \equiv 0$ . Наличие шумов искажает поверхность функционала и приводит к появлению дополнительных, так называемых «ложных», минимумов при  $\Phi(m) \leq \delta(\epsilon^{\text{meas}}, \epsilon^{\text{math}}) \approx 10\%$ . Соответственно, в задаче оценки  $m$  отсутствует единственность, и решение *неопределено* для лидара. Подчеркнем, что имеется в виду проблема ПП, а не ФР, как в [15].

Чтобы увидеть, как показатель преломления влияет на точность оценивания функции распределения и как связаны микрофизические характеристики между собой, рассмотрим рис. 4. Каждое значение  $m = m_{\text{real}} + im_{\text{image}}$  соответствует минимальному значению  $\Phi(m)$  на логарифмическом множестве  $m_{\text{image}} \in [10^{-4} \div 10^{-1}]$  при фиксированном  $m_{\text{real}}$ , и четыре значения самого показателя получены для четырех  $m_{\text{real}} \in [1,50 \div 1,65]$ , с шагом 0,05. Меньшим  $m_{\text{real}} (< 1,50)$  соответствуют большие значения  $\Phi(m_{\text{real}}, m_{\text{image}}) (> 10\%)$ , поэтому результаты не приводятся. Изменчивость функции распределения проявляется, в первую очередь, для мелких частиц; грубодисперсная фракция явно связана с матрицей регуляризации, и результат ее восстановления почти не зависит от ПП. Значения ФР в соседних минимумах близки между собой, соответственно, показатель преломления не влияет на точности восстановления функции распределения.

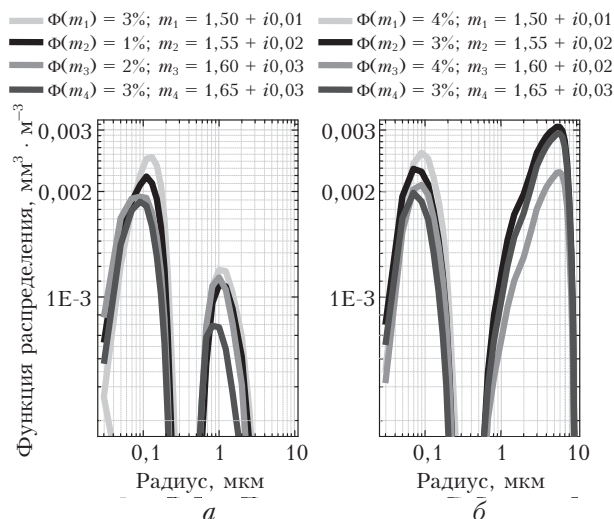


Рис. 4. Функция распределения частиц по размерам для различных показателей преломления, полученных в минимумах невязки; представлены значения нулевого  $Q = Q_0$  (а) и второго  $Q = Q_2$  (б) порядков стабилизатора для лидарного сеанса 24 сентября 2013 г.

Обратное же утверждение не столь очевидно: восстановленное значение ПП зависит и от ядра (1), и от характеристик ФР. Обращает на себя внимание то, что для  $Q = Q_2$  существует еще один минимум,  $\Phi(1,65 + i0,03)$  (рис. 4, а). Для меньших значений стабилизатора ничего подобного нет, и минимальное значение  $\Phi(1,55 + i0,02)$  — единственное для всего двумерного массива  $(m_{\text{real}}, m_{\text{image}})$ . Поскольку используются результаты только фиксированного  $m_{\text{real}}$ , сам ПП точнее приведен дальше, при описании рис. 5. Внушает оптимизм, что возрастание  $m_{\text{image}}$  происходит при одновременном возрастании  $m_{\text{real}}$  для обратного рассеяния, но уменьшении (его же) для ослабления. Скорее всего, мы еще вернемся к непростою показателю преломления и проблеме его недоопределенности.

Итоговая информация по микрофизическим характеристикам для данных лидара представлена на рис. 5. Для первого сеанса (рис. 5, а) показаны средняя функция распределения (слева) и показатель преломления (справа) для пограничного слоя. У ФР истинное значение составляет  $R_{\text{coarse}} = 1,49$  мкм, по параболической аппроксимации (6), а это значит, что грубодисперсная фракция корректно восстанавливается. Для ПП с возрастанием высоты действительная часть уменьшается, а мнимая увеличивается со средним по слою  $m = 1,49 + i0,014$ . Рис. 5, б показывает средние функции распределения для двух слоев второго сеанса (справа, см. также рис. 2, б) и показатель преломления в пограничном слое и свободной тропосфере. Крупные частицы точно не известны, поскольку, согласно (6),  $R_{\text{coarse}} \in [3; 4]$  мкм], но в нижнем слое  $R_{\text{coarse}}^{\text{est}} = 9,08$  мкм, а в верхнем  $R_{\text{coarse}}^{\text{est}} = 4,79$  мкм. Именно поэтому используется матрица регуляризации  $Q = Q_1$  для обоих слоев. Средние значения составляют  $m = 1,60 + i0,0065$ ,  $R_{\text{fine}} = 0,16$  мкм,  $R_{\text{coarse}} = 4,0$  мкм для пограничного слоя (0,5–1,2 км)

и  $m = 1,50 + i0,009$ ,  $R_{\text{fine}} = 0,25$  мкм,  $R_{\text{coarse}} = 3,5$  мкм для свободной тропосферы (3,8–5,3 км). Обратим внимание, что в ССТ для всех сеансов зондирования диапазон показателя преломления составляет  $m = 1,48 (\pm 0,02) + i0,01 (\pm 0,002)$  (см., например, [23]). Для пограничного слоя аналогичный диапазон не просматривается.

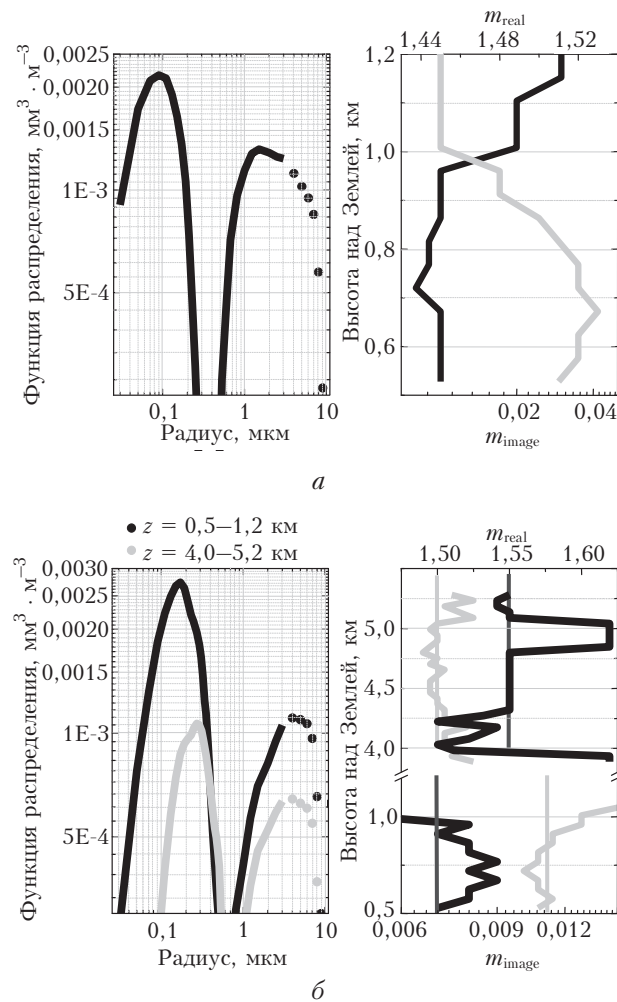


Рис. 5. Средняя функция распределения частиц по размерам (слева) и высотное изменение показателя преломления (справа) в пограничном слое и свободной тропосфере; результаты восстановлены по лидарным измерениям 24 сентября (а) и 3 апреля 2013 г. (б)

Работоспособность методов решения обратной задачи и адекватность восстанавливаемого распределения частиц по размерам проверялись сравнением с результатами, полученными другими методами. Одними из основных инструментов исследования дисперсного состава атмосферного аэрозоля являются счетчики частиц. На ГОР-станции ИОА СО РАН ведутся наблюдения с использованием диффузионного спектрометра аэрозолей для частиц радиусами меньше 0,11 мкм и фотоэлектрического счетчика Grimm 1.109 в диапазоне 0,14–8 мкм [24]. Результаты наземных и высотных (лидар ЛОЗА-С, 0,5–1,2 км) измерений 24 сентября 2013 г. можно сопоставить на рис. 6.

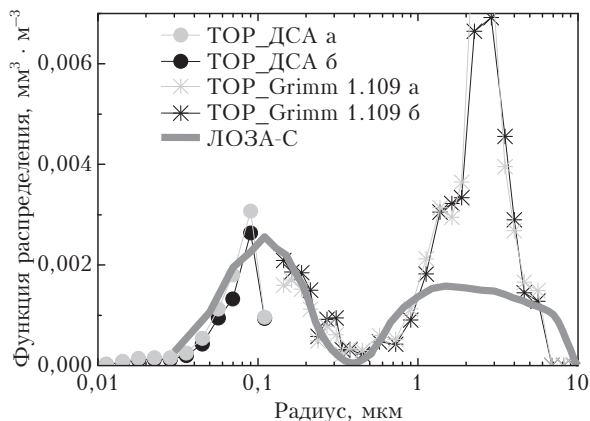


Рис. 6. Результаты двух методов наземных (TOR-станция, ДСА до 0,11 мкм и Grimm 1.109 после 0,14 мкм) и высотных (лидар ЛОЗА-С, 0,5±1,2 км) измерений 24 сентября 2013 г.

Средние радиусы для мелких и крупных частиц близки и неплохо восстанавливаются при измерении различными инструментами. Следует отметить, что сопоставление результатов решения обратной задачи для данных спектрополяриметра ФАН и результатов измерений с помощью фотоэлектрического счетчика фирмы Grimm показало необходимость введения корректирующего коэффициента  $k \sim 1,25-1,5$  для шкалы размеров частиц (см., например, [25]).

### Заключение

Рассмотрены методические особенности определения показателя преломления и функции распределения частиц по данным лидарных измерений коэффициентов ослабления (355 и 532 нм) и обратного рассеяния (355, 532 и 1064 нм). Результаты показывают, что существуют две серьезные проблемы восстановления микрофизических характеристик аэрозоля: 1) смещенная оценка параметров функции распределения для грубодисперсной фракции и 2) недоопределенность самого показателя преломления. Они обусловлены информационной недостаточностью лидарных измерений, и без их разрешения обработка данных в любой атмосферной ситуации пока затруднительна.

Хотя на практике задачи восстановления  $m$  и  $U(r)$  решаются параллельно, следует отметить их принципиальное отличие: в (1) связь ПП с оптическими коэффициентами (правая часть уравнений Фредгольма) и даже самой ФР (левая часть) не является линейной, что приводит к недоопределенности оценки  $m$  для лидара. Наличие погрешностей искажает поверхность значений функционала (8), появляются дополнительные, так называемые «ложные», минимумы. Однако значения  $U(r)$  в ложных минимумах близки между собой и выбор ПП слабо влияет на точность оценивания функции распределения. В случае ФР ситуация упрощается, так как она линейно связана с оптическими коэф-

фициентами, что приводит к системе линейных уравнений (4) и необходимости корректной регуляризации. Алгоритм предварительной параболической аппроксимации позволяет и без регуляризации определять среднее значение размера крупных частиц, что, в свою очередь, делит область на две части. До  $R_{\text{coarse}} \leq 3$  мкм оценка корректна и используется полностью. При больших величинах для регуляризации можно применять либо уже имеющиеся наборы коэффициентов, либо, для простоты, фиксированную матрицу: первого порядка для завышенного  $R_{\text{coarse}}$  и второго порядка для заниженного значения. Но возможное определение ложного показателя преломления и неоднозначность восстановления крупных частиц для функции распределения всегда необходимо иметь в виду.

В заключении мы выражаем признательность Б.Д. Белану и М.Ю. Аршинову за аэрозольные измерения на TOR-станции и возможность сопоставления их с данными лидара. Первый автор также благодарить М.А. Свириденкова за полезные обсуждения.

Работа выполнялась при частичной поддержке фонда РФФИ (проект № 16-48-700307) и гранта Президента РФ по поддержке ведущих научных школ НШ-8199.2016.5.

1. Bösenberg J., Ansmann A., Baldasano J. M., Balis D., Böckmann C., Calpini B., Chaikovskiy A., Flamant P., Hegerd A., Mitev V., Papayannis A., Pelon J., Resendes D., Schneider J., Spinelli N., Trickl T., Vaughan G., Visconti G., Wiegner M. EARLINET: A European aerosol research lidar network // *Advances in Laser Remote Sensing* / A. Dabas, C. Loth, J. Pelon, (eds.). Paris: Editions de L'Ecole Polytechnique, 2001. P. 155–158.
2. Murayama T., Sugimoto N., Uno I., Kinoshita K., Aoki K., Hagiwara N., Liu Z., Matsui I., Sakai T., Shibata T., Arao K., Sohn B.-J., Won J.-G., Yoon S.-C., Li T., Zhou J., Hu H., Abo M., Iokibe K., Koga R., Iwasaka Y. Ground-based network observation of Asian dust events of April 1998 in East Asia // *J. Geophys. Res.* D. 2001. V. 106, N 16. P. 18345–18359.
3. Chaikovskiy A.P., Ivanov A.P., Balin Yu.S., Elnikov A.V., Tulinov G.F., Plusnin I.I., Bukin O.A., Chen B.B. CIS-LINET – Lidar Network for monitoring aerosol and ozone in CIS regions // *Reviewed and Revised Papers Presented at the 23d ILRC* / C. Nagasava, N. Sugimoto. (eds.). Nara, Japan, 2006. P. 671–672.
4. Böckmann C., Wandinger U., Ansmann A., Bösenberg J., Amiridis V., Boselli A., Delaval A., de Tomasi F., Frioud M., Videnov Grigorov I., Hegerd A., Horvat M., Iarlori M., Komguem L., Kreipl S., Larcheveque G., Matthias V., Papayannis A., Pappalardo G., Rocadenbosch F., Rodrigues J. A., Schneider J., Scherbakov V., Wiegner M. Aerosol lidar intercomparison in the framework of the EARLINET project. 2. Aerosol backscatter algorithms // *Appl. Opt.* 2004. V. 43, N 4. P. 977–989.
5. Pappalardo G., Amodeo A., Pandolfi M., Wandinger U., Ansmann A., Bösenberg J., Matthias V., Amiridis V., de Tomasi F., Frioud M., Iarlori M., Komguem L., Papayannis A., Rocadenbosch F., Wang X. Aerosol li-

- dar intercomparison in the framework of the EARLINET project: 3. Raman lidar algorithm for aerosol extinction, backscatter, and lidar ratio // *Appl. Opt.* 2004. V. 43, N 28. P. 5370–5385.
6. URL: [www.earlinet.org](http://www.earlinet.org) (NA3 folder)
  7. Holben B.N., Eck T.F., Slutsker I., Tanré D., Buis J.P., Setzer A., Vermote E., Reagan J.A., Kaufman Y., Nakajima T., Lavenu F., Jankowiak I., Smirnov A. AERONET – A federated instrument network and data archive for aerosol characterization // *Rem. Sens. Environ.* 1998. V. 66. P. 1–16.
  8. Dubovik O.V., Lapyonok T.V., Oshchepkov S.L. Improved technique for data inversion: Optical sizing of multicomponent aerosols // *Appl. Opt.* 1995. V. 34. P. 8422–8436.
  9. Dubovik O.V., King M.D. A flexible inversion algorithm for retrieval of aerosol optical properties from Sun and sky radiance measurements // *J. Geophys. Res. D.* 2000. V. 105, N 16. P. 20673–20696.
  10. Зуев В.Е., Наац И.Э. Обратные задачи лазерного зондирования. Новосибирск: Наука, 1982. 240 с.
  11. Müller D., Wandinger U., Ansmann A. Microphysical particle parameters from extinction and backscatter lidar data by inversion with regularization: Theory // *Appl. Opt.* 1999. V. 38, N 12. P. 2346–2357.
  12. Böckmann C. Hybrid regularization method for the ill-posed inversion of multiwavelength lidar data in the retrieval of aerosol size distribution // *Appl. Opt.* 2001. V. 40, N 9. P. 1329–1342.
  13. Veselovskii I., Kolgotin A., Griaznov V., Müller D., Franke K., Whiteman D.M. Inversion of multiwavelength Raman lidar data for retrieval of bimodal aerosol size distribution // *Appl. Opt.* 2004. V. 43, N 5. P. 1180–1195.
  14. Bohren F.C., Huffman D.R. Absorption and scattering of light by small particles. New York: John Wiley & Sons, 1983. 530 p.
  15. Böckmann C., Mironova I., Müller D., Schneidembach L., Nessler R. Microphysical aerosol parameters from multiwavelength lidar // *J. Opt. Soc. Am. A.* 2005. V. 22, N 3. P. 518–528.
  16. Veselovskii I., Kolgotin A., Müller D., Whiteman D.M. Information content of multiwavelength lidar data with respect to microphysical particle properties derived from eigenvalue analysis // *Appl. Opt.* 2005. V. 44, N 25. P. 5292–5303.
  17. Chemyakin E., Müller D., Burton Sh., Kolgotin A., Hostetler Ch., Ferrare R. Arrange and average algorithm for the retrieval of aerosol parameters from multiwavelength high-spectral-resolution lidar/Raman lidar data // *Appl. Opt.* 2014. V. 53, N 31. P. 7252–7266.
  18. Самойлова С.В. Восстановление комплексного показателя преломления по лидарным измерениям: возможности и ограничения // *Оптика атмосф. и океана.* 2014. Т. 27, № 3. С. 197–206.
  19. Samoilova S.V., Sviridenkov M.A., Penner I.E. Retrieval of the particle size distribution function from the data of lidar sensing under the assumption of known refractive index // *Appl. Opt.* 2016. V. 55, N 28. P. 8022–8029.
  20. Samoilova S.V., Balin Yu.S. Reconstruction of the aerosol optical parameters from the data of sensing with a multifrequency Raman lidar // *Appl. Opt.* 2008. V. 47, N 36. P. 6816–6831.
  21. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 285 с.
  22. Василенко Г.И. Теория восстановления сигналов. М.: Сов. радио, 1979. 272 с.
  23. Самойлова С.В., Пеннер И.Э., Коханенко Г.П., Балин Ю.С. Аэрозольные слои тропосферы: однородность в высотном распределении оптических и микрофизических характеристик // *Оптика атмосф. и океана.* 2016. Т. 29, № 12. С. 1043–1049.
  24. Аршинов М.Ю., Белан Б.Д., Давыдов Д.К., Ивлев Г.А., Козлов А.В., Козлов А.С., Мальшикин С.Б., Симоненков Д.В., Антохин П.Н. Нуклеационные всплески в атмосфере boreальной зоны Западной Сибири. Часть I. Классификация и повторяемость // *Оптика атмосф. и океана.* 2014. Т. 27, № 9. С. 766–774.
  25. Обвинцев Ю.И., Иорданский М.А., Емиленко А.С., Свириденков М.А. Исследование оптических и микрофизических характеристик субмикронного аэрозоля в условиях мегаполиса (на примере города Пекина) // Сб. трудов «Восьмых Петряновских чтений». Москва, 28–30 июня 2011 г. М.: МГИУ, 2011. С. 172–183.

*S.V. Samoilova, I.E. Penner, G.P. Kokhanenko, Yu.S. Balin. Joint retrieval of the microphysical characteristics, complex refractive index, and particle size distribution function from lidar measurements.*

Results of the analysis of microphysical characteristics obtained from the data of nighttime Raman lidar measurements in Tomsk (56°N, 85°E) in 2013 within the CIS-LiNet project (lidar networks in CIS countries) are presented. Theoretical aspects of the retrieval of the particle size distribution function at the preset refractive index are considered. It is shown that the coarse fraction is retrieved ambiguously. Parabolic approximation of the mean size of coarse particles,  $R_{\text{coarse}}$ , is suggested, which allows calculation of the size distribution function determine for particles of up to 3  $\mu\text{m}$  in size. It is shown that when estimating the parameters under study together, the retrieved refractive index is non-linearly related with the optical coefficients and the distribution function, which leads to appearance of different, including false values of the refractive index. The parameters are assessed for the boundary air layer and middle troposphere.