

ТУРБУЛЕНТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ И ОКЕАНЕ

УДК 621.371

С.Е. Скипетров, С.С. Чесноков

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДВУХ СХЕМ ФОРМИРОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

Проведен сравнительный анализ двух схем формирования изображений точечных объектов: схемы с самосветящимся объектом и схемы с подсветкой объекта сфокусированной на него волной. Показано, что во втором случае происходит частичная синхронизация флуктуаций фазы в различных точках приемной апертуры, что приводит к повышению качества формируемого изображения.

Введение

Эффекты, связанные с двукратным прохождением оптических волн через одни и те же (или сильно коррелированные между собой) неоднородности показателя преломления в случайно-неоднородной среде, активно исследуются в последнее время. Наиболее общие закономерности преобразования статистики излучения, прошедшего через слой турбулентной среды, при отражении от зеркальной поверхности и вторичном распространении через ту же среду в обратном направлении рассмотрены в [1, 2]. В [3] представлены результаты численного исследования фазовых характеристик отраженных волн в атмосфере, а в [4] проведен анализ экспериментальных данных, свидетельствующих об усилении флуктуаций интенсивности при отражении излучения от зеркальной поверхности. Наконец, в [5] и [6], соответственно, рассмотрены эффекты усиления рассеяния при лазерной локации в турбулентной атмосфере и оценено качество изображения когерентно освещенного объекта в случайно-неоднородной среде.

В то же время достаточно актуальность сохраняет проблема формирования изображений в условиях атмосферной турбулентности [7, 8]. В связи с этим представляет интерес возможность повышения качества изображений за счет специальным образом организованной подсветки объекта. В [6], например, рассматривается качество изображения когерентно освещенных объектов в случайно-неоднородной среде.

В настоящей статье мы рассматриваем две схемы формирования изображений точечных объектов в турбулентной атмосфере: схему с самосветящимся объектом *A*, изображенную на рис. 1,а, и схему с подсветкой объекта сфокусированной на него волной *B*, представленную на рис. 1,б. Последняя схема является схемой с двукратным прохождением излучения через среду и представляет, с нашей точки зрения, особый интерес. Для схемы *B* в приближении геометрической оптики рассчитаны структурная функция флуктуаций фазы волны, идущей в направлении *E* к оптической системе формирования изо-

бражения, и долго- и короткоэкспозиционная оптические передаточные функции (ОПФ). Полученные результаты сравниваются с хорошо известными для схемы *A*. Для корректного сопоставления рассматриваемых схем мы считаем, что в случае *A* волна проходит в среде путь  $2z$ .

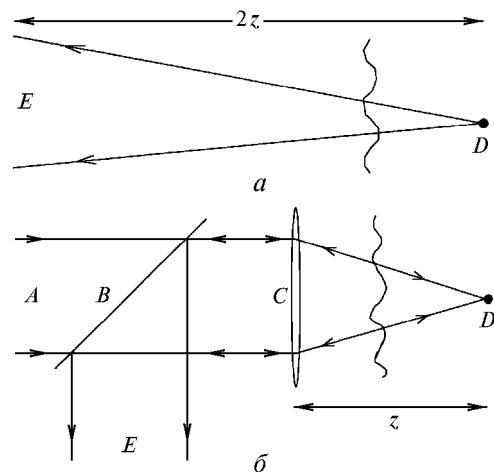


Рис. 1. Схемы *A* (а) и *B* (б) формирования изображения. В схеме *B* волна от источника света *A* проходит через делительную пластинку *B* и фокусируется собирающей линзой *C* на точечный объект *D*. Турбулентная среда занимает пространство справа от линзы *C*. После отражения от объекта *D* волна снова проходит через линзу *C*, отражается от делительной пластинки *B* и уходит в направлении *E* к системе формирования изображений

1. Расчет структурных функций

На расстоянии  $2z$  от самосветящегося точечного объекта, расположенного в толще турбулентной среды, структурная функция флуктуаций фазы  $\varphi$ , испущенной объектом сферической волны, зависит только от разности координат точек наблюдения  $r = |\rho_1 - \rho_2|$  и имеет хорошо известный вид [9, 10]:

$$D_A(\rho_1, \rho_2) = \langle [\varphi(\rho_1, z) - \varphi(\rho_2, z)]^2 \rangle = D_A(r) = \frac{3}{8} \times 6,88 \left( \frac{r}{r_0} \right)^{5/3}, \tag{1}$$

где

$$r_0 = 0,185 \left( \frac{\lambda^2}{2 C_n^2 z} \right)^{3/5} \quad (2)$$

– радиус Фрида, рассчитанный для плоской волны, прошедшей через слой турбулентной среды толщиной  $2z$ ;  $C_n^2$  – структурная постоянная флуктуаций показателя преломления в среде;  $\lambda$  – длина волны распространяющегося в среде излучения.

Более сложным оказывается расчет структурной функции флуктуаций фазы для схемы *B*, который мы проведем в приближении геометрической оптики. В этой схеме луч, пришедший от источника подсветки и отраженный от объекта, проходит обратный путь по зеркально симметричному относительно оптической оси системы пути. Поэтому набег фазы вдоль луча, пришедшего в точку  $\mathbf{p}_1$  приемной апертуры системы формирования изображений, запишется как

$$\varphi(\mathbf{p}_1) = k \int_0^z d\zeta [n_1(\mathbf{p}(\mathbf{p}_1, \zeta), \zeta) + n_1(-\mathbf{p}(\mathbf{p}_1, \zeta), \zeta)], \quad (3)$$

где  $\mathbf{p}(\mathbf{p}_1, \zeta) = \mathbf{p}_1 \times (1 - \zeta/z)$ ;  $n_1(\mathbf{p}, z)$  – флуктуирующая часть показателя преломления и  $k = 2\pi/\lambda$ . Записав аналогичное выражение для набег фазы вдоль луча, пришедшего в точку  $\mathbf{p}_2$ , вычтя их одно из другого, возведя эту разность в квадрат и проведя усреднение по ансамблю реализаций, получим выражение для структурной функции флуктуаций фазы:

$$D_B(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = k^2 \int_0^z d\zeta_1 \int_0^z d\zeta_2 \{ 4 [K_n(\zeta_1 - \zeta_2) - K_n(\sqrt{(\mathbf{p}(\mathbf{p}_1, \zeta_1) - \mathbf{p}(\mathbf{p}_2, \zeta_2))^2 + (\zeta_1 - \zeta_2)^2})] + 4 [K_n(\zeta_1 - \zeta_2) - K_n(\sqrt{(\mathbf{p}(\mathbf{p}_1, \zeta_1) + \mathbf{p}(\mathbf{p}_2, \zeta_2))^2 + (\zeta_1 - \zeta_2)^2})] - 2[K_n(\zeta_1 - \zeta_2) - K_n(\sqrt{4\mathbf{r}^2(\mathbf{r}_1, z_1) + (z_1 - z_2)^2})] - 2[K_n(\zeta_1 - \zeta_2) - K_n(\sqrt{4\mathbf{p}^2(\mathbf{p}_2, \zeta_2) + (\zeta_1 - \zeta_2)^2})] \}, \quad (4)$$

где  $K_n(r) = \langle n_1(\mathbf{r}_1) n_1(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}) \rangle$  – корреляционная функция флуктуаций показателя преломления, которые мы считаем статистически однородными и изотропными. Для колмогоровского спектра флуктуаций показателя преломления интегралы от каждого из выражений, стоящих в квадратных скобках в (4), вычисляются так же, как это было сделано в [9] при расчете структурной функции флуктуаций фазы сферической волны. В результате получаем

$$D_B(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = D_A(|\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2|) + D_A(|\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2|) - \frac{1}{2} [D_A(2|\mathbf{p}_1|) + D_A(2|\mathbf{p}_2|)], \quad (5)$$

где  $D_A(\rho)$  дается выражением (1). Для дальнейшего анализа выражение (5) удобно представить как функцию переменных  $\mathbf{R} = (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)/2$  и  $\mathbf{r} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$ :

$$D_B(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = D_A(r) + D_A(2R) - \frac{1}{2} [D_A(|2\mathbf{R} + \mathbf{r}|) + D_A(|2\mathbf{R} - \mathbf{r}|)]. \quad (6)$$

В то время как структурная функция флуктуаций фазы (1) для схемы *A* зависит только от модуля расстояния  $r$  между точками  $\mathbf{p}_1$  и  $\mathbf{p}_2$  и монотонно возрастает с ростом  $r$  по степенному закону, поведение структурной функции (6), рассчитанной для схемы *B*, гораздо интереснее. Во-первых, ее значение зависит не только от  $r$ , но и от взаимного расположения точек  $\mathbf{p}_1$  и  $\mathbf{p}_2$ . Во-вторых, по крайней мере при не очень больших  $R$  структурная функция  $D_B$  растет с увеличением  $r$  гораздо медленнее, чем  $D_A$ , а при  $R = 0$  вообще обращается в нуль независимо от  $r$ .

Поведение функций  $D_A$  и  $D_B$  иллюстрируется на рис. 2 для случая, когда угол  $\alpha$  между векторами  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{r}$  равен  $\pi/2$  (т.е.  $\mathbf{R} \perp \mathbf{r}$ ). При произвольных ориентациях векторов  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{r}$  различие между структурными функциями фазы для схем *A* и *B* немного меньше, чем в случае, когда эти векторы перпендикулярны, но остается, тем не менее, значительным по крайней мере пока  $R < 20r_0$ . Зависимость  $D_B$  от  $r$  при различных  $R$  и  $\alpha$  остается качественно такой же, как при  $\alpha = \pi/2$ , поэтому мы не приводим здесь соответствующих графиков, ограничиваясь представленными на рис. 2. Отметим, что при  $R \rightarrow \infty$  выражение (6) переходит в (1) независимо от взаимной ориентации векторов  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{r}$ .

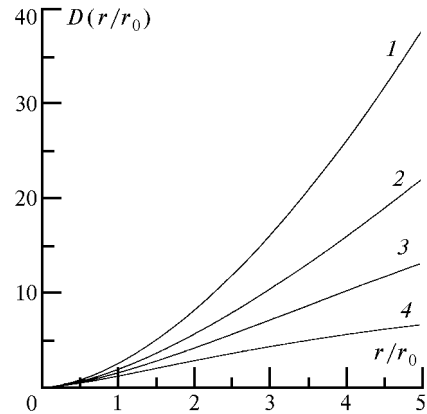


Рис. 2. Структурные функции фазы для схем *A* (кривая 1) и *B* при  $\mathbf{R} \perp \mathbf{r}$  и различных  $R$ :  $R/r_0 = 20$  (2);  $R/r_0 = 5$  (3);  $R/r_0 = 2$  (4). При  $R/r_0 \rightarrow \infty$   $D_B$  совпадает с  $D_A$

Итак, как видно из рис. 2, флуктуации фазы волны в схеме *B* оказываются подавленными по сравнению с флуктуациями в схеме *A*, хотя в обоих случаях свет проходит в турбулентной среде одинаковое расстояние, равное  $2z$ . Это происходит по следующей причине. В схеме *B* лучи, пришедшие в точки  $\mathbf{p}_1$  и  $\mathbf{p}_2$ , сим-

метричные относительно оптической оси системы ( $\rho_1 = -\rho_2, R = 0$ ), проходят через одни и те же неоднородности показателя преломления среды, хотя и в разных направлениях, вследствие чего флуктуации фазы в этих точках одинаковы. Даже когда точки  $\rho_1$  и  $\rho_2$  не абсолютно симметричны ( $R \neq 0$ ), частичная корреляция флуктуаций фазы волны в этих точках сохраняется, поскольку соответствующие лучи проходят хотя и не через одни и те же, но все же через близко расположенные неоднородности.

## 2. Расчет ОПФ

Очевидно, что указанная в предыдущем разделе особенность схемы *Б* должна привести к повышению качества изображения, формируемого в соответствии с этой схемой, по сравнению со случаем, когда используется схема *А*. В самом деле, в схеме *Б* лучи, пришедшие в точки приемной апертуры, симметричные относительно оптической оси системы, будут интерферировать в плоскости изображения так же, как в отсутствие турбулентной среды, поскольку разность фаз между ними равна нулю. Для подтверждения этого вывода мы провели для схем *А* и *Б* расчет долгоэкспозиционных  $\tau^L(\Omega)$  и короткоэкспозиционных  $\tau^S(\Omega)$  ОПФ, где  $\Omega$  – угловая частота.

Воспользуемся определением ОПФ через обобщенную функцию зрачка оптической системы  $P(\mathbf{R}) = P_0(\mathbf{R}) \times \exp(i\varphi(\mathbf{R}))$  [11], где  $P_0$  – функция зрачка и  $\varphi$  – фаза падающей на приемную апертуру волны. При условии, что апертура оптической системы имеет форму круга диаметра  $d_0$ , для долгоэкспозиционных ОПФ получаем

$$\begin{aligned} \tau_{A,B}^L(\Omega) &= \frac{1}{A} \int d^2\mathbf{R} \langle P(\mathbf{R} - \lambda\Omega/2) P^*(\mathbf{R} + \lambda\Omega/2) \rangle = \\ &= \frac{1}{A} \int d^2\mathbf{R} P_0(\mathbf{R} - \lambda\Omega/2) P_0^*(\mathbf{R} + \lambda\Omega/2) \times \\ &\times \exp\left\{-\frac{1}{2} D_{A,B}(\mathbf{R}, \lambda\Omega)\right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

где интегрирование ведется по всей плоскости  $\{\mathbf{R}\}$ ,  $A = \pi d_0^2/4$  – площадь апертуры.

Поскольку  $D_A$  не зависит от  $\mathbf{R}$ , для схемы *А* из (7) следует хорошо известный результат [10, 12]:

$$\tau_A^L(\Omega) = \tau_0(\Omega) \exp\left\{-\frac{1}{2} D_A(\lambda\Omega)\right\}, \quad (8)$$

где  $\tau_0(\Omega)$  – дифракционно-ограниченная ОПФ оптической системы, которая спадает до нуля при  $\Omega = \Omega_0 = d_0/\lambda$  [11].

Для схемы *Б* интегрирование в выражении (7) провести аналитически не удастся, поэтому соответствующий интеграл мы находили численно с использованием выражения (6) для  $D_B(\mathbf{R}, \mathbf{r})$ .

В случае короткой экспозиции для схемы *А* мы имеем хорошо известное выражение [12]:

$$\tau_A^S(\Omega) = \tau_0(\Omega) \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(D_A(\lambda\Omega) - \frac{1}{2} \sigma_A^2(\lambda\Omega)\right)\right\}, \quad (9)$$

где  $\sigma_A^2$  – дисперсия наклонов волнового фронта волны [13]:

$$\begin{aligned} \sigma_A^2 &= \frac{64}{d_0^2} \int_0^1 \frac{4}{\pi} [(3u - 2u^3) \sqrt{1 - u^2} - \arccos u] D_A(ud_0) u du \simeq \\ &\simeq \frac{10,32}{r_0^{5/3} d_0^{1/3}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Анализ показывает, что дисперсия наклонов волнового фронта  $\sigma_B^2$ , вычисленная для схемы *Б*, оказывается тождественно равной нулю. Это приводит к тому, что выражения для долгоэкспозиционной и короткоэкспозиционной ОПФ в случае *Б* совпадают:  $\tau_B^S(\Omega) \equiv \tau_B^L(\Omega)$ . Другими словами, качество изображения, формируемого с использованием схемы *Б*, не должно существенно зависеть от длительности экспозиции, в то время как для схемы *А* предпочтительнее короткие времена экспозиции. Кроме того, можно показать, что для схемы *Б* оказываются равными нулю также дисперсии всех мод нечетного порядка в полиномиальном разложении формы волнового фронта, в то время как для схемы *А* дисперсия монотонно убывает с ростом порядка и лишь для мод достаточно высокого порядка становится пренебрежимо малой [13, 14].

Поскольку влияние случайных наклонов волнового фронта на качество долгоэкспозиционного изображения наиболее велико, их отсутствие в схеме *Б* имеет принципиальное значение. Кроме того, равенство нулю дисперсий всех мод нечетного порядка также приводит к повышению качества формируемого изображения по сравнению со схемой *А*, особенно при достаточно больших размерах апертуры.

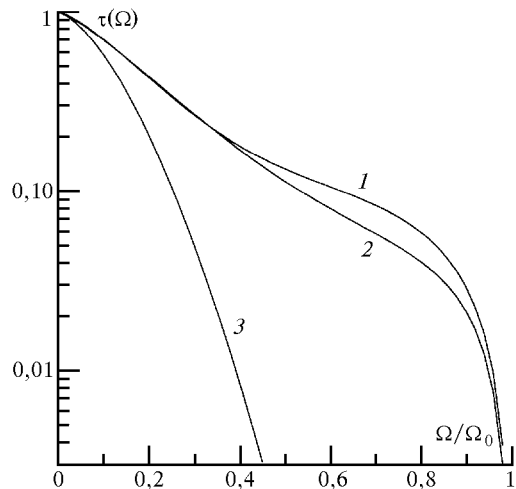


Рис. 3. Оптические передаточные функции при  $d_0 = 5 r_0$  для схем *Б* (1) и *А*: короткоэкспозиционная – 2, долгоэкспозиционная – 3

На рис. 3 представлены долго- и короткоэкспозиционные ОПФ для схем *A* и *B*. Видно, что ширина ОПФ, соответствующей схеме *B*, существенно превышает ширину долгоэкспозиционной ОПФ для схемы *A*. Кривые, изображающие короткоэкспозиционную ОПФ для схемы *A* и ОПФ для схемы *B*, весьма близки, однако вторая из них идет все же несколько выше первой, что особенно заметно при угловых частотах  $\Omega \sim \Omega_0/2$ . Таким образом, использование схемы *B* даже при длительной экспозиции может позволить получить более высокое качество изображения, чем в схеме *A* при короткой экспозиции.

Наконец, отметим еще одну интересную особенность схемы *B*. Известно [1], что в схеме *A* при увеличении диаметра апертуры  $d_0$  интегральное разрешение

$$R = 2\pi \int_0^{\infty} \tau_A^{L,S} \Omega d\Omega \quad (11)$$

насыщается на уровне  $R = \pi/4 (r_0/\lambda)^2$ . Причина этого состоит в том, что фазы волн, приходящих на сильно удаленные друг от друга участки приемной апертуры, практически некоррелированы, вследствие чего конструктивная интерференция этих волн в плоскости изображения оказывается невозможной. Поэтому увеличение диаметра апертуры до величин, больших нескольких  $r_0$ , не ведет к увеличению числа конструктивно интерферирующих в плоскости изображения волн, а значит, является нецелесообразным.

Однако в случае использования схемы *B* ситуация меняется, поскольку набег фазы вдоль лучей, приходящих в симметричные относительно оптической оси системы точки приемной апертуры, всегда одинаков. Это позволяет таким лучам конструктивно интерферировать в плоскости изображения, каким бы большим ни было расстояние между точками их прихода в плоскость приемной апертуры. Поэтому есть все основания утверждать, что схема *B* должна обеспечивать бесконечный рост разрешающей способности системы формирования изображений при стремлении диаметра ее приемной апертуры к бесконечности.

### Заключение

В настоящей работе проведен сравнительный анализ двух схем формирования изображений точечных объектов в турбулентной атмосфере, а именно схемы с самосветящимся объектом и схемы с подсветкой объекта сфокусированной на него волной.

Результаты, полученные нами для структурной функции флуктуаций фазы, показывают, что во втором случае происходит частичное подавление флуктуаций разности фаз волн, падающих на различные участки апертуры системы формирования изображений. За счет того что лучи, приходящие в симметричные относительно оптической оси системы точки приемной апертуры, проходят через одни и те же неоднородности показателя преломления в среде, флуктуации фазы в этих точках полностью коррелированы и их разность тождественно обращается в нуль. Для точек, расположенных несимметрично относительно оптической оси системы, этот эффект сохраняется лишь частично.

В условиях, когда расстояние, проходимое светом в турбулентной среде, фиксировано, схема с подсветкой является предпочтительней, поскольку может обеспечить лучшие условия видения. Наши расчеты показывают, что качество изображения в схеме с подсветкой должно слабо зависеть от времени экспозиции и во всех случаях оказывается выше, чем в схеме с самосветящимся объектом при короткой экспозиции. Есть основания ожидать, что для схемы с подсветкой объекта сфокусированной на него волной интегральное разрешение не будет испытывать насыщения на постоянный уровень при стремлении диаметра апертуры к бесконечности, в противоположность тому, как это происходит для схемы с самосветящимся объектом.

1. Лукин В.П. Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 286 с.
2. Банах В.А., Миронов В.Л. Локационное распространение лазерного излучения в турбулентной атмосфере. Новосибирск: Наука, 1986. 174 с.
3. Коняев П.А., Лукин В.П., Табакаев С.Ю. // Оптика атмосферы и океана. 1991. Т. 4. № 12. С. 1318–1320.
4. Гурвич А.С., Иванов А.П., Кашкаров С.С., Патрушев П.Я., Рослов А.П. // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. № 1. С. 44–49.
5. Банах В.А., Миронов В.Л. // Оптика атмосферы и океана. 1995. Т. 8. № 1–2. С. 50–68.
6. Банах В.А., Чен Б.Н. // Оптика атмосферы и океана. 1994. Т. 7. № 11–12. С. 1522–1529.
7. Лукин В.П. // Оптика атмосферы и океана. 1995. Т. 8. № 1–2. С. 280–290.
8. Лукин В.П. // Оптика атмосферы и океана. 1995. Т. 8. № 3. С. 301–341.
9. Fried D.L. // J. Opt. Soc. Am. 1966. V. 56. № 10. P. 1380–1384.
10. Гудмен Дж. Статистическая оптика. М.: Мир, 1988. 528 с.
11. Гудмен Дж. Введение в Фурье-оптику. М.: Мир, 1970. 364 с.
12. Fried D.L. // J. Opt. Soc. Am. 1966. V. 56. № 10. P. 1372–1379.
13. Fried D.L. // J. Opt. Soc. Am. 1965. V. 55. № 11. P. 1427–1435.
14. Noll R.J. // J. Opt. Soc. Am. 1976. V. 66. № 3. P. 207–211.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Поступила в редакцию  
6 августа 1997 г.

*S.E. Skipetrov, S.S. Chesnokov. Comparison of Two Distinct Schemes of Imaging through Turbulent Atmosphere.*

We perform comparative analysis of two schemes of imaging: the scheme with a point light source and the scheme with object illumination by a focused light wave. It is shown that partial synchronization of phase fluctuations occurs in the second case that leads to the increase of image quality.