«Оптика атмосферы», **1**, № 7 (1988) УДК 551.510.42

Е.В. Стойкова

ВЛИЯНИЕ ОКРАШЕННОГО АДДИТИВНОГО И МУЛЬТИПЛИКАТИВНОГО ШУМА НА ТОЧНОСТЬ КОРРЕЛЯЦИОННО-ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

В работах исследовано влияние аддитивных и мультипликативных помех на точность корреляционно-экстремального измерения скорости дрейфа атмосферных неоднородностей. Расчеты ошибок проведены при различных соотношениях между дисперсиями и радиусами корреляции информативных неоднородностей и помех.

1. Введение

Сравнительно новой областью в дистанционном зондировании является создание корреляционно-экстремальных систем с оптическими датчиками изображений на базе приборов с зарядовой связью [1, 2]. Представляется перспективным приложение таких систем для измерения скорости дрейфа $\mathbf{V} = (V_x,\ V_y)$ атмосферных неоднородностей [3]. В принципе, для определения скорости достаточны два коррелированных изображения, которые регистрируются в моменты времени $t_{1,2}$. Вектор взаимного сдвига изображений пропорционален скорости и может быть найден по положению максимума взаимно-корреляционной функции (ВКФ) изображений.

Очевидно, необходимость регистрации изображений приводит к жестким ограничениям по отношению к объему статистического материала, на основе которого вычисляется оценка ВКФ. Вот почему особенно важным для проектирования и оптимизации корреляционно-экстремальной системы с матричным датчиком является вопрос о точности измерения при небольших соотношениях между размерами регистрируемых изображений и характерными масштабами исследуемых неоднородностей. Исследованию различных аспектов этого вопроса посвящены работы [4—7].

Настоящая работа продолжает начатый в [4—7] анализ точности и рассматривает влияние аддитивных и мультипликативных помех на точность определения взаимного сдвига $\xi_m = V(t_2 - t_1)$ в случае регистрации пары одномерных пространственных реализаций

$$F(x,\ t_{1,2}) = m(x,\ t_{1,2}) F_0(x,\ t_{1,2}) + n(x,\ t_{1,2}), \tag{1}$$

где $F(x,\ t_{1,2})$ — случайное поле, описывающее информативные (перемещающиеся со скоростью V) неоднородности со средним значением F_0, автокорреляционной функцией (АКФ) $Q_0(\xi)$ и ВКФ ($R_0(\xi\,|t_2 - t_1)$; $m(x,\ t)$ — мультипликативный шум со средним значением m, АКФ $Q_m(\xi)$ и ВКФ $R_m(\xi\,|t_2 - t_1)$; $n(x,\ t)$ — аддитивный шум с нулевым средним значением, АКФ $Q_n(\xi)$ и ВКФ $R_n(\xi\,|t_2 - t_1)$.

Путем введения аддитивного и мультипликативного шумов в регистрированные изображения можно учесть такие помехи, как флуктуации атмосферной прозрачности вдоль трассы зондирования, связанные с турбулентностью модуляционные шумы, излучение фона, неравномерность распределения интенсивности зондирующего излучения в плоскости измерения и флуктуации этой интенсивности во времени при активном режиме работы корреляционно-экстремальной системы, шумы в передающей и приемной системах и др. С целью единого рассмотрения этих составляющих шума с разнообразной пространственно-временной структурой были поставлены следующие задачи:

1) определение ошибки оценки сдвига в зависимости от мощности шума при различных радиусах корреляции АКФ шума;

2) определение ошибки оценки сдвига в зависимости от соотношения между пространственными радиусами корреляции информативных и шумовых неоднородностей.

Вычисление ошибок проделано для двух граничных случаев изменения шумовых неоднородностей во времени:

$$R_{m,n}(\xi\,|\,t_2 - t_1) = 0; \tag{2}$$

$$R_{m,n}(\xi\,|\,t_2 - t_1) = Q_{m,n}(\xi). \tag{3}$$

2. Метод исследования

Для решения поставленных задач использованы:

1) оценка влияния помех на относительную среднеквадратическую ошибку при определении сдвига аналитическим путем;

2) статистическое моделирование на ЭВМ корреляционно-экстремального измерения.

Оценка сдвига $\hat{\xi}_m$ может быть найдена из условия экстремума функции $A(\xi) = A\xi^2 + B\xi + C$, при помощи которой производится аппроксимация экспериментальной ВКФ в области около максимума по методу наименьших квадратов [4]. При шаге дискретизации реализаций Δ и N отсчетах в каждой из них оценка ВКФ вычисляется согласно алгоритму:

$$\hat{R}(\mu) \equiv \hat{R}(\xi = \mu\Delta \mid t_2 - t_1) = (N-\mu)^{-1} \sum_{i}^{N-\mu} (F_i^1 - \hat{F}_1)(F_{i+\mu}^2 - \hat{F}_2), \tag{4}$$

где

$$\hat{F}_{1,2} = N^{-1} \sum_{i}^{N} F_i^{1,2};\ \ F_i^{1,2} = F(x = i\Delta,\ t_{1,2}),\ \ i = \overline{1,\ N}.$$

Предполагая однородность, стационарность и нормальность распределения составляющих $F_0(x,\ t)$, $m(x,\ t)$ и $n(x,\ t)$ и отсутствие корреляции между ними, можно записать:

$$< \hat{R}(\mu) > = R(\mu) - G\{N-\mu,\ R(\mu)\}, \tag{5}$$

где

$$R(\mu) = R_0(\mu)\{R_m(\mu) + m^2\} + F_0^2 R_m(\mu) + R_n(\mu); \tag{6}$$

$$G\{N,\ R(\mu)\} = N^{-1}R(\mu) + N^{-2} \sum_{S}^{N-1} (N-S)\,[R(\mu+S) + R(\mu-S)]. \tag{7}$$

Символ $\langle\ldots\rangle$ означает усреднение по ансамблю.

Относительные флуктуации оценки сдвига связаны с относительными флуктуациями коэффициентов A и B следующим образом:

$$\hat{\varepsilon} = \frac{\hat{\xi}_m}{\xi_m} - 1 = \frac{\chi_a - \chi_b + \hat{b} - \hat{a}}{1 + \chi_a + \hat{a}}, \tag{8}$$

где

$$\chi_a = \frac{< \hat{A} > - A_0}{A_0},\ \ \chi_b = \frac{< \hat{B} > - B_0}{B_0};$$
$$\hat{a} = \frac{\hat{A} - < \hat{A} >}{A_0},\ \ \hat{b} = \frac{\hat{B} - < \hat{B} >}{B_0}. \tag{9}$$

Моменты оценок $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ определяются из выражений:

$$< \hat{A}_i \hat{A}_j > = \sum_{m_1}^{m_2} \sum_{m_1}^{m_2} A_{i\mu} A_{j\nu} < \hat{R}(\mu)\,\hat{R}(\nu) >,\ \ i,\ j = \overline{1,\ 3}, \tag{10}$$

где $A_1 = A$, $A_2 = B$, $A_3 = C$. Число ординат ВКФ, участвующих в аппроксимации, равно соответственно $m_2 - m_1 + 1$. Выражения для коэффициентов $A_{i\mu}$ очевидны и поэтому не приводятся. Величины A_0 и B_0 имеют следующий смысл: это значения коэффициентов A и B, которые получаются, когда при помощи $A(\xi)$ аппроксимируется $\left\langle \hat{R}_0(\xi | t_2 - t_1) \right\rangle$. При отсутствии геометрических деформаций регистрируемых изображений, таких как изменение масштаба или шага дискретизации, максимум $\left\langle \hat{R}_0(\xi | t_2 - t_1) \right\rangle$ будет находиться в точке $\xi = \xi_m$, т.е. всегда можно принять, что истинный сдвиг равен отношению $-B_0/2A_0$.

Оценка сдвига является отношением коррелированных величин. Таким образом, даже при небольшой длине реализаций, когда флуктуации оценок ВКФ составляют десятки процентов, точность при определении сдвига будет удовлетворительной. В то же время, вследствие нелинейной связи между $\hat{\xi}_m$ и $R(\mu)$, вычисление среднеквадратического отклонения $\hat{\xi}_m$ при небольшой длине реализаций не всегда возможно. В таких случаях характер влияния различных факторов на точность измерения можно установить, исследуя поведение среднеквадратического отклонения числителя в формуле (8):

$$\omega = \frac{\sqrt{<(\chi_a - \chi_b)^2 + (\hat{b} - \hat{a})^2>}}{|1 + \chi_a|}. \tag{11}$$

Для этой цели задаются корреляционные функции информативных неоднородностей и помех и вычисляются ковариации $\left\langle \hat{R}(\mu)\hat{R}(\nu) \right\rangle$ и $\left\langle \hat{A}_i \hat{A}_j \right\rangle$ $i,j = 1,\ 2$. Вычисление $\left\langle \hat{R}(\mu)\hat{R}(\nu) \right\rangle$ производится при помощи полученных в [8] формул, учитывающих смещение оценок $\hat{R}(\mu)$ при небольшой длине реализаций. Аналогичным образом о поведении систематической ошибки при определении сдвига $\left\langle \hat{\xi}_m / \hat{\xi}_m \right\rangle - 1$ можно судить по величине

$$\chi = \frac{\chi_a - \chi_b}{1 + \chi_a}. \tag{12}$$

Очевидно, такой подход к проблеме точности приводит только к качественным результатам. Он, однако, обладает тем преимуществом, что позволяет эффективно рассмотреть большое количество разнообразных ситуаций и указать на те значения параметров помех, при которых точность измерения становится неприемлемой.

Для получения количественных зависимостей проведено статистическое моделирование корреляционно-экстремального измерения при условии нормального распределения составляющих в (1). Генерирование реализаций составляющей сигнала $\sigma_z z(i\Delta)$, $i = \overline{1, N}$ осуществляется путем свертки δ-коррелированного поля $y \in N(0,\ 1)$ с коэффициентами подходящего фильтра для получения гауссовой корреляционной функции [9] при заданном соотношении между шагом дискретизации и радиусом корреляции этой составляющей. Каждая генерированная реализация информативного случайного поля $F_0(x,\ t)$ разделяется на две перекрывающиеся части. Таким способом образуются независимые пары реализаций при заданном отношении между их сдвигом ξ_m и длиной L.

Основной целью моделирования является установление величины средней по ансамблю ошибки $\delta = \left\langle \left| \hat{\xi}_m / \xi_m - 1 \right| \right\rangle$. При отсутствии помех эта ошибка составляет несколько процентов. В то же время среднеквадратическое отклонение оценки $\hat{\delta} = \left| \hat{\xi}_m / \xi_m - 1 \right|$ в случае коротких реализаций может превысить 1,5—2. Ввиду этого обстоятельства было выдвинуто требование об обеспечении 10÷20%-ной точности при определении δ, что означает необходимость от 500 до 1000 пар реализаций в заданной серии при коэффициенте доверия 0,95. Каждая серия генерируется при определенных соотношениях между дисперсиями и радиусами корреляции информативных и шумовых неоднородностей $\sigma_0^2, \sigma_m^2, \sigma_n^2$ и a_0, a_m, a_n.

3. Результаты анализа

Полученные при помощи описанных выше подходов результаты показаны на рис. 1—4.

На рис. 1 представлена зависимость среднеквадратического отклонения ω от параметра $r_n = \sigma_n^2 / \sigma_0^2$ для аддитивного шума при различных соотношениях $q_n = a_n/a_0$. Сплошными линиями показаны результаты для $L = 5\ a_0$, а пунктирными — для $L = 10\ a_0$. Как следует из формулы (5), анализ воздействия гауссовой мультипликативной помехи при контрастности информативных неоднородностей $c_0 = \sigma_0/F_0$ меньше 30% практически можно свести к случаю аддитивной помехи. Для иллюстрации на рис. 1 приведена кривая *5*, полученная для мультипликативного шума при $q_m = \sigma_m/m = 1$ и $c_0 = 50\%$. Вдоль оси абсцисс в этом случае стоит отношение c_m^2 / c_0^2 ($c_m = \sigma_m/m$). Из приведенных кривых можно сделать вывод, что ошибка при определении сдвига возрастает практически пропорционально мощности шума, причем скорость ее возрастания существенно зависит от соотношения между средними размерами шумовых и информативных неоднородностей.

На рис. 2 приведены зависимости $\omega(q_n)$ и $\chi(q_n)$ для аддитивного шума при длине реализаций $L = 5a_0$, $\xi_m = 0{,}3L$ (сплошные линии) и $\xi_m = 0{,}6L$ (пунктирные линии). Кривые *1, 2, 3, 4* (*1′, 2′, 3′*) соответствуют ВКФ шума (2), а *5, 6, 7, 8* — ВКФ (3). Аналогичные вычисления проведены и для $L = 10\ a_0$. Как показывают полученные результаты, ошибка в определении сдвига в случае ВКФ (2) максимальна, когда средние размеры неоднородностей шума в два раза меньше размеров информативных неоднородностей. При этом положение максимума $\omega(q_n)$ не зависит от длины и сдвига реализаций, незначительно варьируя около $q_n = 0{,}5 \div 0{,}6$ для различных моделей корреляционной функции шума.

Совсем другой характер у зависимости $\omega(q_n)$ при полной корреляции шумовых неоднородностей в рассматриваемой паре. В этом случае $\omega(q_n)$ также имеет экстремальное поведение, но положение ее максимума зависит от сдвига из-за систематической ошибки χ. Характер зависимости $\chi(q_n)$ определяется как видом корреляционных функций R_0 и R_n, так и величиной сдвига. На рис. 2 эта зависимость показана при $\xi_m = 0{,}3L$ и $L = 5\ a_0$ для $r_n = 0{,}25$ (кривая *4′*) и $r_n = 0{,}5$ (кривая *5′*). Вычисления проведены для аддитивной помехи с гауссовой корреляционной функцией. При $\xi_m = 0{,}6L$ систематическую ошибку необходимо учитывать при $q_n > 1{,}5$.

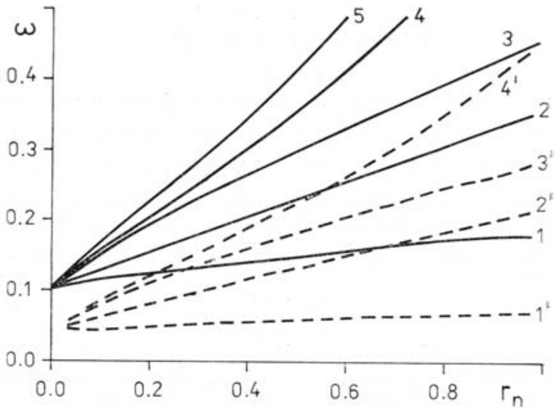

Рис. 1. Зависимость среднеквадратического отклонения ω от мощности аддитивного шума при различных соотношениях между средними размерами шумовых и информативных неоднородностей для $L = 5\ a_0$ (сплошные линии) и $L = 10\ a_0$ (пунктирные линии) (кривые *1*, *1′* — белый шум; *2*, *2′* — ВКФ (2) при $q_n = 0{,}2$; *3*, *3′* — ВКФ (3) при $q_n = 0{,}5$; *4*, *4′* — ВКФ (3)при $q_n = 0{,}5$). Кривая *5* показывает воздействие мультипликативного шума при $c_0 = 50\%$ и $q_m = 1$

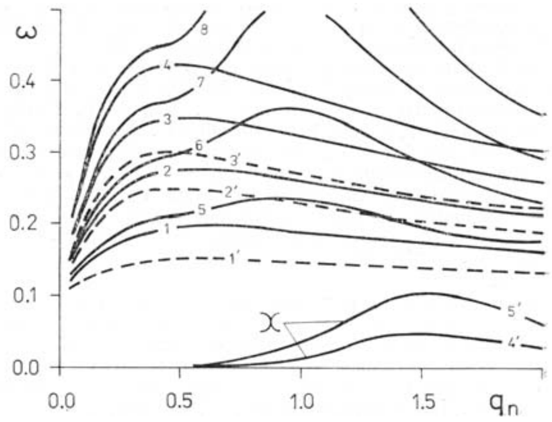

Рис. 2. Зависимость среднеквадратического отклонения ω от соотношения между средними размерами шумовых и информативных неоднородностей для случая аддитивной помехи при $L = 5\ a_0$, $\xi_m = 0{,}3L$ (сплошные линии) и $\xi_m = 0{,}6L$ (пунктирные линии). Кривые *1*, *2*, *3*, *4* (*1′*, *2′*, *3′*) соответствуют ВКФ (2), а *5*, *6*, *7*, *8* — ВКФ (3) при $r_n = 0{,}25$; 0,5; 0,75 и 1 соответственно. Кривые *4′* и *5′* показывают поведение систематической ошибки χ при $\xi_m = 0{,}3L$, $L = 5\ a_0$ и $r_n = 0{,}25$ и 0,5

Полученные результаты полностью подтверждаются данными численного эксперимента (рис. 3), который охватывал обработку реализаций с длиной 5 и 10 a_0 и контрастностью 10% при $r_n = 0{,}25$ и 0,5. Экспериментальные точки получены для q_n в интервале от 0 до 2 с шагом 0,25. Кривые *1*, *2*, *3*, *4* показывают поведение средней для данной серии изображений ошибки δ оценивания $\hat{\xi}_m$ для ВКФ (2), а *1′*, *2′*, *3′*, *4′* — для ВКФ (3).

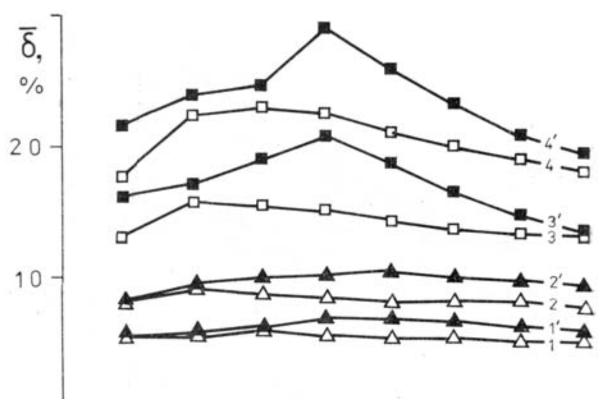

Рис. 3. Средняя ошибка при определении сдвига в зависимости от соотношения между средними размерами шумовых и информативных неоднородностей по данным статистического моделирования для случая аддитивной помехи при $L = 5\ a_0$ (кривые *1*, *1′*, *2*, *2′*) и $L = 10\ a_0$ (кривые *3*, *3′*, *4*, *4′*); *1*, *2*, *3*, *4* — ВКФ (2), *1′*, *2′*, *3′*, *4′* — ВКФ (3); *1*, *1′*, *3*, *3′* — $r_n = 0{,}25$, *2*, *2′*, *4*, *4′* — $r_n = 0{,}5$

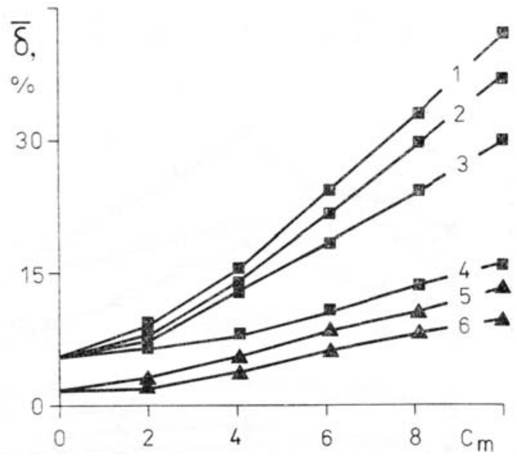

Рис. 4. Средняя ошибка при определении сдвига в зависимости от контрастности мультипликативной помехи при $\xi_m = 0{,}3L$ (*1*–*4*–L=5a_0, *5*, *6*–L = 10 a_0); кривые *1*, *2* — ВКФ (3) при q_m = 1 и 0,5; *3* — ВКФ (2) при q_m = 0,5; *4* — белый шум; *5* — ВКФ (2) при q_m = 0,5; *6* — ВКФ (3) при q_m = 0,5

Необходимо отметить, что в [10] также указывается на экстремальное поведение ошибки при определении сдвига в зависимости от соотношения радиусов корреляции изображения эталона и шумовых неоднородностей для навигационной корреляционно-экстремальной системы. Приводимые в [10] результаты получены при условии, что реализация шума добавляется только к одной из реализаций в паре. В этом случае дисперсия оценки сдвига максимальна при одинаковых пространственных масштабах эталона и шумовых неоднородностей.

На рис. 4 представлена зависимость $\bar{\delta}$ от контрастности c_m шумовых неоднородностей при мультипликативной помехе для реализаций длиной 5 и $10a_0$ при $\xi_n = 0{,}3L$, $c_0 = 10\%$ для двух граничных случаев (2) и (3) при различных соотношениях q_m. В целом рис. 4 позволяет сделать заключение, что при $c_m/c_0 > 0{,}4$ точность измерения становится неприемлемой.

На основе полученных аналитически и при помощи моделирования результатов сделаны следующие выводы:

1) ошибка корреляционно-экстремального измерения возрастает практически пропорционально мощности шума независимо от его пространственно–временной структуры;

2) зависимость этой ошибки от соотношения между средними размерами шумовых и информативных неоднородностей имеет экстремальный характер, причем положение ее максимума зависит от эволюции шума во времени и от сдвига реализаций.

1. Goetz A. et al. — Proc. IEEE, 1985, v. 73, p. 7—30.
2. Stoykova E. — Proc. XVIII intern, symp. on remote sensing of environment, France, 1984, v. 1.
3. Фердинандов Э.С., Митев В.А., Гочелашвили К.С. — Квантовая электроника, 1987 (в печати).
4. Stoykova E. — Rev. Roum. Phvs.. 1987, v. 32, № 1—2, p. 241—244.
5. Stoykova E. — Bulg. J. Phys., 1987, v. 14, № 3, p. 271—282.
6. Stoykova E., Stoykov V. — Bulg. J. Phys., 1987, v. 14, № 3, p. 283—296.
7. Stoykova E. — Bulg. J. Phys., 1987, v. 14, № 4, p. 349—360.
8. Stoykova E., Ferdinandov E. et al. — Bulg. J. Phys., 1985, v. 12, № 1, p. 78—89.
9. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. — М.: Сов. радио, 1971.
10. Антипин В.В., Буймов А.Г. — Автометрия, 1985, № 3, с. 27—31.

Институт электроники
БАН, София

Поступила в редакцию
4 мая 1988 г.

E.V. Stoykova. **Influence of Additive and Multiplicative Coloured Noise on Correlation-Extremal Measurement Accuracy.**

The influence of additive and multiplicative disturbances on correlation—extremal measurement of atmospheric inhomogeneities drift velocity is investigated. Error calculations are performed for various ratios of variances to correlation radii of the informative inhomogeneities and the disturbances.