«Оптика атмосферы и океана», **20**, № 7 (2007)

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 535.416.3:681.3

В.П. Лукин

Влияние спектра излучения источника на точность оптических измерений турбулентности

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск
Томский государственный университет

Поступила в редакцию 4.05.2007 г.

Рассмотрено влияние спектра излучения источника на точность измерения угла прихода оптической волны и погрешности оценки усредненного по трассе структурного параметра флуктуаций показателя преломления. Были рассмотрены две причины, которые могут обусловливать зависимость дисперсии флуктуаций угла прихода волны: первая связана с тем, что в приближении метода плавных возмущений флуктуации фазы зависят от длины волны, а вторая связана с зависимостью показателя преломления, следовательно, и ее флуктуаций от длины волны излучения. Получены строгие формулы учета влияния спектра излучения источника на погрешность измерений дисперсии флуктуаций углов прихода, а опосредованно на погрешность оценки усредненного по трассе структурного параметра показателя преломления. Можно констатировать, что для большинства источников излучения (даже не монохроматических) влиянием спектрального состава можно пренебречь.

Измерения флуктуаций оптических волн уже давно успешно используются для определения уровня турбулентности атмосферы [1]. Вместе с тем остается недостаточно выясненным важный вопрос влияния спектра источника на точность таких измерений. В данной статье рассмотрено влияние спектра излучения источника на точность измерения угла прихода оптической волны и погрешности оценки усредненного по трассе структурного параметра флуктуаций показателя преломления C_n^2. Проанализированы два фактора, обусловливающие зависимость дисперсии флуктуаций угла прихода волны: первый связан с тем, что в приближении метода плавных возмущений флуктуации эйконала (отношения фазы к волновому числу излучения) зависят от длины волны, а второй связан с зависимостью показателя преломления, следовательно, и ее флуктуаций от длины волны излучения. Рассмотрим последовательно вклад в ошибку оценивания структурного параметра турбулентности из оптических измерений этих факторов.

Влияние дифракционных параметров оптических пучков

Как предельные случаи мы используем плоскую и сферическую исходные волны. Можно показать, что в приближении метода плавных возмущений для вещественного параметра γ ($\gamma = x/L$ — сферическая, $\gamma = 1$ — плоская волны) вариации эйконала выражаются [1] следующей формулой:

$$\Theta(\rho, k) = \int_0^x d\xi \iint d^2 n(\kappa, \xi) \exp(i\kappa\rho\gamma) \cos\left[\frac{\kappa^2 (x-\xi)\gamma}{2k}\right], \quad (1)$$

где $d^2 n(\kappa, \xi)$ — спектральная амплитуда флуктуаций показателя преломления $n_1(\mathbf{r})$, которая дается формулой

$$n_1(\mathbf{r}) = \iint d^2 n(\kappa, \xi) \exp(i\kappa\rho);$$

$\mathbf{r} = (\xi, \rho)$; $\rho = (y, z)$; $\kappa = (\kappa_2, \kappa_3)$; $k = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны излучения.

Рассчитаем наклон волнового фронта в приближении метода плавных возмущений [1]:

$$\nabla_\rho(\rho, k) = i\int_0^x d\xi \gamma(\xi) \iint d^2 n(\kappa, \xi) \exp(i\kappa\rho\gamma) \kappa \cos\left[\frac{\kappa^2 (x-\xi)\gamma}{2k}\right]. \quad (2)$$

Далее вычислим наклон волнового фронта φ как отношение градиента эйконала $\Theta(\rho, k)$, проинтегрированного по приемной апертуре, к площади этой апертуры $\Sigma = \iint d^2\rho W(\rho)$:

$$\frac{1}{\Sigma}\iint d^2\rho \nabla_\rho \Theta(\rho, k) = i\int_0^x d\xi \gamma(\xi) \iint d^2 n(\kappa, \xi) \kappa \exp\left(\frac{-\kappa^2 d^2 \gamma^2}{4}\right) \cos\left[\frac{\kappa^2 (x-\xi)\gamma}{2k}\right].$$

Здесь $W(\rho)$ — функция входного зрачка приемника, для простоты расчетов мы применили гауссову аппроксимацию вида

$$W(\rho) = \exp(-\rho^2 / d^2).$$

Перейдем к расчету дисперсии дрожания угла прихода φ для сферической и плоской оптических волн при распространении в турбулентной атмосфере. В приближении метода плавных возмущений получаем

$$<\varphi^2> = \int_0^x d\xi_1\gamma(\xi_1)\int_0^x d\xi_2\gamma(\xi_2)\times$$

$$\times\iint<d^2n(\boldsymbol{\kappa}_1,\xi_1)d^{2^*}n(\boldsymbol{\kappa}_2,\xi_2)>\boldsymbol{\kappa}_1\boldsymbol{\kappa}_2\exp\left[\frac{-\kappa_1^2d^2\gamma^2(\xi_1)}{4}\right]\times$$

$$\times\exp\left[\frac{-\kappa_2^2d^2\gamma^2(\xi_2)}{4}\right]\cos\left[\frac{\kappa_1^2(x-\xi_1)\gamma(\xi_1)}{2k}\right]\times$$

$$\times\cos\left[\frac{\kappa^2(x-\xi_2)\gamma(\xi_2)}{2k}\right], \quad (3)$$

где угловые скобки <...> обозначают усреднение по ансамблю реализаций турбулентной среды.

Для проведения вычислений применим свойства спектрального разложения

$$<d^2n(\boldsymbol{\kappa}_1,\xi_1)d^{2^*}n(\boldsymbol{\kappa}_2,\xi_2)> =$$

$$= 2\pi\delta(\xi_1-\xi_2)\delta(\boldsymbol{\kappa}_1+\boldsymbol{\kappa}_2)\Phi_n(\kappa_1,\xi_1)d\kappa_1d\kappa_2 \quad (4)$$

и колмогоровского спектра турбулентности

$$\Phi_n(\kappa,\xi) = 0{,}033C_n^2(\xi)\kappa^{-11/6}, \quad (5)$$

в итоге получим

$$<\varphi^2> = 2\pi\int_0^x d\xi\gamma^2(\xi)\iint d^2\kappa\kappa^2\Phi_n(\kappa,\xi)\times$$

$$\times\exp\left[\frac{-\kappa^2d^2\gamma^2(\xi)}{2}\right]\cos^2\left[\frac{\kappa^2(x-\xi)\gamma(\xi)}{2k}\right]. \quad (6)$$

Здесь $\delta(\xi_1-\xi_2)$ – дельта-функция Дирака.

Далее используем разложение в ряд Тейлора для косинусного члена в подынтегральном выражении (6)

$$\cos^2\left[\frac{\kappa^2(x-\xi)\gamma(\xi)}{2k}\right] = \frac{1+\cos\left[\kappa^2(x-\xi)\gamma(\xi)/k\right]}{2}\approx$$

$$\approx 1-\frac{\kappa^4(x-\xi)^2\gamma^2}{2k^2}.$$

Для расчета интеграла в (6) необходимо вычислить следующие два интеграла:

$$\int_0^\infty d\kappa\kappa^{3-11/3}\exp\left(\frac{-\kappa^2d^2\gamma^2}{2}\right) = 2^{-5/6}\Gamma\left(\frac{1}{6}\right)d^{-1/3}\gamma^{-1/3},$$

$$\frac{(x-\xi)^2\gamma^2}{4}\int_0^\infty d\kappa\kappa^{7-11/3}\exp\left(\frac{-\kappa^2d^2\gamma^2}{2}\right) =$$

$$= 2^{-5/6}\Gamma\left(\frac{1}{6}\right)d^{-1/3}\gamma^{-1/3} = \frac{2^{1/6}\Gamma(13/6)}{4k^2}(x-\xi)^2\gamma^{-7/3}d^{-13/3}.$$

Суммируя два последних интеграла, получаем для дисперсии дрожания

$$<\varphi^2> = 2^{7/6}\pi^2 0{,}033\Gamma\left(\frac{1}{6}\right)d^{-1/3}\int_0^x d\xi\gamma^{5/3}C_n^2(\xi) -$$

$$-2^{1/6}\pi^2 0{,}033\Gamma\left(\frac{13}{6}\right)d^{-13/3}xk^{-2}\int_0^x d\xi\gamma^{-1/3}C_n^2(\xi)(1-\gamma)^2. \quad (7)$$

Анализ формулы (7) показывает, что при расчетах в приближении метода плавных возмущений (по сравнению с расчетами в приближении геометрической оптики) имеет место зависимость дисперсии угла прихода оптической волны от длины этой волны. Появляется второй член, который дает явную зависимость измеряемой дисперсии от длины волны. Этот второй член имеет порядок x^2/k^2d^4 малости по сравнению с первым членом, представляющим собой обратную величину от волнового параметра для приемной апертуры в квадрате. Заметим, что такая зависимость дисперсии угла прихода от длины волны излучения сохраняется как для плоской, так и для сферической волн.

Далее рассмотрим случай однородной трассы, т.е. когда $C_n^2(\xi) = C_n^2(0)$. При этом формула (7) для сферической волны перепишется в виде

$$<\varphi^2>_{\text{сф}} = 2^{7/6}\pi^2 0{,}033\Gamma\left(\frac{1}{6}\right)d^{-1/3}C_n^2(0)\frac{3}{8}x -$$

$$-2^{1/6}\pi^2 0{,}033\Gamma\left(\frac{13}{6}\right)d^{-13/3}x^2k^{-2}C_n^2(0)\int_0^x d\xi\gamma^{-1/3}(1-\gamma)^2 =$$

$$= 2^{7/6}\pi^2 0{,}033\Gamma\left(\frac{1}{6}\right)d^{-1/3}C_n^2(0)\frac{3}{8}x[1-0{,}175\Omega^{-2}], \quad (8)$$

где $\Omega = kd^2/x$ – волновой параметр для приемной апертуры.

Получаем, на первый взгляд, довольно сильную зависимость дисперсии флуктуаций угла прихода сферической волны от длины волны излучения. Для двух различных длин волн (λ_1,λ_2) отношение дисперсий будет равно

$$\frac{<\varphi^2(\lambda_1)>_{\text{сф}}}{<\varphi^2(\lambda_2)>_{\text{сф}}} = \frac{1-0{,}175\left(x^2/k_1^2d^4\right)}{1-0{,}175\left(x^2/k_2^2d^4\right)}. \quad (9)$$

Нетрудно показать, что если приемная апертура в дифракционном смысле мала, т.е. $\Omega = kd^2/x < 1$, имеем сильную зависимость от длины волны, если же приемник велик для данной трассы, т.е. $\Omega = kd^2/x \gg 1$, тогда второй член, в котором есть зависимость от длины волны λ, можно отбросить ввиду его малости.

Для исходной плоской волны дисперсия флуктуаций угла прихода дается следующим выражением:

$$<\varphi^2>_{\text{пл}} = 2^{7/6}\pi^2 0{,}033\Gamma\left(\frac{1}{6}\right)d^{-1/3}\int_0^x d\xi C_n^2(\xi) -$$

$$-2^{1/6}\pi^2 0{,}033\Gamma\left(\frac{13}{6}\right)d^{-13/3}k^{-2}\int_0^x d\xi C_n^2(\xi)(x-\xi)^2. \quad (10)$$

И для однородной трассы

$$<\varphi^2>_{\text{пл}} = 2^{7/6}\pi^2 0{,}033\Gamma\left(\frac{1}{6}\right)d^{-1/3}C_n^2(0)x\left[1-\frac{\Gamma\left(\frac{13}{6}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{6}\right)6}\frac{x^2}{k^2d^4}\right] =$$

$$= 2^{7/6}\pi^2 0{,}033\Gamma\left(\frac{1}{6}\right)d^{-1/3}C_n^2(0)x(1-0{,}03\Omega^{-2}). \quad (11)$$

Получаем, что для исходной плоской волны зависимость дисперсии флуктуаций углов прихода от длины волны излучения очень слабая. Даже для малых волновых чисел приемной апертуры, т.е. когда $\Omega = kd^2/x < 1$, можно пренебречь зависимостью дрожаний от длины волны. По сравнению со сферической волной зависимость от длины волны более слабая.

Сделаем оценку влияния длины волны излучения в стандартном эксперименте. Пусть исходное излучение будет ближе к расходящейся сферической волне, так как размер излучающей области a порядка 7 мм, поэтому $\Omega_{\text{изл}} = ka^2/x = 1$, и мы будем использовать формулу (8), при этом получим

$$<\varphi^2>_{\text{сф}} = 2^{7/6}\pi^2 0{,}033\Gamma\left(\frac{1}{6}\right)d^{-1/3}C_n^2(0)\frac{3}{8}x[1-0{,}175\Omega^{-2}]. \quad (12)$$

Например, для длины волны излучения видимого диапазона 0,6 мкм, длины трассы $x = 500$ м и используемого размера приемной апертуры 40 мм волновой параметр для приемной апертуры оказывается равным $\Omega_{\text{пр}} = kd^2/x = 32$, т.е. мы имеем в формуле (12) величину, стоящую в квадратных скобках [...] = (1 – 0,00017), т.е. практически равную 1. Таким образом, зависимость дисперсии углов прихода от длины волны (с точки зрения дифракционных параметров излучения) практически отсутствует и расчеты среднего значения уровня турбулентности для однородной трассы можно проводить по следующей формуле:

$$<\varphi^2>_{\text{сф}} = 2^{7/6}\pi^2 0{,}033\Gamma\left(\frac{1}{6}\right)d^{-1/3}C_n^2(0)\frac{3}{8}x. \quad (13)$$

Влияние зависимости показателя преломления атмосферы от длины волны

При использовании формулы (13) нужно оценить влияние длины волны, обусловленной зависимостью структурного параметра $C_n^2(0) = f(\lambda)$ от длины волны излучения.

Рассмотрим немонохроматический источник излучения с полосой длин волн в интервале (λ_1, λ_2). При этом надо рассчитать среднюю приведенную величину

$$\left[\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\lambda K(\lambda)\right]^{-1}\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\lambda K(\lambda)C_n^2(\lambda) \approx C_{n\text{ср}}^2, \quad (14)$$

где $K(\lambda)$ – спектральная энергетическая плотность излучения источника; λ_1, λ_2 – крайние длины волн в спектре источника.

В результате получаем для случая, когда источник обеспечивает равномерное свечение в интервале (λ_1, λ_2):

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\lambda C_n^2(\lambda)/(\lambda_2-\lambda_1) \approx C_{n\text{ср}}^2. \quad (15)$$

Для случая монохроматического источника $K(\lambda) = \delta(\lambda - \lambda_0)$, где λ_0 – длина волны излучения.

Далее для расчетов применим формулу, описывающую зависимость показателя преломления (и его флуктуаций) от длины волны. Можно показать [1], что для длин волн в диапазоне от 0,2 до 20 мкм можно использовать следующую формулу для индекса рефракции:

$$N_\lambda = (n_\lambda - 1)\cdot 10^6 = \frac{77{,}6P}{T} + \frac{0{,}584P}{T\lambda^2} - 0{,}06P_{\text{в.п}}. \quad (16)$$

Здесь P – давление, мбар; T – температура, К; λ – длина волны, мкм; $P_{\text{в.п}}$ – давление водяных паров. Для длинных волн при давлении $P = 1013$ мбар, $T = 288$ К получаем $N_{\lambda\to\infty} = 77{,}6P/T = 273$. Выведем явную зависимость индекса рефракции от длины волны

$$N_\lambda = N_{\lambda\to\infty}\left(1+\frac{0{,}584}{77{,}6\lambda^2}\right), \quad (17)$$

в итоге

$$C_n^2(\lambda) = C_n^2(\lambda\to\infty)\left(1+\frac{0{,}584}{77{,}6\lambda^2}\right)^2. \quad (18)$$

В результате значения структурной характеристики для произвольной длины волны в оптическом диапазоне длин волн определяются соотношением вида (17). Расчеты показывают, что вычисления по формуле (14) дают следующее выражение:

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\lambda C_n^2(\lambda)/|\lambda_2-\lambda_1| = C_{n\text{ср}}^2/|\lambda_2-\lambda_1| \times$$

$$\times \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\lambda(1+0{,}0075\lambda^{-2})^2 \approx C_{n\text{ср}}^2(1+0{,}015/\lambda_1\lambda_2). \quad (19)$$

Таким образом, отклонение от значения для монохроматической зависимости, что соответствует формуле (14), приводит к формуле (19), в итоге максимальная ошибка может составить не более 5%.

Рассмотрим следующий пример. Возьмем две длины волны: 0,5 и 0,6 мкм. Если рассчитать величину, стоящую в круглых скобках выражения (17), характеризующую отличие от монохроматического источника, получаем для 0,5 мкм – $(\ldots) = (1 + 0{,}0075/0{,}25)^2 = 1 + 0{,}06$, тогда как для 0,6 мкм имеем $(\ldots) = (1 + 0{,}0075/0{,}36)^2 = 1 + 0{,}042$, различие на уровне 1,8%. Таким различием можно пренебречь.

Выводы

В результате проведенных исследований были получены строгие формулы учета влияния спектра излучения источника на погрешность измерений дисперсии флуктуаций углов прихода, а опосредованно – на погрешность оценки усредненного по трассе структурного параметра показателя преломления. Можно констатировать, что для большинства источников излучения (даже не монохроматических) влиянием спектрального состава можно пренебречь.

С точки зрения энергетики наиболее эффективным следует считать применение широкого коллимированного пучка. Энергетика источника тесно связана с возможностью получения изображения отдельного кадра с достаточно короткой экспозицией, т.е. с обеспечением работы приемного устройства с высокой частотой регистрации последовательности кадров изображения оптического пучка.

Правильная оценка параметров атмосферной турбулентности из оптических измерений обеспечивается только в том случае, когда преобладающее направление ветра будет перпендикулярно направлению распространения оптического излучения на измерительной трассе.

1. *Гурвич А.С., Миронов В.Л., Кон А.И., Хмелевцов С.С.* Распространение лазерного излучения в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.

V.P. Lukin. **Influence of the spectrum of radiation of the source on the accuracy of the optical measurements of turbulences.**

The considered influence of the spectrum of the radiation of the source on accuracy of the measurements of the fluctuation of the optical wave angles of arrival and accuracy of the estimation averaged on path the structure parameter the index of the atmospheric refraction. Two reasons were considered, which can produce dependency to variance fluctuation of the optical wave of angles of arrival: the first is connected with that in approach the smooth perturbation method the formulas for phase fluctuations hang from wavelength, but the second is connected with dependency of the index refraction, consequently, and its fluctuations from wavelength of the radiation. Strict formulas of the account of the influence of the spectrum of the radiation of the source are received on accuracy of the measurements to fluctuation of angles of arrival of the optical wave, but is mediated on accuracy of the estimation averaged on path of the structure parameter of the index of the refraction. Possible establish that for majority radiations (not even monochromatic) by influence of the spectral composition possible to neglect.