

Н.А. Агапов

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ОПТИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

В работе предлагаются модели наиболее характерных погрешностей изготовления оптических поверхностей: астигматизма и зональных погрешностей. Вывод формул по расчету хода лучей через поверхности с указанными погрешностями основан на методике М. Герцбергера.

При изготовлении оптических деталей неизбежно возникают погрешности поверхности, наиболее характерными из которых являются астигматическая (поверхность теряет осесимметричную форму, а радиусы кривизны в меридиональном и сагиттальном сечениях становятся различными) и зональная (осевая симметрия поверхности при этом не нарушается). Поэтому еще на стадии проектирования оптических трактов лидаров необходимо оценить влияние погрешностей изготовления на качество изображения и определить их допустимые значения, что особенно важно при использовании в качестве приемных антенн крупногабаритных зеркал или линз, а также при конструировании передатчиков оптического излучения для зондирования на больших высотах, когда к необходимости коллимированного излучения предъявляются жесткие требования. Для проведения такой оценки необходимо создать математическую модель реальной поверхности (т. е. поверхности с погрешностями изготовления), а затем произвести расчет хода лучей через исследуемую систему, заменив предварительно теоретические поверхности на реальные, и оценить качество изображения на основании известных критериев.

### Моделирование астигматизма поверхности

Для моделирования оптической поверхности с астигматизмом воспользуемся уравнением вида:

$$F(x^*, y^*, z) = 2z + Cz^2 - Ax^{*2} - By^{*2} = 0, \quad (1)$$

записанным в системе координат, начало которой совпадает с вершиной поверхности, а направление оси  $z$  — с линией пересечения плоскостей симметрии; здесь  $A$  и  $B$  — соответственно кривизна в меридиональном и сагиттальном сечениях;  $C$  — постоянная, определяющая вид поверхности. Уравнение (1) является более общей формой описания поверхностей второго порядка: при  $A = B$  (1) переходит в уравнение поверхности вращения; при  $A = 0$  или  $B = 0$  (1) описывает цилиндрические поверхности. В отличие от (1) моделирование астигматических поверхностей уравнением тороида [1] носит частный характер, поскольку образующей тороидальной поверхности является дуга окружности (описываемая уравнением (1) при  $B = 0$  и  $C = -1$ ).

Для расчета хода луча через поверхность (1) воспользуемся методикой Герцбергера [2]. В качестве начальных данных, задающих падающий луч, будем использовать векторы  $\mathbf{A}(x, y)$  и  $\phi(S, \eta)$  ( $x, y$  — координаты точки встречи падающего луча с плоскостью  $XOY$ ;  $\xi, \eta$  — оптические направляющие косинусы луча относительно осей  $X$  и  $Y$  соответственно). Можно показать, что конечные данные преломленного (отраженного) поверхностью луча  $\mathbf{A}'(x', y')$ ,  $S'(\xi', \eta')$  ( $x', y'$  — координаты точки встречи луча с плоскостью  $XOY$ ;  $\xi', \eta'$  — оптические направляющие косинусы луча относительно осей  $X$  и  $Y$  соответственно) связаны с начальными данными матричным соотношением:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}' \\ S' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A} \\ S \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где

$$\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} \beta_1 & 0 \\ 0 & \beta_2 \end{pmatrix}, \quad \gamma = \begin{pmatrix} \gamma_1 & 0 \\ 0 & \gamma_2 \end{pmatrix}, \quad \delta = \begin{pmatrix} \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_2 \end{pmatrix},$$

а матричные элементы вычисляются по формулам:  $\zeta^2 = n^2 - \varphi^2$ ,  $n$  — показатель преломления первой среды;

$$X = \zeta x, \quad Y = \zeta y, \quad D = \zeta^2 - AX\xi - BY\eta;$$

$$q^2 = D^2 - (AX^2 + BY^2)(A\xi^2 + B\eta^2 - C\zeta^2), \quad q > 0;$$

$$z = \frac{D - q}{A\xi^2 + B\eta^2 - C\zeta^2} = \frac{AX^2 + BY^2}{D - q};$$

$$X^* = X + z\xi, \quad Y^* = Y + z\eta;$$

$$R = A(A+C)X^{*2} + B(B+C)Y^{*2} + \zeta^2;$$

$q'^2 = (n'^2 - n^2)R + q^2$ ,  $n'$  — показатель преломления второй среды;  $q' > 0$ ,  $q' = -q$  — для отражения;

$$\psi = (q' - q)/R, \quad t = 1 + \psi(1 + Cz), \quad \zeta' = \zeta t;$$

$$\gamma_1 = -A\psi\zeta, \quad \delta_1 = 1 - A\psi z; \quad \gamma_2 = -B\psi\zeta, \quad \delta_2 = 1 - B\psi z;$$

$$\alpha_1 = (\zeta t - \gamma_1 z)/\zeta', \quad \beta_1 = z(t - \delta_1)/\zeta; \quad \alpha_2 = (\zeta t - \gamma_2 z)/\zeta', \quad \beta_2 = z(t - \delta_2)/\zeta.$$

## 2. Моделирование зональной погрешности

Согласно определению [3] зональная погрешность представляет собой такое отклонение реальной поверхности от теоретической, при котором не нарушается ее осевая симметрия. Наиболее типичной является зональная погрешность края: край поверхности либо завален, либо приподнят. Достаточно часто встречаются погрешности в виде «бугра» или «ямы» в центре поверхности, а также в любой промежуточной между краем и центром зоне. Зональные погрешности, как правило, вызывают значительное ухудшение качества оптического изображения.

В [4] и [5] авторы предлагают моделировать реальные погрешности изготовления, в том числе и зональные, путем полиномиальной аппроксимации поверхности по результатам измерений. Этот метод целесообразно применять уже на стадии изготовления детали при технологическом и аттестационном контроле, но не при расчете допусков на зональные погрешности в процессе проектирования. В последнем случае более рациональным было бы использование достаточно простой функции, моделирующей зональную погрешность, например, функции вида:

$$f(\rho) = \frac{A}{2} \left[ 1 + \cos \frac{2\pi}{T} (\rho - \rho_0) \right], \quad \rho = (x^{*2} + y^{*2})^{1/2}, \quad (3)$$

заданной на интервале  $\rho_1 \leq \rho \leq \rho_2$  и равной нулю вне интервала, где  $A$  — амплитуда погрешности;  $T$  — постоянная, определяющая период погрешности;  $\rho_0$  — смещение функции от начала координат.

Используя (3), уравнение поверхности вращения второго порядка с зональной погрешностью можно представить в виде

$$F(z, \rho) = z + \frac{r - \operatorname{sign} r \cdot (r^2 + C\rho^2)^{1/2}}{C} - f(\rho) = 0, \quad C \neq 0;$$

$$F(z, \rho) = z - \rho^2/(2r) - f(\rho) = 0, \quad C = 0, \quad (4)$$

$r$  — радиус кривизны поверхности при вершине. Варьируя границы интервала  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , можно моделировать поверхности с погрешностями в любой заданной зоне. Расчет хода лучей через поверхности (4) осуществляется по формулам Герцбергера [2].

Разработанное на основе приведенных алгоритмов программное обеспечение позволяет эффективно моделировать астигматические и зональные погрешности на поверхностях оптической системы и рассчитывать допуски на их величины в рамках предлагаемых моделей на стадии проектирования.

1. Кунделева Н. Е. //ОМП. 1980. № 9. С. 19—20.
2. Герцбергер М. Современная геометрическая оптика. М.: ИЛ, 1962. 487 с.
3. Максутов Д. Д. Изготовление и исследование астрономической оптики. М.: Наука. 1984. 272 с.
4. Ган М. А., Устинов С. И. //ОМП. 1986. № 7. С. 18—20.
5. Богатырева И. И., Ган М. А. //ОМП. 1980. № 11. С. 19—21.

СКБ научного приборостроения «Оптика»,  
Томск

Поступило в редакцию  
9 ноября 1988 г.

N. A. Agapov. Error Modelling in Optical Surface Making.

Methods for modelling the most characteristic errors in optical surface making, i. e., astigmatism and zone defects, are presented. The formulae derivation for ray passing through the surfaces considering the above defects is based on the Herzberger technique.