

В.Г. Гусев

## Формирование в диффузно рассеянных полях интерференционных картин при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля двухэкспозиционных квази-Фурье- и Фурье-голограмм. Часть II

Томский государственный университет

Поступила в редакцию 5.10.2005 г.

Анализируется чувствительность интерферометра, основанного на двухэкспозиционной записи с помощью положительной линзы квази-Фурье- и Фурье-голограмм, к поперечным или продольным перемещениям диффузно рассеивающей свет плоской поверхности. Показано, что интерференционные картины локализуются в плоскости голограммы и в Фурье-плоскости. Для их регистрации необходимо проведение пространственной фильтрации дифракционного поля. Экспериментальные результаты соответствуют теоретическим предположениям.

В [1] показано, что двухэкспозиционная запись с помощью отрицательной линзы квази-Фурье-голограммы для контроля поперечного или продольного перемещения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности сопровождается на стадии восстановления записи образованием интерференционных картин, локализуемых в двух плоскостях: в плоскости голограммы и в Фурье-плоскости. Выполнение пространственной фильтрации дифракционного поля в соответствующих плоскостях обеспечивает возможность определения чувствительности интерферометра. При этом она зависит как от знака, так и от величины радиуса кривизны сферического волнового фронта когерентного излучения, используемого для освещения рассеивателя, для интерференционной картины, локализуемой в Фурье-плоскости, когда осуществляется контроль поперечного перемещения рассеивателя. В свою очередь в случае контроля продольного перемещения рассеивателя чувствительность интерферометра не зависит от знака радиуса кривизны. Кроме того, динамика поведения интерференционных картин при выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля вне оптической оси такова, что из-за однородного или неоднородного смещения в плоскости квази-Фурье-голограммы субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, имеет место перемещение интерференционных картин.

Для двухэкспозиционной голограммы Фурье, когда перед повторным экспонированием фотопластины осуществляется поперечное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, характерны отсутствие однородного смещения в плоскости голограммы субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, и локализация в ней

интерференционной картины. В свою очередь, в случае контроля продольного перемещения рассеивателя необходимо выполнение пространственной фильтрации дифракционного поля в Фурье-плоскости для регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, из-за неоднородного смещения в ней субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции.

В настоящей статье анализируются условия и особенности образования интерференционных картин при двухэкспозиционной записи с использованием положительной линзы квази-Фурье- и Фурье-голограмм с целью определения чувствительности интерферометра к поперечным или продольным перемещениям диффузно рассеивающей свет плоской поверхности.

Согласно рис. 1 матовый экран 1, находящийся в плоскости  $(x_1, y_1)$ , освещается когерентным излучением с расходящейся сферической волной радиусом кривизны  $R$ .

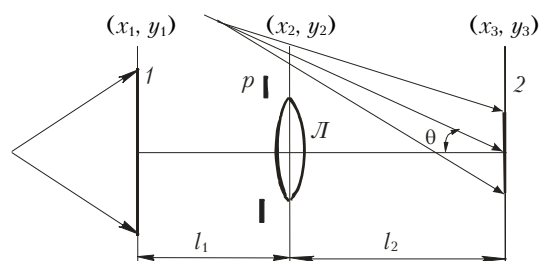


Рис. 1. Схема двухэкспозиционной записи квази-Фурье-голограммы: 1 – матовый экран; 2 – фотопластинка; L – положительная линза; p – апертурная диафрагма

Диффузно рассеянное им излучение после прохождения тонкой положительной линзы L с фокусным

расстоянием  $f$  регистрируется с помощью внеосевой опорной волны на фотопластинке 2, находящейся в плоскости  $(x_3, y_3)$ , за время первой экспозиции. Угол  $\theta$  составляет ось пространственно ограниченного опорного пучка с нормалью к плоскости фотопластинки. Как величина радиуса кривизны  $r$ , так и знак сферической опорной волны будут в дальнейшем определены с помощью параметров  $f, l_1, l_2$ , где  $l_1$  – расстояние между матовым экраном и главной плоскостью  $(x_2, y_2)$  линзы  $L$ ;  $l_2$  – расстояние между плоскостями  $(x_2, y_2), (x_3, y_3)$ . Перед повторным экспонированием в случае контроля поперечного смещения осуществляется перемещение матового экрана в плоскости его расположения, например в направлении оси  $x$  на величину  $a$ .

Для определения распределения комплексной амплитуды поля  $u_1(x_3, y_3)$ , которое соответствует первой экспозиции, в предметном канале в плоскости фотопластинки воспользуемся приближением Френеля без учета постоянных множителей. Тогда с учетом пространственной ограниченности дифракционного поля

$$u_1(x_3, y_3) \sim \iiint_{-\infty}^{\infty} t(x_1, y_1) \exp\left[\frac{ik}{2R}(x_1^2 + y_1^2)\right] \times \\ \times \exp\left\{\frac{ik}{2l_1}[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]\right\} \times \\ \times p(x_2, y_2) \exp\left[-\frac{ik}{2f}(x_2^2 + y_2^2)\right] \times \\ \times \exp\left\{\frac{ik}{2l_2}[(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2]\right\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2, \quad (1)$$

где  $k$  – волновое число;  $t(x_1, y_1)$  – комплексная амплитуда пропускания матового экрана, являющаяся случайной функцией координат;  $p(x_2, y_2)$  – функция зрачка [2] положительной линзы  $L$ .

Выражение (1) в результате выполнения известных в Фурье-оптике преобразований принимает следующую форму:

$$u_1(x_3, y_3) \sim \exp\left[\frac{ik}{2l_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \left\{ \exp\left[-\frac{ikL_p}{2l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \right. \\ \left. \times \left\{ F(x_3, y_3) \otimes \exp\left[-\frac{iklL_p^2}{2l_1^2 l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3) \right\} \right\} \quad (2)$$

где  $\otimes$  – символ операции свертки;  $L_p$  – геометрический параметр оптической системы в предметном канале, удовлетворяющий условию  $1/L_p = 1/l_1 - 1/f + 1/l_2 > 0$ , т.е.  $f > l_1 l_2 / (l_1 + l_2)$  (причем  $L_p < \infty$ , так как условие  $L_p = \infty$  соответствует формированию действительного изображения рассеивателя в плоскости фотопластинки [3]);  $1/l = 1/R + 1/l_1 - L_p/l_1^2$  – введенное обозначение для сокращения записи;  $F(x_3, y_3)$  – Фурье-образ функции  $t(x_1, y_1)$  с пространственными частотами  $L_p x_3 / \lambda l_1 l_2, L_p y_3 / \lambda l_1 l_2, \lambda$  – длина волны когерентного источника света, используемого на стадиях записи и восстановления голо-

граммы;  $P(x_3, y_3)$  – Фурье-образ функции  $p(x_2, y_2)$  с пространственными частотами  $x_3 / \lambda l_2, y_3 / \lambda l_2$ .

Если в пределах области существования функции  $P(x_3, y_3)$  [4] изменение фазы сферической волны с радиусом кривизны  $l_2^2 / L_p$  не превосходит  $\pi$ , то это условие будет выполняться для области фотопластинки диаметром  $D \leq d \frac{l_2}{L_p} = d \left(1 + \frac{l_2}{l_1} - \frac{l_2}{f}\right)$  [5],

где  $d$  – диаметр зрачка положительной линзы  $L$  (см. рис. 1). Тогда для вышеуказанной области плоскости  $(x_3, y_3)$  распределение комплексной амплитуды поля определяется выражением

$$u_1(x_3, y_3) \sim \exp\left[\frac{ik}{2r}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \\ \times \left\{ F(x_3, y_3) \otimes \exp\left[-\frac{iklL_p^2}{2l_1^2 l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3) \right\}, \quad (3)$$

где  $r = l_2 + fl_1 / (f - l_1)$  – величина радиуса кривизны распределения фазы сферической волны. При этом  $r > 0$ , если  $l_2 > fl_1 / (l_1 - f)$ ;  $r < 0$ , если  $l_2 > fl_1 / (f - l_1)$ . Когда  $l_1 = f$ , то  $r = \infty$  [6].

Из (3) следует, что для

$$\exp\left[-\frac{iklL_p^2}{2l_1^2 l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \neq \delta(x_3, y_3),$$

где  $\delta(x_3, y_3)$  – дельта-функция Дирака, в плоскости  $(x_3, y_3)$  формируется квази-Фурье-образ функции  $t(x_1, y_1)$ , каждая точка которого в пределах диаметра  $D$  уширена до размера субъективного спекла, определяемого шириной функции  $P(x_3, y_3)$ , если диаметр  $D_0$  освещенной области матового экрана  $l$  (см. рис. 1)

удовлетворяет условию  $D_0 \geq d \left(1 + \frac{l_1}{l_2} - \frac{l_1}{f}\right)$  [5], кото-

рое необходимо для пространственной ограниченности диффузно рассеянного поля зрачком положительной линзы  $L$ . Кроме того, на субъективное спекл-поле наложено распределение фазы сферической волны с радиусом кривизны  $r$  и  $r = \infty$  при  $l_1 = f$ .

Так как общее выражение (3) включает частный случай ( $l_2 = f$ ), который имеет характерные особенности в образовании интерференционных картин, характеризующих поперечное или продольное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, то в дальнейшем параллельно общему случаю будем проводить анализ формирования интерференционных картин, соответствующих этому частному случаю. Для него распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее первой экспозиции, в плоскости фотопластинки в пределах диаметра  $\tilde{D} \leq df / l_1$  при  $\tilde{D}_0 \geq d$  принимает вид

$$\tilde{u}_1(x_3, y_3) \sim \exp\left[\frac{ik}{2\tilde{r}}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \\ \times \left\{ \tilde{F}(x_3, y_3) \otimes \exp\left[-\frac{ikR}{2f^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \tilde{P}(x_3, y_3) \right\}, \quad (4)$$

где  $\tilde{r} = f^2 / (f - l_1)$  – радиус кривизны распределения фазы сферической волны;  $\tilde{F}(x_3, y_3)$ ,  $\tilde{P}(x_3, y_3)$  – Фурье-образы соответственно функций  $t(x_1, y_1)$ ,  $p(x_2, y_2)$  с пространственными частотами  $x_3/\lambda l_2$ ,  $y_3/\lambda l_2$ .

Согласно (4) при  $R \neq \infty$  в плоскости фотопластинки в пределах диаметра  $\tilde{D}$  формируется квази-Фурье-образ функции  $t(x_1, y_1)$ . При этом на субъективное спекл-поле наложено распределение фазы расходящейся сферической волны, если  $f > l_1$ , сходящейся сферической волны ( $f < l_1$ ) и  $\tilde{r} = \infty$  ( $l_1 = f$ ) [7].

Распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее второй экспозиции в предметном канале в плоскости фотопластинки, запишем в виде

$$u_2(x_3, y_3) \sim \iiint_{-\infty}^{\infty} \int t(x_1 + a, y_1) \exp\left[\frac{ik}{2R}(x_1^2 + y_1^2)\right] \times \\ \times \exp\left\{\frac{ik}{2l_1}[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]\right\} \times \\ \times p(x_2, y_2) \exp\left[-\frac{ik}{2f}(x_2^2 + y_2^2)\right] \times \\ \times \exp\left\{\frac{ik}{2l_2}[(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2]\right\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2, \quad (5)$$

которое принимает следующую форму:

$$u_2(x_3, y_3) \sim \exp\left[\frac{ik}{2r}(x_3^2 + y_3^2)\right] \exp\left(\frac{ikL_p a x_3}{l_1 l_2}\right) \times \\ \times \left\{F(x_3, y_3) \otimes \exp\left(-\frac{ikL_p a x_3}{l_1 l_2}\right) \times \right. \\ \left. \times \left\{\exp\left[-\frac{ikL_p^2}{2l_1^2 l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3)\right\}\right\}. \quad (6)$$

Так как

$$\exp\left[-\frac{ikL_p^2}{2l_1^2 l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \exp\left[\frac{ikL_p^2}{2l_1^2 l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] = \delta(x_3, y_3),$$

то в результате интегрального представления операции свертки, как и в [1], получим доказательство выполнения следующего тождества:

$$\exp\left[\frac{ikL_p^2}{2l_1^2 l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \exp\left(-\frac{ikL_p a x_3}{l_1 l_2}\right) \times \\ \times \left\{\exp\left[-\frac{ikL_p^2}{2l_1^2 l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3)\right\} = \\ = \exp\left(-\frac{ika^2}{2l}\right) \exp\left(-\frac{ikL_p a x_3}{l_1 l_2}\right) P\left(x_3 + \frac{l_1 l_2}{l L_p} a, y_3\right).$$

Тогда с учетом этого обстоятельства распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее второй экспозиции, в предметном канале в плоскости фотопластинки определяется выражением

$$u_2(x_3, y_3) \sim \exp\left[\frac{ik}{2r}(x_3^2 + y_3^2)\right] \exp\left(-\frac{ika^2}{2l}\right) \exp\left(\frac{ikL_p a x_3}{l_1 l_2}\right) \times \\ \times \left\{F(x_3, y_3) \otimes \exp\left[-\frac{ikL_p^2}{2l_1^2 l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \right. \\ \left. \otimes \exp\left(-\frac{ikL_p a x_3}{l_1 l_2}\right) P\left(x_3 + \frac{l_1 l_2}{l L_p} a, y_3\right)\right\}. \quad (7)$$

Из (7) следует, что по сравнению с распределением комплексной амплитуды поля, которое соответствует первой экспозиции, имеют место как смещение субъективных спеклов на величину  $al_1 l_2 / (l L_p)$ , так и их наклон на угол  $aL_p / (l_1 l_2)$ .

Если  $l_2 = f$ , то

$$\tilde{u}_2(x_3, y_3) \sim \exp\left[\frac{ik}{2\tilde{r}}(x_3^2 + y_3^2)\right] \exp\left(\frac{ikax_3}{f}\right) \times \\ \times \exp\left(-\frac{ika^2}{2R}\right) \left\{\tilde{F}(x_3, y_3) \otimes \exp\left[-\frac{ikR}{2f^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \right. \\ \left. \otimes \exp\left(-\frac{ikax_3}{f}\right) \tilde{P}\left(x_3 + \frac{f}{R} a, y_3\right)\right\} \quad (8)$$

и для субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, имеет место их смещение на величину  $af/R$  и наклон на угол  $a/f$ .

При условии выполнения двухэкспозиционной записи с использованием сферической опорной волны радиусом кривизны  $r$  квази-Фурье-голограммы на линейном участке кривой почернения фотоматериала распределение комплексной амплитуды ее пропускания, соответствующее  $(-1)$ -му порядку дифракции, принимает вид

$$\tau(x_3, y_3) \sim \exp(-ikx_3 \sin\theta) \left\{F(x_3, y_3) \otimes \right. \\ \left. \otimes \exp\left[-\frac{ikL_p^2}{2l_1^2 l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3) + \exp\left(-\frac{ika^2}{2l}\right) \times \right. \\ \left. \times \exp\left(\frac{ikL_p a x_3}{l_1 l_2}\right) \left\{F(x_3, y_3) \otimes \exp\left[-\frac{ikL_p^2}{2l_1^2 l_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \right. \right. \\ \left. \left. \otimes \exp\left(-\frac{ikL_p a x_3}{l_1 l_2}\right) P\left(x_3 + \frac{l_1 l_2}{l L_p} a, y_3\right)\right\}\right\}, \quad (9)$$

а когда  $l_2 = f$  и радиус кривизны сферической опорной волны  $\tilde{r}$ , то

$$\tilde{\tau}(x_3, y_3) \sim \exp(-ikx_3 \sin\theta) \left\{\tilde{F}(x_3, y_3) \otimes \right. \\ \left. \otimes \exp\left[-\frac{ikR}{2f^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \tilde{P}(x_3, y_3) + \exp\left(-\frac{ika^2}{2R}\right) \times \right. \\ \left. \times \exp\left(\frac{ikax_3}{f}\right) \left\{\tilde{F}(x_3, y_3) \otimes \exp\left[-\frac{ikR}{2f^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \right. \right. \\ \left. \left. \otimes \exp\left(-\frac{ikax_3}{f}\right) \tilde{P}\left(x_3 + \frac{f}{R} a, y_3\right)\right\}\right\}$$

$$\otimes \exp\left(-\frac{ikax_3}{f}\right) \tilde{P}\left(x_3 + \frac{f}{R}a, y_3\right) \Bigg\}. \quad (10)$$

Как и в [1], положим, что на стадии восстановления голограммы в ее плоскости на оптической оси проводится пространственная фильтрация дифракционного поля с помощью круглого отверстия в непрозрачном экране  $p_0$  [1, рис. 2]. При этом в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы  $kL_p ax_3/l_1 l_2$  не превосходит  $\pi$ . Тогда распределение освещенности в фокальной плоскости  $(x_4, y_4)$  [1, рис. 2] определяется выражением

$$I(x_4, y_4) \sim \left[1 + \cos\left(\frac{kl_1}{lL_p} ax_4 + \frac{ka^2}{2l}\right)\right] \times \\ \times \left| p(x_4, y_4) t\left(-\frac{l_1}{L_p} x_4, -\frac{l_1}{L_p} y_4\right) \times \right. \\ \left. \times \exp\left[\frac{ikl_1^2}{2lL_p^2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes P_0(x_4, y_4) \right|^2, \quad (11)$$

где  $P_0(x_4, y_4)$  – Фурье-образ функции  $p_0(x_3, y_3)$  пропускания пространственного фильтра [8] с пространственными частотами  $x_4/\lambda l_2$ ,  $y_4/\lambda l_2$ . Причем здесь и в дальнейшем при выводе выражений для сокращения записи будем использовать предположения, указанные в [1].

Из (11) следует, что в плоскости формирования изображения рассеивателя, ограниченного размером зрачка положительной линзы  $L$  (см. рис. 1), субъективная спекл-структура с размером спекла, определяемого шириной функции  $P_0(x_4, y_4)$ , промодулирована интерференционными полосами, которые периодически изменяются на оси  $x$ . Измерение периода интерференционных полос для известных величин  $\lambda$ ,  $l_1$ ,  $l$ ,  $L_p$  обеспечивает возможность определения величины поперечного перемещения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности.

Если  $l_2 = f$ , а при выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля на оптической оси в плоскости голограммы в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы  $kax_3/f$  не превосходит  $\pi$ , то распределение освещенности в фокальной плоскости  $(x_4, y_4)$  [1, рис. 2] принимает вид

$$\tilde{I}(x_4, y_4) \sim \left[1 + \cos\left(\frac{kax_4}{R} + \frac{ka^2}{2R}\right)\right] \times \\ \times \left| p(x_4, y_4) t(-x_4, -y_4) \exp\left[\frac{ik}{2R}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes \tilde{P}_0(x_4, y_4) \right|^2, \quad (12)$$

где  $\tilde{P}_0(x_4, y_4)$  – Фурье-образ функции  $p_0(x_3, y_3)$  пропускания пространственного фильтра с пространственными частотами  $x_4/\lambda f$ ,  $y_4/\lambda f$ .

Согласно (12) в рассматриваемом частном случае период интерференционных полос, модулирующих субъективную спекл-структуру с размером спекла,

определяемого шириной функции  $\tilde{P}_0(x_4, y_4)$ , зависит только от величин  $\lambda$ ,  $a$ ,  $R$ .

Пусть, как и в [1], на стадии восстановления двухэкспозиционной квази-Фурье-голограммы пространственная фильтрация дифракционного поля выполняется на оптической оси в частотной плоскости  $(x_4, y_4)$  оптической системы типа зрительной трубы Кеплера [1, рис. 3], с помощью которой строится изображение голограммы. При этом положим, что в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы  $kl_1 ax_4/lL_p$  не превосходит  $\pi$ . Тогда распределение освещенности в плоскости  $(x_5, y_5)$  формирования изображения голограммы определяется выражением

$$I(x_5, y_5) \sim \left[1 + \cos\left(\frac{-kL_p ax_5}{l_1 l_2} + \frac{ka^2}{2l}\right)\right] \times \\ \times \left| F(-x_5, -y_5) \otimes \exp\left[-\frac{iklL_p^2}{2l_1^2 l_2^2}(x_5^2 + y_5^2)\right] \otimes P_0(x_5, y_5) \right|^2, \quad (13)$$

где  $P_0(x_5, y_5)$  – Фурье-образ функции  $p_0(x_4, y_4)$  пропускания пространственного фильтра с пространственными частотами  $x_5/\lambda l_2$ ,  $y_5/\lambda l_2$ .

Из (13) следует, что в плоскости  $(x_5, y_5)$  образуется интерференционная картина в виде периодически чередующихся на оси  $x$  интерференционных полос, модулирующих субъективную спекл-структуру с размером спекла, определяемого шириной функции  $P_0(x_5, y_5)$ . При этом, как и в [1], частота интерференционных полос в пределах области существования квази-Фурье-образа не зависит от радиуса кривизны сферической волны когерентного излучения, используемого для освещения рассеивателя на стадии записи голограммы. Кроме того, в отличие от [1] при  $l_1 = f$ , когда  $D_0 \geq df/l_2$ ,  $D \leq d$ , период эквидистантно расположенных в плоскости  $(x_5, y_5)$  интерференционных полос определяется только величинами  $\lambda$ ,  $a$ ,  $f$ .

Если  $l_2 = f$ , то при выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости  $(x_4, y_4)$  с диаметром фильтрующего отверстия, в пределах которого изменение фазы  $kax_4/R$  не превосходит  $\pi$ , распределение освещенности в плоскости формирования изображения голограммы принимает вид

$$\tilde{I}(x_5, y_5) \sim \left[1 + \cos\left(\frac{-kax_5}{f} + \frac{ka^2}{2R}\right)\right] \times \\ \times \left| \tilde{F}(-x_5, -y_5) \otimes \exp\left[-\frac{ikR}{2f^2}(x_5^2 + y_5^2)\right] \otimes \tilde{P}_0(x_5, y_5) \right|^2, \quad (14)$$

где  $\tilde{P}_0(x_5, y_5)$  – Фурье-образ функции  $p_0(x_4, y_4)$  пропускания пространственного фильтра с пространственными частотами  $x_5/\lambda f$ ,  $y_5/\lambda f$ .

Согласно (14) в рассматриваемом частном случае частота интерференционных полос, модулирующих субъективную спекл-структуру с размером спекла,

определяемого шириной функции  $\tilde{P}_0(x_5, y_5)$ , зависит только от величины  $\lambda, a, f$ .

Сравнение выражений (11), (13) показывает, что для интерференционной картины, локализующейся в плоскости формирования изображения рассеивателя, чувствительность интерферометра к его поперечному перемещению изменяется в  $G_1 = [l_2(l_1 - L_p)/L_p^2] + l_1^2 l_2 / (L_p^2 R)$  раз. При этом, когда  $l_1 < L_p$  ( $l_2 > f$ ), с уменьшением  $R$  в пределах  $l_1^2 / (L_p - l_1) \leq R \leq \infty$  величина  $G_1$  уменьшается из-за уменьшения величины смещения в плоскости голограммы субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к спеклам первой экспозиции. Причем  $G_1 = 0$  [ $R = l_1^2 / (L_p - l_1)$ ] соответствует условию формирования в плоскости голограммы Фурье-образа функции  $t(x_1, y_1)$  и отсутствию смещения спеклов [5]. В таком случае в плоскости голограммы локализуется «замороженная» интерференционная картина, вид которой не изменяется с изменением угла наблюдения. Дальнейшее уменьшение величины  $R$  приводит к возникновению и увеличению смещения спеклов второй экспозиции и, следовательно, к увеличению чувствительности интерферометра к поперечному перемещению рассеивателя. В качестве примера для фиксированных величин  $l_1 = 220$  мм,  $f = 220$  мм,  $l_2 = 300$  мм, которые использовались в эксперименте, зависимость  $G_1$  от радиуса  $R$  кривизны расходящейся сферической волны представлена на рис. 2.

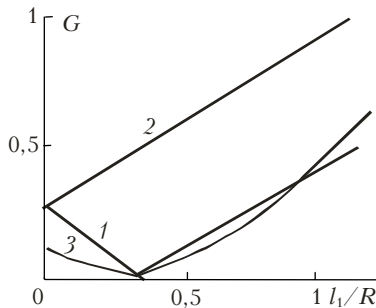


Рис. 2. Зависимости коэффициентов чувствительности интерферометра для фиксированных величин  $f = 220$  мм,  $l_1 = 220$  мм,  $l_2 = 300$  мм: 1 –  $G_1$ , 2 –  $G_2$ , 3 –  $G_3$

При освещении матового экрана 1 (см. рис. 1) когерентным излучением со сходящейся сферической волной для интерференционной картины, локализующейся в плоскости формирования изображения рассеивателя, чувствительность интерферометра к его поперечному перемещению изменяется в  $G_2 = [l_2(l_1 - L_p)/L_p^2] - l_1^2 l_2 / (L_p^2 R)$  раз. При этом она увеличивается с уменьшением  $R$  (см. рис. 2) из-за увеличения смещения в плоскости голограммы субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции.

Когда  $l_1 > L_p$  ( $l_2 < f$ ) и матовый экран 1 (см. рис. 1) освещается когерентным излучением с расходящейся сферической волной, для интерференционной картины, локализующейся в плоскости формирования

изображения рассеивателя, чувствительность интерферометра к его поперечному перемещению изменяется в  $G'_2 = [l_2(l_1 - L_p)/L_p^2] - l_1^2 l_2 / (L_p^2 R)$  раз. При этом она увеличивается с уменьшением величины  $R$  из-за увеличения смещения в плоскости голограммы субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции. В качестве примера для фиксированных величин  $l_1 = 220$  мм,  $f = 220$  мм,  $l_2 = 180$  мм, которые использовались в эксперименте, зависимость  $G'_1$  от радиуса  $R$  кривизны расходящейся сферической волны представлена на рис. 3.

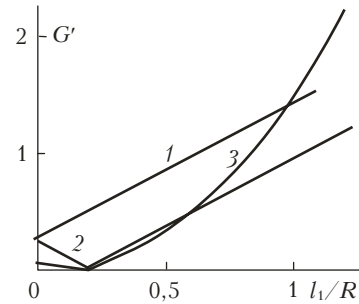


Рис. 3. Зависимости коэффициентов чувствительности интерферометра для фиксированных величин  $f = 220$  мм,  $l_1 = 220$  мм,  $l_2 = 180$  мм: 1 –  $G'_1$ , 2 –  $G'_2$ , 3 –  $G'_3$

При освещении матового экрана 1 (см. рис. 1) когерентным излучением со сходящейся сферической волной чувствительность интерферометра к поперечному перемещению рассеивателя изменяется в  $G'_2 = [l_2(l_1 - L_p)/L_p^2] - l_1^2 l_2 / (L_p^2 R)$  раз. При этом с уменьшением  $R$  в пределах  $[l_2(l_1 - L_p)]/L_p^2 \leq R \leq \infty$  величина  $G'_2$  уменьшается из-за уменьшения величины смещения в плоскости голограммы субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к спеклам первой экспозиции. Причем  $G'_2 = 0$  [ $R = l_1^2 / (l_1 - L_p)$ ] соответствует условию формирования в плоскости голограммы Фурье-образа функции  $t(x_1, y_1)$  и отсутствию смещения спеклов [9]. Такой случай подобен [1], где запись голограммы Фурье возможна только при освещении рассеивателя когерентным излучением со сходящейся сферической волной. Дальнейшее уменьшение величины  $R$  приводит к возникновению и увеличению смещения в плоскости голограммы субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, и, следовательно, к увеличению чувствительности (см. рис. 3) интерферометра к поперечному перемещению рассеивателя.

Если  $l_2 = f$ , то при  $R = \infty$  в плоскости голограммы формируется Фурье-образ  $t(x_1, y_1)$  и наблюдаются «замороженные» в ней интерференционные полосы, период повторения которых определяется величинами  $\lambda, a, f$ .

Из вышеприведенного анализа образования интерференционных картин, характеризующих поперечное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, когда с использованием положительной линзы выполняется двухэкспозиционная запись квази-Фурье-голограммы, следует, что они,

как и в [1], локализируются в двух плоскостях: в плоскости голограммы и в дальней зоне дифракции, где формируется изображение рассеивателя. Аналогичное объяснение заключается в том, что, с одной стороны, в плоскости голограммы имеет место однородное смещение субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к спеклам первой экспозиции. При этом на стадии восстановления двухэкспозиционной голограммы при выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля достигается совмещение идентичных спеклов двух экспозиций в дальней зоне дифракции. С другой стороны, наличие угла наклона в плоскости голограммы субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к спеклам первой экспозиции обуславливает локализацию в ней интерференционной картины при выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля в Фурье-плоскости.

Пусть теперь перед повторным экспонированием фотопластинки 2 (см. рис. 1) матовый экран 1 оказывается смещенным по оси  $z$  на величину  $\Delta l \ll l_1, R$ . Тогда в используемом приближении распределение комплексной амплитуды пропускания двухэкспозиционной голограммы, соответствующее  $(-1)$ -му порядку дифракции, принимает вид

$$\begin{aligned} \tau'(x_3, y_3) \sim \exp(-ikx_3, \sin\theta) & \left\{ F(x_3, y_3) \otimes \right. \\ & \otimes \exp\left[-\frac{iklL_p^2}{2l_1^2 l_2^2} (x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3) + \\ & + \exp(ik\Delta l) \exp\left[-\frac{ik\Delta l L_p^2}{2l_1^2 l_2^2} (x_3^2 + y_3^2)\right] \left\{ F'(x_3, y_3) \otimes \right. \\ & \left. \otimes \exp\left[-\frac{iklL_p^2}{2(l_1 + \Delta l)^2 l_2^2} (x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3) \right\} \left. \right\}, \quad (15) \end{aligned}$$

где

$$L'_p = L_p \left(1 + \frac{L_p \Delta l}{l_1^2}\right), \quad \frac{1}{l'} = \frac{1}{R - \Delta l} + \frac{1}{l_1 + \Delta l} - \frac{L'_p}{(l_1 + \Delta l)^2}$$

— введенные обозначения для сокращения записи;  $F'(x_3, y_3)$  — Фурье-образ функции  $t(x_1, y_1)$  с пространственными частотами  $\frac{L'_p x_3}{\lambda(l_1 + \Delta l)l_2}$ ,  $\frac{L'_p y_3}{\lambda(l_1 + \Delta l)l_2}$ .

Из (15) следует, что субъективные спеклы, соответствующие второй экспозиции, смещены в плоскости голограммы по радиусу от оптической оси по отношению к спеклам первой экспозиции из-за разницы в масштабах Фурье-образов функции  $t(x_1, y_1)$ . Причем наличие изменения по радиусу от оптической оси их угла наклона обуславливает декорреляцию субъективных спекл-структур двух экспозиций. Кроме того, множитель  $\exp[-ikL_p^2 \Delta l (x_3^2 + y_3^2) / (2l_1^2 l_2^2)]$  указывает на то, что в плоскости голограммы имеет

место независимый от радиуса кривизны сферического волнового фронта когерентного излучения, используемого для освещения рассеивателя, и изменяющийся по радиусу от оптической оси угол наклона субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к спеклам первой экспозиции.

Если  $l_2 = f$ , то распределение комплексной амплитуды пропускания двухэкспозиционной голограммы, соответствующее  $(-1)$ -му порядку дифракции, определяется выражением

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}(x_3, y_3) \sim \exp(-ikx_3, \sin\theta) & \left\{ \tilde{F}(x_3, y_3) \otimes \right. \\ & \otimes \exp\left[-\frac{ikR}{2f^2} (x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \tilde{P}(x_3, y_3) + \\ & + \exp(ik\Delta l) \exp\left[-\frac{ik\Delta l}{2f^2} (x_3^2 + y_3^2)\right] \left\{ \tilde{F}(x_3, y_3) \otimes \right. \\ & \left. \otimes \exp\left[-\frac{ik(R - \Delta l)}{2f^2} (x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \tilde{P}(x_3, y_3) \right\} \left. \right\}. \quad (16) \end{aligned}$$

Согласно (16) в рассматриваемом частном случае имеет место характерная особенность, заключающаяся в том, что для первой и второй экспозиций Фурье-образы функции  $t(x_1, y_1)$  оказываются одинаковыми.

Как и в [1], положим, что на стадии восстановления двухэкспозиционной голограммы в ее плоскости на оптической оси проводится пространственная фильтрация дифракционного поля с помощью круглого отверстия в непрозрачном экране  $p_0$  [1, рис. 2]. При этом в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы  $kL_p^2 \Delta l (x_3^2 + y_3^2) / (2l_1^2 l_2^2)$  не превосходит  $\pi$ . Кроме того, положим, что диаметр фильтрующего отверстия удовлетворяет условию  $d_\Phi \leq 2\lambda l_1^2 l_2 / d(l_1 - L_p)\Delta l$ . Тогда, как и в [1], можно получить распределение освещенности в Фурье-плоскости  $(x_4, y_4)$  [1, рис. 2], которое принимает вид

$$\begin{aligned} I'(x_4, y_4) \sim & \left\{ 1 + \cos\left[k\Delta l + \frac{kM\Delta l}{2l_1^2} (x_4^2 + y_4^2)\right] \right\} \times \\ & \times \left| p(x_4, y_4) t\left(-\frac{l_1}{L_p} x_4, -\frac{l_1}{L_p} y_4\right) \right| \times \\ & \times \exp\left[\frac{ikl_1^2}{2lL_p^2} (x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes P_0(x_4, y_4) \left. \right|^2, \quad (17) \end{aligned}$$

где  $M = [l_1^4 - R^2(L_p - l_1)^2] / (R^2 L_p^2)$  — введенное обозначение для сокращения записи.

Из (17) следует, что в плоскости формирования изображения рассеивателя, ограниченного размером зрачка линзы  $L$  (см. рис. 1), субъективная спекл-структура промодулирована полосами равного на-

клона — системой концентрических интерференционных колец. Причем измерение их радиусов в соседних порядках интерференции обеспечивает возможность определения продольного перемещения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности для известных величин  $\lambda$ ,  $R$ ,  $l_1$ ,  $L_p$ .

В частном случае, когда  $l_2 = f$  и пространственная фильтрация дифракционного поля выполняется на оптической оси в плоскости голограммы, причем в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы  $k\Delta l(x_3^2 + y_3^2)/2f^2$  не превосходит  $\pi$ , распределение освещенности в плоскости формирования изображения рассеивателя определяется выражением

$$\tilde{I}(x_4, y_4) \sim \left\{ 1 + \cos \left[ k\Delta l + \frac{k\Delta l}{2R^2}(x_4^2 + y_4^2) \right] \right\} \times \left| p(x_4, y_4)t(-x_4, -y_4) \exp \left[ \frac{ik}{2R}(x_4^2 + y_4^2) \right] \otimes P_0(x_4, y_4) \right|^2, \quad (18)$$

из которого следует, что радиусы интерференционных колец зависят только от величины  $\lambda$ ,  $\Delta l$ ,  $R$ .

Если пространственная фильтрация дифракционного поля выполняется на оптической оси в плоскости формирования изображения рассеивателя, то, как и в [1], можно получить распределение освещенности в плоскости  $(x_5, y_5)$  формирования с помощью коллимирующей оптической системы типа зрительной трубы Кеплера изображения голограммы, которое при  $l_2 \neq f$  принимает вид

$$I(x_5, y_5) \sim \left\{ 1 + \cos \left[ k\Delta l - \frac{kL_p^2 \Delta l}{2l_1^2 l_2^2}(x_5^2 + y_5^2) \right] \right\} \times \left| F(-x_5, -y_5) \otimes \exp \left[ -\frac{ikL_p^2}{2l_1^2 l_2^2}(x_5^2 + y_5^2) \right] \otimes P_0(x_5, y_5) \right|^2. \quad (19)$$

Согласно (19) в плоскости формирования изображения голограммы субъективная спекл-структура с размером спекла, определяемого шириной функции  $P_0(x_5, y_5)$ , промодулирована полосами равного наклона — системой концентрических колец. При этом их радиус не зависит от радиуса кривизны сферической волны когерентного излучения, используемого для освещения матового экрана 1 (см. рис. 1) на стадии записи голограммы. Кроме того, следует отметить, что по сравнению со случаем контроля поперечного перемещения рассеивателя для регистрации интерференционной картины, локализующейся в плоскости голограммы, необходимо выполнение пространственной фильтрации дифракционного поля и при условии формирования в плоскости голограммы Фурье-образа функции  $t(x_1, y_1)$  из-за смещения в ней по радиусу от оптической оси субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции.

Если  $l_2 = f$  и в пределах диаметра фильтрующего отверстия в плоскости формирования изображения рассеивателя изменение фазы  $k\Delta l(x_4^2 + y_4^2)/(2R)$  не превосходит  $\pi$ , то распределение освещенности

в плоскости формирования изображения голограммы определяется выражением

$$\tilde{I}(x_5, y_5) \sim \left\{ 1 + \cos \left[ k\Delta l - \frac{k\Delta l}{2f^2}(x_5^2 + y_5^2) \right] \right\} \times \left| \tilde{F}(-x_5, -y_5) \otimes \exp \left[ -\frac{ikR}{2f^2}(x_5^2 + y_5^2) \right] \otimes \tilde{P}_0(x_5, y_5) \right|^2, \quad (20)$$

из которого следует, что радиусы интерференционных колец зависят только от величин  $\lambda$ ,  $\Delta l$ ,  $f$ . Причем при формировании в плоскости голограммы Фурье-образа функции  $t(x_1, y_1)$ , которое имеет место в случае освещения матового экрана 1 (см. рис. 1) коллимированным пучком, отсутствует необходимость в выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля, так как в плоскости голограммы образуется «замороженная» интерференционная картина, как и в случае контроля поперечного перемещения рассеивателя.

Из сравнения выражений (17), (19) следует, что для интерференционной картины, локализующейся в плоскости формирования изображения рассеивателя, чувствительность интерферометра к его продольному перемещению изменяется в  $G_3 = Ml_2^2/L_p^2$  раз. Причем она не зависит от знака радиуса кривизны  $R$ . Это следует из того, что при освещении матового экрана 1 (см. рис. 1) когерентным излучением со сходящейся сферической волной в вышеприведенном анализе формирования интерференционных картин необходимо изменить  $l$  на величину, удовлетворяющую условию  $\frac{1}{l} = -\frac{1}{R} + \frac{1}{l_1} - \frac{L_p}{l_1^2}$ , а  $l'$  на величину, удовлетворяющую условию

$$\frac{1}{l'} = -\frac{1}{R + \Delta l} + \frac{1}{l_1 + \Delta l} - \frac{L_p}{(l_1 + \Delta l)^2},$$

что приводит в результате расчетов к вышеуказанному значению коэффициента  $G_3$ . При этом  $G_3 = 0$ , когда в плоскости голограммы формируется Фурье-образ функции  $t(x_1, y_1)$  при освещении рассеивателя когерентным излучением с расходящейся сферической волной, если  $l_2 > f$ , или со сходящейся сферической волной, если  $l_2 < f$ . Расчетная зависимость коэффициента  $G_3$  от радиуса кривизны  $R$  для вышеуказанных фиксированных величин  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $f$  представлена на рис. 2 и 3.

Из анализа образования интерференционных картин, характеризующих продольное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, когда с использованием положительной линзы проводится двухэкспозиционная запись квази-Фурье-голограммы, следует, что они локализируются в двух плоскостях: в плоскости голограммы и в дальней зоне дифракции, где формируется изображение рассеивателя. Это объясняется тем, что, с одной стороны, в плоскости голограммы имеет место изменяющийся по радиусу от оптической оси угол наклона субъективных спеклов, соответствующих второй

экспозиции, по отношению к спеклам первой экспозиции. В результате в плоскости голограммы локализуется интерференционная картина при условии выполнения в Фурье-плоскости пространственной фильтрации дифракционного поля, которая обеспечивает получение идентичных спеклов двух экспозиций в плоскости регистрации интерферограммы. С другой стороны, ориентационный характер субъективных спеклов в плоскости голограммы таков, что имеет место дополнительное изменение по радиусу от оптической оси угла наклона субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к спеклам первой экспозиции. Причем в этом случае получение идентичных спеклов двух экспозиций достигается в дальнейшей зоне дифракции при выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы.

В эксперименте двухэкспозиционные квази-Фурье и Фурье-голограммы записывались на фотопластинках типа Микрат-ВРЛ с помощью излучения He-Ne-лазера на длине волны 0,63 мкм. Методика экспериментальных исследований заключалась в сравнении результатов записи голограмм для фиксированных величин как поперечного ( $a = (0,04 \pm 0,002)$  мм), так и продольного ( $\Delta l = (1 \pm 0,002)$  мм) перемещения. При этом использовалась положительная линза с фокусным расстоянием  $f = 220$  мм, диаметром зрачка  $d = 35$  мм. Расстояние  $l_1$  (см. рис. 1) составляло 220 мм, а  $l_2$  соответствовало 300, 180 и 220 мм. Для плоского опорного пучка диаметром 50 мм угол  $\theta = 10^\circ$ . Различные радиусы кривизны расходящейся или сходящейся сферических волн когерентного излучения для освещения матового экрана выбирались в пределах от  $R = \infty$  до  $|R| = 200$  мм. Диаметр освещенной области матового экрана составлял 60 мм.

В качестве примера на рис. 4 представлены интерференционные картины, локализующиеся в плоскости формирования изображения рассеивателя, ограниченного зрачком положительной линзы, когда  $l_2 = 300$  мм, и характеризующие его поперечное перемещение.

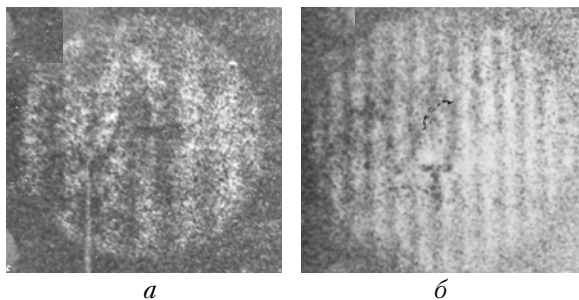


Рис. 4. Интерференционные картины, локализующиеся в плоскости формирования изображения рассеивателя и характеризующие его поперечное перемещение: *a* — освещение рассеивателя излучением с расходящейся сферической волной; *б* — со сходящейся

Метка в виде буквы «Г» была предварительно нанесена на матовый экран, а «Л» — на боковую поверхность положительной линзы  $L$  (см. рис. 1). Интерференционные картины регистрировались при

проведении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы путем ее восстановления малоапертурным ( $\approx 2$  мм) лазерным пучком. Матовый экран освещался когерентным излучением с расходящейся (рис. 4, *a*), сходящейся (рис. 4, *б*) сферическими волнами с  $R = 200$  мм.

В этих двух случаях, как и в последующих, связанных с изменением величины и знака  $R$ , интерференционные картины, локализующиеся в плоскости голограммы, имели одинаковую частоту интерференционных полос, соответствующую частоте полос на рис. 5, *a*.

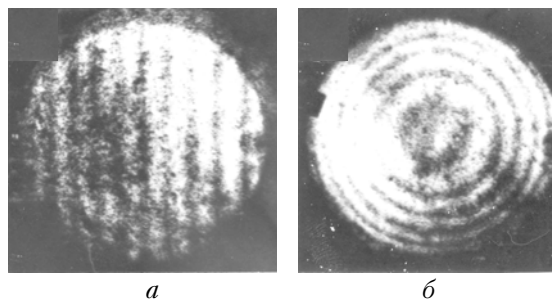


Рис. 5. Интерференционные картины, локализующиеся в плоскости голограммы и характеризующие: *a* — поперечное перемещение рассеивателя; *б* — продольное перемещение

Регистрация интерференционных картин на рис. 5 выполнялась, как и в [1, 7], при освещении голограммы коллимированным пучком с проведением пространственной фильтрации дифракционного поля в частотной плоскости оптической системы типа зрительной трубы Кеплера. Причем пространственная протяженность интерференционной картины, локализующейся в плоскости голограммы, составляла 35 мм, что соответствует расчетной величине.

Путем измерения периодов интерференционных полос определены коэффициенты  $G_1, G_2$  (помимо того, что их можно определить из результатов измерений  $f, l_1, l_2, R$ ). Полученные таким образом значения  $G_1, G_2$  соответствуют рис. 2 с точностью до ошибки (10%), допускаемой в эксперименте.

При  $l_2 = 180$  мм интерференционные картины (рис. 6) локализируются в плоскости формирования изображения рассеивателя.

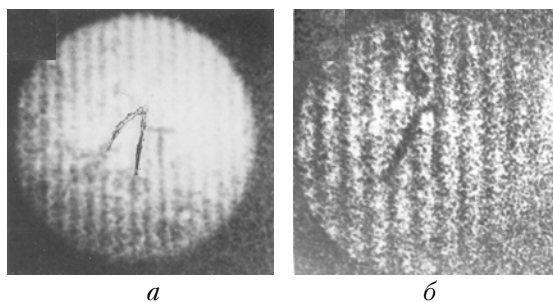


Рис. 6. Интерференционные картины, локализующиеся в плоскости формирования изображения рассеивателя и характеризующие его поперечное перемещение: *a* — освещение рассеивателя излучением с расходящейся сферической волной; *б* — со сходящейся



Матовый экран освещался когерентным излучением с расходящейся (рис. 6, *a*), сходящейся (рис. 6, *б*) сферическими волнами с  $R = 200$  мм. Как и на рис. 4, регистрация интерференционных картин на рис. 6 выполнялась при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы, где локализовались интерференционные картины с частотой интерференционных полос, соответствующих частоте полос на рис. 5, *a*, причем полученные на основе измерения периодов интерференционных полос значения коэффициентов  $G'_1$ ,  $G'_2$  соответствуют рис. 3.

Интерференционные картины на рис. 7 локализируются в плоскости формирования в пределах зрачка положительной линзы  $L$  (см. рис. 1) изображения рассеивателя и характеризуют его продольное перемещение, когда на стадии записи голограммы матовый экран  $I$  освещался когерентным излучением с расходящейся сферической волной с радиусом кривизны  $R = 200$  мм.

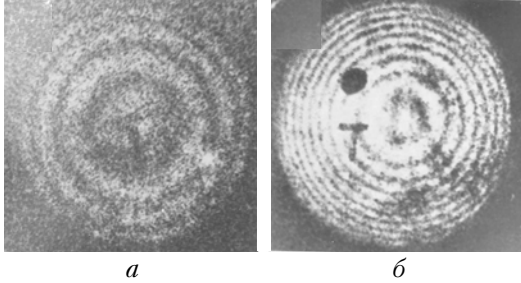


Рис. 7. Интерференционные картины, локализующиеся в плоскости формирования изображения рассеивателя и характеризующие его продольное перемещение: *a* — для расстояния  $l_2 = 300$  мм; *б* —  $l_2 = 180$  мм

Регистрация интерференционных картин (см. рис. 7) выполнялась при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы, где локализовались интерференционные картины, соответствующие рис. 5, *б*. В этих двух случаях, как и в других, которые были связаны с изменением как величины радиуса кривизны сферического волнового фронта, так и его знака, значения коэффициентов  $G_3$ ,  $G'_3$ , определенные по результатам измерения радиусов интерференционных колец в соседних порядках интерференции (помимо того что их можно определить в результате измерений  $f$ ,  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $R$ ), соответствуют рис. 2 и 3 с точностью до ошибки (10%), допускаемой в эксперименте.

Как и в [1], для двухэкспозиционной квази-Фурье-голограммы при  $l_2 \neq f$  имеет место аналогичное поведение регистрируемых в дальней зоне дифракции интерференционных полос при смещении центра фильтрующего отверстия в плоскости голограммы. Так, если голограмма характеризует поперечное перемещение вдоль оси  $x$  диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, то динамика поведения регистрируемых интерференционных полос состоит в следующем. При смещении по оси  $x$  фильтрующего отверстия смещается интерференционная картина относительно неподвижного изображения

рассеивателя. Кроме того, изменяется фаза интерференционной картины от 0 до  $\pi$ , когда центр фильтрующего отверстия перемещается от минимума интерференционной картины, локализующейся в плоскости голограммы, до ее максимального значения («живые» интерференционные полосы). Если голограмма характеризует продольное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, то смещение центра фильтрующего отверстия относительно оптической оси сопровождается неоднородным смещением интерференционных полос относительно неподвижного изображения рассеивателя из-за неоднородного смещения относительно оптической оси в плоскости голограммы субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к спеклам первой экспозиции. Помимо этого, как и в случае контроля поперечного перемещения рассеивателя, изменяется фаза интерференционной картины от 0 до  $\pi$ , когда центр фильтрующего отверстия перемещается от минимума интерференционной картины, локализующейся в плоскости голограммы, до ее максимального значения.

Пусть в случае  $l_2 = f$  двухэкспозиционная квази-Фурье-голограмма характеризует поперечное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности и центр фильтрующего отверстия в плоскости голограммы имеет координаты  $x_{03}$ , 0. Тогда распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра на стадии восстановления голограммы принимает вид

$$\begin{aligned} \tilde{u}(x_3, y_3) \sim p(x_3, y_3) & \left\{ \tilde{F}(x_3 + x_{03}, y_3) \otimes \right. \\ & \otimes \exp\left\{-\frac{ikR}{2f^2}[(x_3 + x_{03})^2 + y_3^2]\right\} \otimes \exp\left(\frac{ikx_{03}x_3}{f}\right) \tilde{P}(x_3, y_3) + \\ & + \tilde{F}(x_3 + x_{03}, y_3) \otimes \exp\left\{-\frac{ikR}{2f^2}[(x_3 + x_{03})^2 + y_3^2]\right\} \times \\ & \times \exp\left(-\frac{ikax_3}{f}\right) \otimes \exp\left[-\frac{ik(x_{03} - a)x_3}{f}\right] \tilde{P}(x_3, y_3) \left. \right\}. \quad (21) \end{aligned}$$

В результате выполнения преобразования Фурье-распределение комплексной амплитуды поля в Фурье-плоскости  $(x_4, y_4)$  определяется выражением

$$\begin{aligned} \tilde{u}(x_4, y_4) \sim & \left\{ p(x_4 - x_{03}, y_4) t(-x_4, -y_4) \exp\left(\frac{2ikx_{03}x_3}{f}\right) \times \right. \\ & \times \exp\left[\frac{ik}{2R}(x_4^2 + y_4^2)\right] + p(x_4 - x_{03} + a, y_4) \times \\ & \times t(-x_4, -y_4) \exp\left(\frac{2ikx_{03}x_3}{f}\right) \exp\left(\frac{ikx_{03}a}{f}\right) \times \\ & \times \exp\left\{\frac{ik}{2R}[(x_4 + a)^2 + y_4^2]\right\} \left. \right\} \otimes \tilde{P}_0(x_4, y_4). \quad (22) \end{aligned}$$

С учетом малости величины поперечного перемещения рассеивателя и малости ширины функции  $\tilde{P}_0(x_4, y_4)$  [10] по сравнению с периодом изменения функции

$$1 + \exp ik \left( \frac{ax_4}{R} + \frac{a^2}{2R} + \frac{ax_{03}}{f} \right)$$

распределение освещенности в Фурье-плоскости принимает вид

$$\begin{aligned} \tilde{I}(x_4, y_4) \sim & \left\{ 1 + \cos \left[ \frac{ka}{R} \left( x_4 + \frac{R}{f} x_{03} \right) + \frac{ka^2}{R} \right] \right\} \times \\ & \times \left| p(x_4 - x_{03}, y_4) t(-x_4, -y_4) \exp \left( \frac{i2kx_{03}x_4}{f} \right) \right| \times \\ & \times \exp \left[ \frac{ik}{2R} (x_4^2 + y_4^2) \right] \otimes \tilde{P}_0(x_4, y_4) \Big|^2. \end{aligned} \quad (23)$$

Из сравнения выражений (12), (23) следует, что, как и в общем случае, когда  $l_2 \neq f$ , имеет место смещение интерференционных полос относительно неподвижного изображения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности.

Пусть в случае  $l_2 = f$  двухэкспозиционная квази-Фурье-голограмма характеризует продольное перемещение рассеивателя и центр фильтрующего в плоскости голограммы отверстия, в пределах которого изменение фазы  $\frac{k\Delta l(x_3^2 + y_3^2)}{2f^2}$  не превосходит  $\pi$ , имеет координаты  $x_{03}, 0$ . Тогда распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра определяется выражением

$$\begin{aligned} \tilde{u}'(x_3, y_3) \sim & p(x_3, y_3) \left\{ \tilde{F}(x_3 + x_{03}, y_3) \otimes \right. \\ & \otimes \exp \left[ -\frac{ikR}{2f^2} [(x_3 + x_{03})^2 + y_3^2] \right] \otimes \exp \left( \frac{ikx_{03}x_3}{f} \right) \tilde{P}(x_3, y_3) + \\ & + \exp(ik\Delta l) \left\{ \tilde{F}(x_3 + x_{03}, y_3) \otimes \right. \\ & \otimes \exp \left[ -\frac{ik(R - \Delta l)}{2f^2} [(x_3 + x_{03})^2 + y_3^2] \right] \otimes \\ & \left. \left. \otimes \exp \left( \frac{ikx_{03}x_3}{f} \right) \tilde{P}(x_3, y_3) \right\} \right\}. \end{aligned} \quad (24)$$

В результате выполнения преобразований Фурье-распределение комплексной амплитуды поля в Фурье-плоскости принимает вид

$$\tilde{u}'(x_4, y_4) \sim \left\{ p(x_4 - x_{03}, y_4) t(-x_4, -y_4) \exp \left( \frac{i2kx_{03}x_4}{f} \right) \right\} \times$$

$$\begin{aligned} & \times \exp \left[ \frac{ik}{2R} (x_4^2 + y_4^2) \right] + \exp(ik\Delta l) p(x_4 - x_{03}, y_4) t(-x_4, -y_4) \times \\ & \times \exp \left( \frac{i2kx_{03}x_4}{f} \right) \exp \left[ \frac{ik}{2(R - \Delta l)} (x_4^2 + y_4^2) \right] \Big\} \otimes \tilde{P}_0(x_4, y_4), \end{aligned} \quad (25)$$

на основании которого с учетом вышеприведенного условия распределение освещенности в Фурье-плоскости определяется выражением

$$\begin{aligned} \tilde{I}(x_4, y_4) \sim & \left\{ 1 + \cos \left[ k\Delta l + \frac{k\Delta l}{2R^2} (x_4^2 + y_4^2) \right] \right\} \times \\ & \times \left| p(x_4 - x_{03}, y_4) t(-x_4, -y_4) \exp \left( \frac{i2kx_{03}x_4}{f} \right) \right| \times \\ & \times \exp \left[ \frac{ik}{2R} (x_4^2 + y_4^2) \right] \Big|^2. \end{aligned} \quad (26)$$

Из сравнения выражений (18), (26) следует, что в рассматриваемом частном случае ( $l_2 = f$ ) при выполнении пространственной фильтрации вне оптической оси в плоскости двухэкспозиционной квази-Фурье-голограммы, характеризующей продольное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, положение центра интерференционных полос относительно неподвижного изображения рассеивателя остается неизменным. Это объясняется отсутствием смещения в плоскости голограммы субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к спеклам первой экспозиции. Так, рис. 8, *а* соответствует выполнению пространственной фильтрации дифракционного поля на оптической оси, а рис. 8, *б* — на расстоянии  $x_{03} = 5$  мм. Двухэкспозиционная запись квази-Фурье-голограммы проводилась при следующих геометрических параметрах:  $l_1 = l_2 = f = 220$  мм,  $R = 220$  мм.

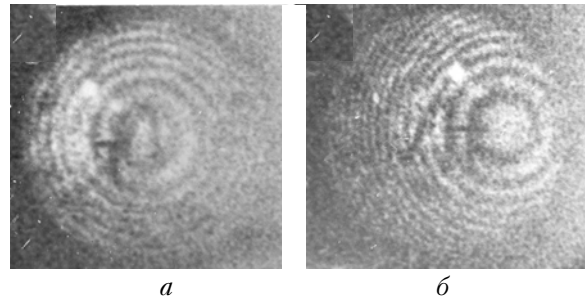


Рис. 8. Интерференционные картины, локализующиеся в плоскости формирования изображения рассеивателя, характеризующие его продольное перемещение и зарегистрированные при выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы: *а* — на оптической оси; *б* — вне оптической оси

Следует отметить, что динамика поведения «живых» интерференционных полос в таком случае заключается только в том, что изменится фаза интерференционной картины от 0 до  $\pi$ , когда центр фильтрующего отверстия перемещается от минимума ин-

терференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, до ее максимального значения.

Из вышеприведенного анализа формирования в диффузно рассеянных полях интерференционных картин, характеризующих поперечное или продольное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, становится очевидным то обстоятельство, что в случае двухэкспозиционной записи Фурье-голограммы ( $l_2 = f$ ) в ее плоскости локализуются «замороженные» интерференционные полосы. Следовательно, при сочетании поперечного и продольного перемещения рассеивателя в плоскости Фурье-голограммы в таком случае образуется «замороженная» интерференционная картина, так как в ней имеет место только сочетание однородного и неоднородного наклонов субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к спеклам первой экспозиции.

В качестве примера на рис. 9 представлена интерференционная картина, локализуемая в плоскости голограммы Фурье при  $l_1 = l_2 = f = 220$  мм и характеризующая поперечное перемещение рассеивателя на величину  $a = (0,04 \pm 0,002)$  мм и продольное перемещение —  $\Delta l = (1 \pm 0,002)$  мм.

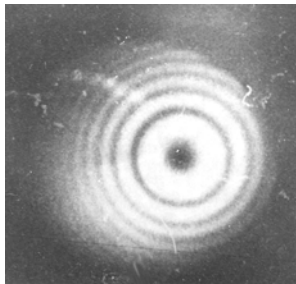


Рис. 9. Интерференционная картина, локализуемая в плоскости голограммы Фурье и характеризующая поперечное и продольное перемещения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности

При этом ее регистрация выполнялась с помощью объектива фотоаппарата без проведения пространственной фильтрации дифракционного поля. В таком случае регистрации пространственная протяженность интерференционной картины в плоскости голограммы ограничивается диаметром опорного пучка, который составлял на стадии записи голограммы 40 мм.

Таким образом, результаты проведенных исследований показали следующее. Как и в случае двухэкспозиционной записи с помощью отрицательной линзы квази-Фурье-голограммы, чувствительность интерферометра к поперечному или продольному перемещению диффузно рассеивающей свет плоской поверхности для интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, не зависит от радиуса кривизны сферической волны когерентного излучения, используемого для освещения рассеивателя. При этом она зависит как от величины, так и от знака радиуса кривизны для интерференционной картины, локализуемой в Фурье-плоскости и характеризующей поперечное перемещение рассеивателя при  $l_2 \neq f$  (для  $l_2 = f$  отсутствует

зависимость чувствительности интерферометра от знака радиуса кривизны).

В свою очередь для интерференционной картины, характеризующей продольное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности и локализуемой в Фурье-плоскости, отсутствует зависимость чувствительности от знака радиуса кривизны.

Кроме того, для регистрации интерферограмм необходимо выполнение пространственной фильтрации дифракционного поля в соответствующих плоскостях для получения теоретической оценки чувствительности к перемещениям рассеивателя.

Особенности записи с помощью положительной линзы двухэкспозиционной квази-Фурье-голограммы для контроля поперечного или продольного перемещения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности состоят в том, что для фиксированных  $d, f, l_1$ , величины и знака радиуса кривизны  $R$  чувствительность интерферометра всегда выше при регистрации интерференционной картины, локализуемой в Фурье-плоскости, при  $l_2 < f$ , из-за меньшего размера субъективного спекла в плоскости голограммы по сравнению со случаем, когда  $l_2 > f$ .

Как и при двухэкспозиционной записи с помощью отрицательной линзы голограммы Фурье, характеризующей поперечное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, интерференционная картина локализуется только в плоскости голограммы, в которой отсутствует смещение субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к спеклам первой экспозиции.

В свою очередь, для голограммы Фурье, характеризующей продольное перемещение рассеивателя, необходимо выполнение пространственной фильтрации дифракционного поля при регистрации интерференционной картины, локализуемой в ее плоскости, из-за неоднородного смещения субъективных спеклов второй экспозиции при  $l_2 \neq f$ .

В частном случае  $l_2 = f$  из-за отсутствия смещения субъективных спеклов второй экспозиции в плоскости голограммы Фурье как при поперечном, так и продольном перемещении рассеивателя, интерференционная картина локализуется только в плоскости голограммы, и для ее регистрации отсутствует необходимость в проведении пространственной фильтрации дифракционного поля.

1. Гусев В.Г. Формирование в диффузно рассеянных полях интерференционных картин при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля двухэкспозиционных квази-Фурье- и Фурье-голограмм. Часть I // Оптика атмосф. и океана. 2006. Т. 19. № 5. С. 455–464.
2. Гудмен Д. Введение в Фурье-оптику. М.: Мир, 1970. 360 с.
3. Гусев В.Г. Формирование в диффузно рассеянных полях интерференционных картин при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля двухэкспозиционной голограммы сфокусированного изображения рассеивателя // Оптика атмосф. и океана. 2006. Т. 19. № 1. С. 84–94.
4. Франсон М. Оптика спеклов. М.: Мир, 1980. 158 с.
5. Гусев В.Г. Формирование интерферограмм бокового сдвига в диффузно рассеянных полях при двухэкспо-

- зиционной записи голограммы Фурье // Оптика атмосф. и океана. 1992. Т. 5. № 2. С. 115–124.
6. *Гусев В.Г.* Пространственная фильтрация голографических интерферограмм бокового сдвига // Оптика и спектроскопия. 1991. Т. 71. Вып. 1. С. 171–174.
7. *Гусев В.Г.* Пространственная фильтрация голографических интерферограмм бокового сдвига // Оптика и спектроскопия. 1990. Т. 69. Вып. 5. С. 1125–1128.
8. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1970. 846 с.
9. *Гусев В.Г.* Формирование интерферограммы бокового сдвига при двухэкспозиционной записи линзовой спеклограммы Фурье матового экрана // Оптика атмосф. и океана. 1997. Т. 10. № 3. С. 255–263.
10. *Джоунс Р., Уайкс К.* Голографическая и спекл-интерферометрия. М.: Мир, 1986. 320 с.

***V.G. Gusev. Formation of interferograms in diffusively scattered fields due to spatial filtration of the diffractive field of the double-exposure quasi-Fourier and Fourier holograms. Part II.***

Analysis of sensitivity of a holographic interferometer, based on a two-exposure record made with the help of a positive lens quasi-Fourier and Fourier holograms, to transversal or longitudinal displacements of the plane surface diffusively scattered light is presented. It is shown that interference patterns are located in the hologram plane and Fourier-plane. Spatial filtration of a diffractive field provided recording of the interference pattern. The experimental results are in a good agreement with theoretical arguments.