

УДК 535.8 + 532.591

Определение фазовых скоростей по оптическим изображениям морской поверхности

А.С. Запевалов^{1, 2*}

¹Морской гидрофизический институт РАН
299011, г. Севастополь, ул. Капитанская, 2

²Севастопольский государственный университет
299053, г. Севастополь, ул. Университетская, 33

Поступила в редакцию 5.02.2020 г.

Анализируется противоречие между результатами определения фазовых скоростей морских волн по оптическим изображениям морской поверхности и по данным *in situ* измерений массивом волнографических датчиков. Полученные по оптическим изображениям оценки фазовой скорости хорошо соответствуют теоретическим значениям, следующим из линейного дисперсионного соотношения для гравитационных волн. При *in situ* волнографических измерениях фазовые скорости превышают теоретические значения. Показано, что превышение вызвано тем, что при *in situ* измерениях вклад в фазовый спектр дают волны, пришедшие с разных направлений и имеющие разные проекции фазовой скорости на направление, в котором спектр определяется.

Ключевые слова: оптическое изображение, волнографические измерения, дисперсионное соотношение, фазовая скорость; optical image, wave measurements, dispersion ratio, phase velocity.

Введение

В последние годы был запущен ряд спутников с аппаратурой на борту, которая дает возможность получать оптические изображения морской поверхности с высоким пространственным разрешением и небольшим сдвигом во времени [1, 2]. Эти данные позволили оценить фазовые скорости поверхностных волн, которые рассчитывались путем кросс-спектрального анализа по двум последовательным изображениям морской поверхности [3]. На масштабах, близких к масштабу доминантных волн, было установлено, что характеристики поверхностных волн соответствуют линейному дисперсионному соотношению для гравитационных волн. Линейное дисперсионное соотношение для гравитационных волн на «глубокой воде», где влиянием дна можно пренебречь, имеет вид [4]:

$$\omega^2 = gk, \quad (1)$$

где ω — циклическая частота; g — гравитационное ускорение; k — волновое число. Оценки фазовых скоростей хорошо согласуются с теоретическими значениями

$$C_T = \omega/k = \sqrt{g/k} = g/\omega. \quad (2)$$

Нижний индекс T означает, что фазовая скорость рассчитана на основе дисперсионного соотношения (1).

Ранее подобные эксперименты по дистанционному определению пространственно-временных характеристик поверхностных волн проводились с помощью установленной на самолете цифровой камеры [5, 6]. В самолетных экспериментах также было подтверждено выполнение дисперсионного соотношения (1). Механизмы формирования изображения морской поверхности при наклонном визировании описаны в [7–9].

В то же время ряд экспериментов, проведенных с помощью массива разнесенных по пространству волнографических датчиков, показал нарушение дисперсионного соотношения (1) [4, 10]. Измеренные фазовые скорости C превышали их теоретические значения C_T на 10–30%; эта разница растет при смещении в коротковолновую область. С увеличением расстояния уровень когерентности снижался быстрее, чем это следует из линейной модели морских волн [11]. Эти результаты были подтверждены в лабораторных экспериментах, выполненных в ветровольных лотках [12, 13].

Таким образом, существуют две группы результатов определения фазовой скорости поверхностных волн, которые противоречат друг другу. Согласно расчетам фазовых скоростей по изображениям морской поверхности, они соответствуют теоретическому значению (2), следующему из дисперсионного соотношения (1), тогда как результаты прямых *in situ* измерений свидетельствуют о том, что существуют заметные отклонения от дисперсионного соотношения. Цель настоящей работы — анализ этого противоречия.

* Александр Сергеевич Запевалов (sevzepter@mail.ru).

Пространственно-временная структура поля морских волн

Рассмотрим пространственно-однородное стационарное волновое поле, которое представляет собой суперпозицию линейных волн, подчиняющихся линейному дисперсионному уравнению (1). Подобное поле можно описать трехмерным спектром, полученным путем Фурье-преобразования пространственно-временной ковариационной функции смещений морской поверхности $\psi(\mathbf{r}, t) = \xi(\mathbf{x}, t_0)\xi(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t_0 + t)$ [14]:

$$G(\mathbf{k}, \omega) = (2\pi)^{-3} \iint \psi(\mathbf{r}, t) \exp(-i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)) d\mathbf{r} dt, \quad (3)$$

где \mathbf{r} – вектор, соединяющий две точки в пространстве; t – время; ξ – волновое смещение морской поверхности относительно среднего уровня моря; \mathbf{x} – пространственная координата; t_0 – сдвиг во времени; \mathbf{k} – волновой вектор.

Кросс-спектр волновых смещений в двух точках, связанных вектором \mathbf{r}_0 , можно записать в виде

$$\Phi_A(\mathbf{r}_0, \omega) = (2\pi)^{-1} \int \psi(\mathbf{r}_0, t) \exp(i\omega t) dt. \quad (4)$$

Учитывая (3), получаем

$$\Phi_A(\mathbf{r}_0, \omega) = \int G_A(\mathbf{k}, \omega) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}_0) d\mathbf{k}. \quad (5)$$

Здесь и далее нижними индексами A и I будем обозначать пространственно-временные характеристики, полученные по данным измерений массивом разнесенных по пространству датчиков и по оптическим изображениям морской поверхности соответственно. Если нижний индекс отсутствует, то выражение справедливо для всех характеристик независимо от метода, которым они получены.

Если волны подчиняются дисперсионному соотношению (1), то

$$G_A(\mathbf{k}, \omega) = \Xi_A(\mathbf{k}) \delta(\omega - \sqrt{gk}), \quad (6)$$

где $\Xi_A(\mathbf{k})$ – спектр возвышений, определенный в пространстве волновых векторов.

Перейдем в полярную систему координат [15]:

$$\begin{aligned} \Phi_A(\mathbf{r}_0, \omega) &= \\ &= \iint \Psi_A(k, \alpha) \delta(\omega - \sqrt{gk}) \exp(ikr_0 \cos \alpha) k dk d\alpha, \quad (7) \end{aligned}$$

где $r_0 = |\mathbf{r}_0|$; направление $\alpha = 0$ выбрано совпадающим с направлением вектора \mathbf{r}_0 . Для гравитационных волн, удовлетворяющих (1), получаем

$$\Phi_A(\mathbf{r}_0, \omega) = \int \Psi_A(\omega, \alpha) \exp\left(i\frac{\omega^2 r_0}{g} \cos \alpha\right) d\alpha. \quad (8)$$

Частотно-угловой спектр обычно представляют в виде

$$\Psi_A(\omega, \alpha) = S(\omega) \Theta(\omega, \alpha), \quad (9)$$

где $S(\omega)$ – частотный спектр; $\Theta(\omega, \alpha)$ – функция углового распределения волновой энергии, удовлетворяющая условию нормировки

$$\int_0^{2\pi} \Theta(\omega, \alpha) d\alpha = 1. \quad (10)$$

Подставляя (9) в (8), получаем

$$\Phi_A(r_0, \alpha, \omega) = \int S(\omega) \Theta(\omega, \alpha) \exp\left(i\frac{\omega^2 r_0}{g} \cos \alpha\right) d\alpha. \quad (11)$$

Фазовый спектр определяется отношением мнимой и действительной частей кросс-спектра [16]. Из (11) для линейного волнового поля получаем фазовый спектр

$$\begin{aligned} F_A(r_0, \alpha, \omega) &= \\ &= \arctg \left\{ \frac{\text{Im} \left[\int \Theta(\omega, \alpha) \sin\left(\frac{\omega^2 r_0}{g} \cos \alpha\right) d\alpha \right]}{\text{Re} \left[\int \Theta(\omega, \alpha) \cos\left(\frac{\omega^2 r_0}{g} \cos \alpha\right) d\alpha \right]} \right\}. \quad (12) \end{aligned}$$

Фазовая скорость связана с фазовым сдвигом соотношением [4]:

$$C_A(\omega) = \omega r_0 / F_A(r_0, \alpha, \omega). \quad (13)$$

Кросс-спектр двух изображений, полученный со сдвигом во времени Δt , аналогично (5) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \Phi_I(\mathbf{k}, \Delta t) &= \int X(\mathbf{k}, \omega) \exp(i\omega \Delta t) d\omega = \\ &= \int \Xi_I(\mathbf{k}) \delta(\omega - \sqrt{gk}) \exp(i\omega \Delta t) d\omega. \quad (14) \end{aligned}$$

Перейдем в полярную систему координат и представим двумерный спектр в форме

$$\Psi_I(k, \alpha) = S_k(k) \Theta(k, \alpha), \quad (15)$$

где $S_k(k)$ – одномерный спектр волновых чисел.

Учитывая, что $\omega \Delta t = k C_T \Delta t = (2\pi/\lambda)L$, где L – расстояние, которое проходит гребень волны с волновым числом k за промежуток времени, равный Δt , получаем выражение для кросс-спектра

$$\Phi_I(\mathbf{k}, \Delta t) = S_k(k) \Theta(k, \alpha) \exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda} L\right), \quad (16)$$

откуда следует

$$F_I(k, \alpha, \Delta t) = \arctg\left(\frac{2\pi}{\lambda} L\right). \quad (17)$$

Здесь важно отметить, что в линейном волновом поле фазовый спектр $F_I(k, \alpha, \Delta t)$ не зависит от направления.

Численное моделирование

Для численного анализа введем безразмерное расстояние $\varepsilon = r_0/\lambda$, т.е. расстояние, измеренное в длинах волны. Для гравитационных волн из дисперсионного соотношения (1) получаем $\omega^2 r_0/g = kT\Delta t = 2\pi\varepsilon$.

При расчете фазовых спектров в волновом поле необходимо учитывать уровень квадратичной функции когерентности

$$R^2(\varepsilon) = \frac{|\Phi(\varepsilon)|^2}{S^2}, \quad (18)$$

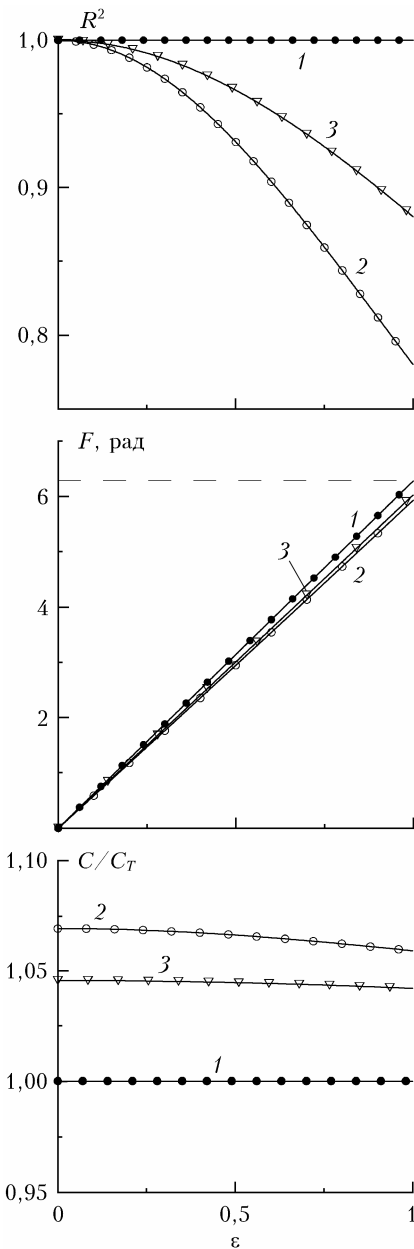
где Φ – кросс-спектр; S – одномерный спектр, построенные в пространстве частот или в пространстве волновых чисел. Квадратичная функция когерентности является мерой устойчивости фазовых соотношений [16].

Из приведенного выше анализа следует, что построенный по изображениям линейного волнового поля кросс-спектр смещений поверхности не зависит от функции углового распределения волновой энергии. Для оценок когерентности и фазовой скорости справедливы тождества $R_T^2(k, \varepsilon) \equiv 1$ и $C_T(k) \equiv C_T(k)$.

В то же время в трехмерном линейном волновом поле, в котором функцию $\Theta(\omega, \alpha)$ нельзя описать дельта-функцией Дирака, фазовый спектр $\Phi_A(\mathbf{r}_0, \omega)$, построенный по данным массива разнесенных по пространству датчиков, зависит от распределения волновой энергии по направлениям. Это вызвано тем, что вклад в фазовый спектр дают волны, пришедшие с разных направлений и имеющие разные проекции фазовой скорости на направление вектора \mathbf{r}_0 . Следовательно, оценки фазовой скорости зависят от $\Theta(\omega, \alpha)$. Особенностью расчета фазового спектра $\Phi_A(\mathbf{r}_0, \omega)$ является то, что его значения нелинейно меняются с изменением расстояния между датчиками r_0 , а значит и оценки фазовой скорости также зависят от r_0 [17, 18].

Полученные двумя способами зависимости пространственно-временных характеристик линейного волнового поля приведены на рисунке. При расчетах использовалась модель функции углового распределения, где учитывается зависимость ширины углового распределения от стадии развития волнового поля, которую принято характеризовать параметром $\tau = C_0/U_{10}$, где C_0 – фазовая скорость доминантных волн; U_{10} – скорость ветра на высоте 10 м [19]. По мере развития волновое поле становится более узконаправленным. Расчеты проводились для доминантных волн при $\tau = 0,83$ и 1,5. Чем меньше τ , тем более поздней стадии развития она соответствует. Для полностью развитого волнения $\tau = 0,83$.

Отклонения рассчитанных по измерениям *in situ* значений фазовой скорости C_A от теоретического значения C_T существуют даже на масштабе доминантных волн. На более высоких частотах (для более коротких волн) угловое распределение



Зависимости функции когерентности R^2 , фазового сдвига F и относительной фазовой скорости C/C_T от безразмерного расстояния ε : расчет по кросс-спектру Φ_I (кривая 1); расчеты по кросс-спектру Φ_A при двух стадиях развития волнового поля $\tau = 1,5$ и $0,83$ (кривые 2 и 3 соответственно)

волновой энергии расширяется и отклонения возрастают.

Заключение

В настоящее время существуют две группы результатов определения фазовых скоростей поверхностных волн, полученных по измерениям разнесенных по пространству волнографических датчиков и по оптическим изображениям морской поверхности.

Эти результаты противоречат друг другу. В первом случае наблюдаются отклонения от значений, следующих из линейного дисперсионного соотношения. Во втором случае имеет место соответствие рассчитанных значений фазовых скоростей дисперсионному соотношению. Указанное противоречие вызвано тем, что при *in situ* измерениях вклад в кросс-спектр возвышенный поверхности в двух точках, связанных вектором \mathbf{r}_0 , дают волны, пришедшие с разных направлений и имеющие разные проекции фазовой скорости на направление \mathbf{r}_0 .

При расчете фазовых скоростей по оптическим изображениям можно исключить эффекты, связанные с угловым распределением волновой энергии. Это позволяет оценить проявления нелинейности морских волн, а также пределы применимости линейной модели при их описании.

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме № 0827-2018-0002 «Развитие методов оперативной океанологии на основе междисциплинарных исследований процессов формирования и эволюции морской среды и математического моделирования с привлечением данных дистанционных и контактных измерений».

1. Юровская М.В., Кудрявцев В.Н., Станичный С.В. Восстановление кинематических характеристик поверхностного волнения и батиметрии по многоканальным оптическим снимкам комплекса «Геотон-Л1» на спутнике «Ресурс-П» // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2019. Т. 16, № 2. С. 218–226.
2. Kudryavtsev V., Yurovskaya M., Chapron B., Colard F., Donlon C. (2017a) Sun glitter imagery of ocean surface waves: Part 1. Directional spectrum retrieval and validation // J. Geophys. Res.: Oceans. 2017. V. 122, N 2. P. 1369–1383. DOI: 10.1002/2016JC012425.
3. Kudryavtsev V., Yurovskaya M., Chapron B., Colard F., Donlon C. (2017b) Sun glitter imagery of surface waves. Part 2: Waves transformation on ocean currents // J. Geophys. Res.: Oceans. 2017. V. 122, N 2. P. 1384–1399. DOI: 10.1002/2016JC012426.
4. Ефимов В.В., Соловьев Ю.П., Христофоров Г.Н. Экспериментальное определение фазовой скорости распространения спектральных составляющих морского ветрового волнения // Изв. АН СССР. Физ. атмосфер. и океана. 1972. Т. 8, № 4. С. 435–446.
5. Dugan J.P., Piotrowski C.C., Williams J.Z. Water depth and surface current retrievals from airborne optical measurements of surface gravity wave dispersion // J. Geophys. Res. 2001. V. 106(C8). P. 16903–16915.
6. Dugan J.J., Piotrowski C.C. Surface currents measured from a sequence of airborne camera images // Proc. IEEE. OES Seventh Working Conf. on Current Meas. Technol. 2003. DOI: 10.1109/ccm.2003.1194284.
7. Bakhanov V.V., Demakova A.A., Korinenko A.E., Ryabkova M.S., Titov V.I. Estimation of the wind wave spectra with centimeters-to-meter lengths by the sea surface images // Phys. Oceanogr. 2018. V. 25, N 3. P. 177–190.
8. Запевалов А.С., Лебедев Н.Е. Моделирование статистических характеристик поверхности океана при дистанционном зондировании в оптическом диапазоне // Оптика атмосфер. и океана. 2014. Т. 27, № 1. С. 28–33; Zapevalov A.S., Lebedev N.E. Simulation of statistical characteristics of sea surface during remote optical sensing // Atmos. Ocean. Opt. 2014. V. 27, N 4. P. 487–492.
9. Запевалов А.С. Определение статистических моментов уклонов морской поверхности оптическими сканерами // Оптика атмосфер. и океана. 2017. Т. 30, № 9. С. 789–793. DOI: 10.15372/AOO20170907; Zapevalov A.S. Determination of the statistical moments of sea-surface slopes by optical scanners // Atmos. Ocean. Opt. 2018. V. 31, N 1. P. 91–95. DOI: 10.1134/S1024856018010141.
10. Von Zweck O. Observations of propagation characteristics of a wind-driven sea. Ph.D. thesis, Mass. Inst. of Technol., Cambridge, Mass., 1970. 99 p.
11. Запевалов А.С., Большаков А.Н., Смолов В.Е. Исследования уровня когерентности морских поверхностных волн // Изв. РАН. Физ. атмосфер. и океана. 2004. Т. 40, № 4. С. 545–549.
12. Ramamonjiarisoa A., Giovanangeli J.P. Observations de la propagation des vagues engendrees par le vent au large // C.R. Hehd Seances Acad. Sci. Ser. B. 1978. V. 287. P. 133–136.
13. Lake B.M., Yuen H.C. A new model for nonlinear wind waves // J. Fluid Mech. 1978. V. 88. P. 33–62.
14. Ефимов В.В. Динамика волновых процессов в пограничных слоях атмосферы и океана. Киев: Наукова думка, 1981. 255 с.
15. Филинц О.М. Динамика верхнего слоя океана. Л.: Гидрометеиздат, 1980. 319 с.
16. Jenkins M.G., Watts D.G. Spectral analysis and its applications. San Francisco: Holden-Day, 1968. 554 p.
17. Dudis J.J. Interpretation of phase velocity measurements of wind-generated surface waves // J. Fluid Mech. 1981. V. 113. P. 241–249.
18. Показеев К.В., Запевалов А.С. К расчету фазовых скоростей в поле морских поверхностных волн // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3: Физика. Астрономия. 2019. № 4. С. 65–70.
19. Donelan M.A., Hamilton J., Hui W.H. Directional spectra of wind-generated waves // Philos. Trans. Roy. Soc. A. 1985. V. 315. P. 509–562.

A.S. Zapevalov. Determination of phase velocities from optical images of the sea surface.

The contradiction between the results of determining the phase velocities of sea waves from optical images of the sea surface and data of *in situ* measurements by an array of wave sensors is analyzed. The phase velocity estimates obtained from optical images well correspond to the theoretical values derived from the linear dispersion relation for gravitational waves. For *in situ* waveform measurements, the phase velocities exceed the theoretical values. It is shown that the excess is caused by the fact that when *in situ* measurements are made, the contribution to the phase spectrum is given by waves that come from different directions and have different projections of the phase velocity in the direction in which it is determined.