

О.Б. Родимова

## Одномерная радиационная модель с явной зависимостью от температуры

*Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск*

Поступила в редакцию 28.05.2001 г.

Сформулирована простая радиационная модель, относящаяся к классу одномерных радиационных моделей. Модель описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями для температур слоев. Температурная зависимость в рассматриваемых уравнениях определяется функцией Планка, причем эта зависимость явная. Модель позволяет исследовать влияние изменений концентраций малых газовых составляющих атмосферы на изменение высотного хода температуры атмосферы, на характеристики устойчивости стационарного профиля, а также на времена релаксации к стационарному состоянию. Показано, что при вариации концентраций поглощающих веществ в 2–3 раза от имеющихся стационарное состояние не меняет своего характера, оставаясь устойчивым узлом. Изменение концентраций сказывается на степени устойчивости, меняя времена релаксации к стационарному состоянию, причем эти изменения увеличиваются с ростом высоты. Показано, что введение альbedo-температурной связи может приводить к появлению дополнительного устойчивого профиля температуры с более низкой температурой, чем нынешняя.

### Введение

В настоящее время общепризнано, что климатическая система в высокой степени нелинейна и поэтому может, в принципе, демонстрировать особенности катастрофического характера. Большие модели мало приспособлены для нахождения качественных особенностей такого рода. В то же время есть много вопросов, касающихся поведения климатической системы, на которые нужны ответы типа «да», «нет», по крайней мере на первом этапе. Например, какие изменения концентраций малых газовых составляющих атмосферы, в частности озона, могут привести к катастрофическим скачкообразным изменениям температуры и т.п.

Соответствующие процессы являются глобальными и поэтому должны, помимо полных климатических моделей, описываться в рамках достаточно простых моделей, принимающих во внимание именно эти процессы. Простые модели могут играть роль гида для сложных моделей, указывая области параметров, в которых поиск проявлений качественных особенностей мог бы, вероятнее всего, быть успешным. Качественные особенности простой модели, в принципе, могут сохраняться при переходе к более сложным моделям.

Поведение простых нелинейных моделей может быть исчерпывающе исследовано на основе теории динамических систем. В частности, для них находятся все возможные стационарные состояния, характер их устойчивости и изменение этих характеристик при вариациях параметров системы. Области значений параметров, в которых могут появляться качественные изменения, должны далее испытываться в рамках полных трехмерных моделей. Появившиеся в 70-е гг. простые модели глобального характера [1, 2] показали,

что, несмотря на разнообразие и многочисленность факторов, влияющих на климат, основные черты эволюции климата отражаются ими вполне адекватно.

Простейшая климатическая модель учитывает количество лучистой энергии, поступающей к планете, и потери тепла планетой за счет собственного длинноволнового излучения. Хорошо известно, что при учете альbedo-температурной связи в простейшей нуль-мерной климатической модели, описывающей энергетический баланс Земли в целом, существуют три стационарных состояния, из которых два устойчивы [3, 4]. Незначительное изменение солнечной постоянной, являющейся параметром в уравнении этой модели, приводит к переходу из теперешнего стационарного состояния в состояние, отличающееся гораздо более низкой температурой.

Следующий шаг – от нуль-мерных моделей к одномерным – можно сделать в двух направлениях, именно, разворачивая их по широте или по высоте. Исторически первыми были предложены Будыко [1] и Селлерсом [5] широтные модели, с которыми связана интересная физическая задача о влиянии вариаций солнечного излучения на положение границы сплошного оледенения. Структура их стационарных состояний подробно исследована в ряде работ [2, 6–12].

Одномерные климатические модели, пространственной переменной в которых является высота, получили название радиационных моделей. Результатом вычислений в этих моделях является вертикальное распределение температуры. Оно формируется, в основном, радиационными процессами нагревания и выхолаживания. Радиационные модели, учитывающие конвекцию, называют радиационно-конвективными моделями. Они чаще всего используются при исследовании

влияния на климат изменений концентраций поглощающих веществ, присутствующих в атмосфере (см., например, [13–16]). Уравнения радиационной модели имеют вид [13]:

$$\frac{\partial T(p)}{\partial t} \propto \partial [F^\uparrow(p) - F^\downarrow(p)] / \partial p, \quad (1)$$

где проинтегрированные по частоте восходящий  $F^\uparrow(p)$  и нисходящий  $F^\downarrow(p)$  потоки длинноволнового и солнечного излучения записаны для плоскопараллельной атмосферы.

При решении этой задачи атмосфера разбивается на некоторое количество слоев по высоте, и вместо (1) появляется система дифференциальных уравнений для температур слоев  $T^{(k)}$ . Вертикальный профиль температуры получается как результат решения этой системы уравнений. Для ее решения применяется, как правило, метод установления [13]. Температура  $T^{(k+1)}(z_i)$  в момент  $t_{k+1} = t_k + \Delta t$  находится как

$$T^{(k+1)}(p_i) = T^{(k)}(p_i) + \partial T / \partial t \Big|_{T^{(k)}} \Delta t, \quad (2)$$

и процесс повторяется до выполнения заданного условия сходимости. В радиационно-конвективных моделях в процессе счета производится замена температурного градиента на заданную величину, если он оказывается больше ее (конвективное приспособление).

Несмотря на большое количество работ, выполненных в рамках радиационно-конвективных моделей, качественным исследованиям поведения высотного хода температуры до настоящего времени не уделялось достаточного внимания.

## 1. Формулировка модели

Простая одномерная модель температурного режима атмосферы, которая поддавалась бы качественному анализу, может быть сформулирована на основе обычных уравнений радиационной модели (1), если пренебречь в выражениях для радиационных потоков зависимостью функций пропускания от температуры, так чтобы вся температурная зависимость определялась функциями Планка. К полученным обыкновенным нелинейным дифференциальным уравнениям для температур слоев уже применимы стандартные способы нахождения стационарных состояний и характера их устойчивости. В частности, такая модель позволяет исследовать и влияние вариаций концентраций малых газовых составляющих атмосферы на изменение высотного хода температуры атмосферы, на характеристики устойчивости стационарного профиля, а также на времена релаксации к стационарному состоянию.

В качестве параметров модель содержит функции пропускания, обусловленные учитываемыми поглощающими газами. Желательно, чтобы расчеты по простой модели были достаточно быстрыми и обеспечивали возможность исследования большого числа ситуаций. Поэтому в простой модели не нужны слишком большие точности расчета – она предназначена прежде

всего для обнаружения качественных скачков, положение которых должно далее уточняться в сложной модели. Для расчета радиационных потоков использованы аппроксимационные формулы [17, 18] для функций пропускания водяного пара, углекислого газа и озона для коротковолнового и длинноволнового диапазонов.

Стационарные состояния находились путем решения алгебраических уравнений для их координат, а также из непосредственного решения дифференциальных уравнений с получением зависимости координат от времени (напомним, что в качестве стационарного состояния выступает высотный профиль температуры, а в качестве координат стационарного состояния – температуры слоев). Оба варианта приводят к одинаковым результатам.

Приведенные ниже численные результаты получены для стандартной 33-слойной модели безоблачной атмосферы «лето средних широт». Отметим, что на настоящем этапе конвекция не учитывается, что, как известно, приводит к завышению температуры на поверхности Земли.

## 2. Тестовые расчеты

Расчеты для известных ситуаций, проведенные с помощью описанной модели, убеждают, что, несмотря на упрощения, она дает качественно верные результаты.

Так, если не принимать во внимание солнечное излучение, естественным результатом будет полное выхолаживание системы. Несмотря на различные методы определения стационарного профиля температуры, наши расчеты довольно хорошо коррелируют с пионерскими результатами [13] (рис. 1).

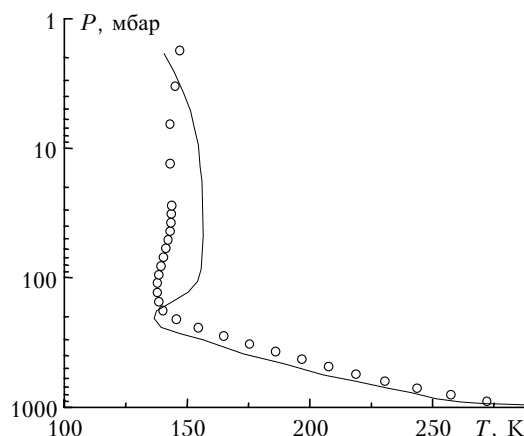


Рис. 1. Распределение температуры при чисто лучистом равновесии без учета коротковолновой радиации при фиксированной температуре поверхности (289 К) без учета конвекции: — —  $H_2O$ ,  $CO_2$ ,  $O_3$  [13];  $\circ$  —  $H_2O$ ,  $CO_2$ ,  $O_3$  и континуум водяного пара, наш расчет

Изменение концентрации озона, как хорошо известно, заметно влияет на ход температуры выше тропопаузы. Характерный минимум на высотах тропопаузы появляется лишь при учете поглощения озона. Наличие слоя на некоторой высоте, полностью

поглощающего солнечное излучение, приводит к понижению температуры поверхности – явление, аналогичное ситуации «ядерной зимы».

Было также рассмотрено поведение радиационно-равновесной температуры для различных комбинаций поглощающих газов, которые были ранее рассчитаны с помощью достаточно подробной радиационной модели методом установления [19]. Наши кривые посчитаны с другими значениями зенитного угла и альбеда. Поэтому в целом согласно можно считать неплохим, рис. 2 (ср. с рис. 7.2 в [19]).

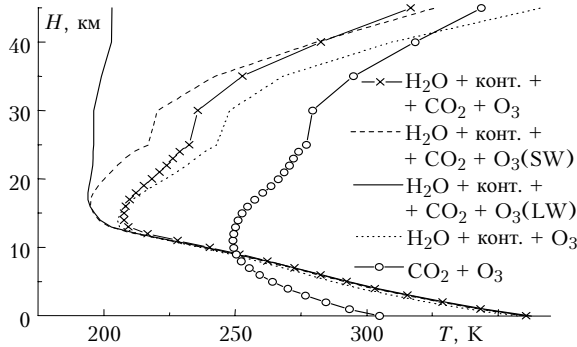


Рис. 2. Высотный профиль температуры для обозначенных на рисунке поглощающих газов.  $O_3(SW)$  и  $O_3(LW)$  обозначают, что озон поглощает только коротковолновое или только длинноволновое излучение соответственно

Проведенные расчеты показывают, что приближения, сделанные при формулировке нашей простой радиационной модели, – это, в основном, пренебре-

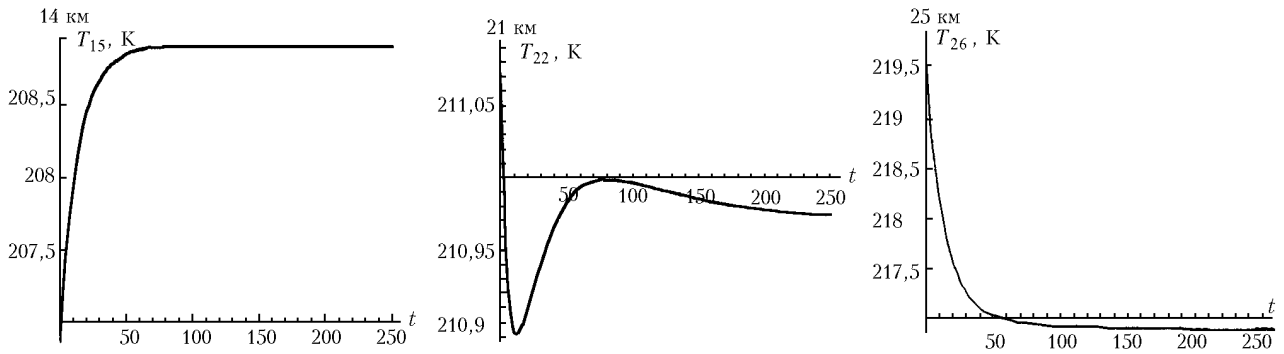


Рис. 3. Релаксация температур отдельных атмосферных слоев к стационарному состоянию при уменьшении вдвое концентрации озона на высотах 20–25 км; время – сут

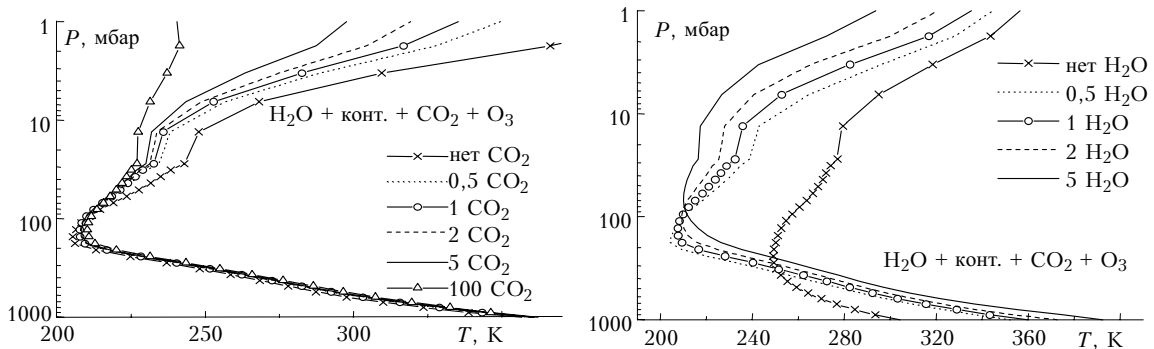


Рис. 4. Изменение температурного профиля при пропорциональных вариациях концентрации углекислого газа и водяного пара

жение температурной зависимостью функций пропускания в процессе решения – обеспечивают достаточно реалистичное поведение температуры с высотой. Это позволило нам обратиться к исследованию устойчивости высотного хода температуры при вариациях параметров модели.

### 3. Устойчивость высотного хода температуры при вариациях концентраций газовых составляющих атмосферы

Проведенные расчеты показали, что традиционно исследуемые однородные по высоте вариации концентраций водяного пара и углекислого газа в 0,5 – 2 раза не приводят к нарушению устойчивости стационарного состояния – оно остается устойчивым узлом. Изменение концентраций сказывается на степени устойчивости, меняя времена релаксации к стационарному состоянию, причем эти изменения увеличиваются с ростом высоты. Модель позволяет оценить эти времена релаксации, исходя из непосредственного решения дифференциальных уравнений для температур атмосферных слоев (рис. 3, ср. с данными [20]).

В дальнейших исследованиях размах изменений концентраций был существенно увеличен. Ниже приведены результаты расчетов высотного хода температуры при изменении концентраций поглощающих веществ, включенных в модель. На рис. 4 показан высотный ход температуры при пропорциональном

изменении концентрации углекислого газа и водяного пара во всех атмосферных слоях, рис. 5 демонстрирует то же самое в случае изменения концентрации озона.

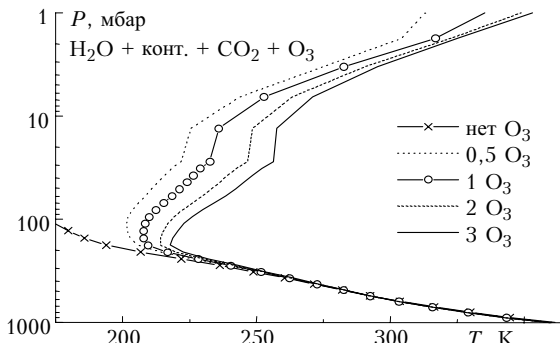


Рис. 5. Изменение температурного профиля при пропорциональных вариациях концентрации озона

Полученные результаты приводят к следующим общим выводам. Изменение концентраций  $O_3$  и  $CO_2$  влияет, в основном, на ход температуры в верхних слоях атмосферы, причем рост концентрации  $O_3$  приводит к повышению температуры верхних слоев, а рост концентрации  $CO_2$  к ее понижению. Изменение температуры поверхности в результате изменения концентрации  $CO_2$  несколько больше, чем в результате изменения концентрации озона, но все равно мало по сравнению с изменением температуры поверхности из-за изменения концентрации водяного пара. Отметим еще раз, что при исследованных изменениях концентраций стационарное состояние остается устойчивым узлом. Но при увеличении концентрации  $O_3$ , превышающей нынешнюю в  $\sim 3,5$  раза, устойчивость температурного хода нарушается. Похоже, что в этом 33-мерном состоянии начинают появляться седловые секторы. Однако этот вопрос требует дальнейших исследований.

Не все возможности вариаций к настоящему времени рассмотрены. Так, введение в уравнения температурной зависимости поглощения и конвекции может, в принципе, поколебать вывод о неизменной устойчивости высотного профиля температуры, так как приведет к появлению в уравнениях членов с другим типом нелинейности. К тем же последствиям, как оказалось, может привести и учет температурной зависимости альбедо.

#### 4. Устойчивость высотного хода температуры при вариациях альбедо-температурной связи

Для однослойной радиационной модели с альбедо-температурной связью для земных условий имеются два устойчивых стационарных радиационных режима, разделенных неустойчивым состоянием [21]. Система уравнений двухслойной модели [22] «суша + атмосфера» ( $T_s$  – температура поверхности,  $T_a$  – температура атмосферы,  $\sigma$  – постоянная Стефана – Больцмана)

$$dT_s/dt = \sigma T_a^4 (1 - D_w) - \sigma T_s^4 + F^\downarrow D_s (1 - \alpha),$$

$$dT_a/dt = \sigma T_s^4 (1 - D_w) -$$

$$- 2\sigma T_a^4 (1 - D_w) + F^\downarrow (1 - D_s) \alpha$$
(3)

имеет один устойчивый узел в физической части плоскости переменных  $T_s, T_a$ , который не теряет устойчивости в широких пределах изменения функций пропускания атмосферой теплового  $D_w$  и солнечного  $D_s$  излучения.

Мы ввели в уравнения (3) альбедо-температурную связь, аппроксимировав выражение для альбедо  $\alpha(T_s)$  в присутствии ледяного покрова [23]:

$$\alpha = \alpha_1 + 0,17 (Z - 0,88) - 0,017 (T - 283,15)$$
(4)

функцией

$$\alpha = (a + \arctg [b (-T + c)]) / d.$$
(5)

Изменение параметра  $c$  в (5) смещает кривую параллельно вертикальной оси. Вариации параметра  $c$  в выражении для альбедо приводят к поведению температуры и устойчивости, предполагающему наличие особенностей в определенной области параметров. Целенаправленный поиск привел к обнаружению трех стационарных состояний в области параметров  $\sim 250 \text{ K} < c < \sim 280 \text{ K}$  – двух устойчивых узлов, разделенных седлом [24].

Расчеты, проведенные с выражением (5) для альбедо в 33-слойной модели, показывают [24], что при вариациях альбедо-температурной связи структура стационарных состояний остается подобной таковой в упомянутой двухслойной модели (рис. 6). Именно в определенной области изменения параметра  $c$

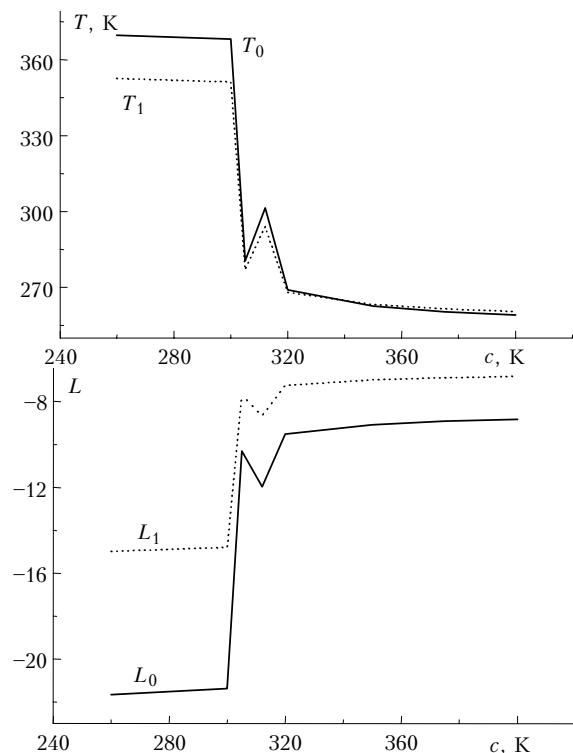


Рис. 6. Поведение температур  $T$  и характеристических чисел  $L$  для двух нижних слоев в 33-слойной модели при вариации альбедо-температурной связи

может существовать более чем одно устойчивое стационарное состояние. Так, для  $c = 320$  фиксируются два устойчивых состояния. Какое-либо одно из них достигается вариацией начальных условий (рис. 7).

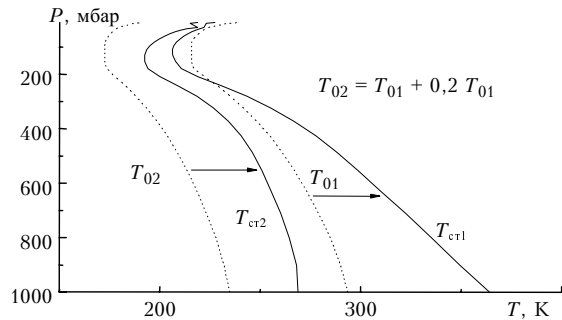


Рис. 7. Различные устойчивые стационарные профили температуры  $T_{ст}$  в 33-слойной модели, появляющиеся при вариации альbedo-температурной связи;  $T_{01}$  и  $T_{02}$  – начальные профили температуры

Таким образом, учет альbedo-температурной связи может приводить к наличию множественных стационарных состояний в рассматриваемой радиационной системе и, при определенных возмущениях, к переходам между ними. Одно из них близко к температурному режиму, существующему в настоящее время, другое отвечает гораздо более низким температурам.

Заметим, что точные численные значения не играют в данной ситуации решающей роли. Важен сам факт, что различные устойчивые состояния в модели существуют и примерно определена соответствующая область значений параметров, в которой можно пытаться обнаружить аналогичные состояния в более реалистичных моделях. Имеются некоторые основания ожидать, что поиск будет успешным, так как наличие множественных состояний прослеживается от нуль-мерной к 33-слойной модели. Это подтверждает предположение, что особенности простых моделей могут в каком-то виде сохраняться и в сложных. В какой-то мере свидетельством возможности наличия дополнительных стационарных состояний в сложных климатических моделях может служить расчет, принятый в [25].

Авторы [25] с целью обнаружить, существует ли в рассматриваемой модели режим «белой Земли» в рамках их трехмерной климатической модели, исследовали следующую ситуацию. В качестве начального приближения выбирались изотермическая атмосфера с температурой 220 К и соответственно этому покрытый льдом океан и покрытая снегом земля, т.е. «белая Земля». Расчет показал, что средняя температура упала в итоге до 193 К, и, таким образом, модельный климат, раз попав в этот режим, не смог из него выйти.

### Заключение

Приведенные примеры качественного исследования высотного хода температуры в простых радиационных моделях климата свидетельствуют о том, что качественное исследование как самих моделей клима-

та, так и их составляющих блоков позволяет обнаружить общие закономерности поведения стационарных состояний системы.

Сформулированная модель может быть дополнена учетом влияния аэрозоля при вычислении радиационных потоков. Модель с альbedo-температурной связью может быть применена к анализу изменений высотного хода температуры, вызванных вариациями облачного покрова.

Качественный анализ малоразмерных моделей, предвещающий полное численное исследование, должен быть необходимым этапом, определяющим примерные границы вариаций параметров, которые могут вызвать радикальные изменения в системе. Для тех значений параметров, при которых качественный анализ выявил возможность нетривиального поведения системы, должен проводиться детальный численный анализ. Именно такие области и должны быть подвергнуты тщательному теоретическому и экспериментальному исследованию.

Автор благодарит С.Д. Творогова, Л.И. Несмелову и Е.П. Гордова за постоянное и плодотворное сотрудничество и конструктивную критику.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 00-05-65209 и проекта ИНТАС РФФИ 97-1441.

1. *Budyko M.I.* The effect of solar radiation variations on the climate of the Earth // *Tellus*. 1969. V. 21. № 9. P. 611–619.
2. *North G.R., Cahalan R.F., Coakley J.A., Jr.* Energy-balance climate models // *Rev. Geophys. Space Phys.* 1981. V. 19. № 1. P. 91–121.
3. *Fraedrich K.* Structural and stochastic analysis of a zero-dimensional climate system // *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 1978. V. 104. № 440. P. 461–474.
4. *Ghil M., Bhattacharya.* An energy-balance model of glaciation cycles // Report of the JOC study Conf. On Climate Models: Performance, Intercomparison and sensitivity Studies, GARP publ. Ser. 1979. № 22. WMO/ICSU. P. 886–916.
5. *Sellers W.D.* A global climatic model based on the energy balance of the earth-atmosphere system // *J. Appl. Meteorol.* 1969. V. 8. № 6. P. 392–400.
6. *Cahalan R.F., North G.R.* A stability theorem for energy-balance climate models // *J. Atmos. Sci.* 1979. V. 36. № 7. P. 1178–1188.
7. *Crafoord C., Källén E.* A note on the condition for existence of more than one steady-state solution in Budyko – Sellers type models // *J. Atmos. Sci.* 1978. V. 35. № 6. P. 1123–1125.
8. *Frederiksen J.S.* Nonlinear albedo-temperature coupling in climate models // *J. Atmos. Sci.* 1976. V. 33. № 12. P. 2267–2272.
9. *Ghil M.* Climate stability for a Sellers-type model // *J. Atmos. Sci.* 1976. V. 33. № 1. P. 3–20.
10. *Held I.M., Suarez H.J.* A two-level primitive equation atmospheric model designed for climatic sensitivity experiments // *J. Atmos. Sci.* 1978. V. 35. № 2. P. 206–229.
11. *Мохов И.И., Голицын Г.С.* Вариационная оценка устойчивости климатической системы в простых моделях // *Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана*. 1978. Т. 14. № 6. С. 597–606.

12. *Мохов И.И.* Реакция простой энергобалансовой модели климата на изменение ее параметров // Изв. АН СССР. Физ. атмосфер. и океана. 1979. Т. 15. № 4. С. 375–383.
13. *Manabe S., Strickler R.F.* Thermal equilibrium of the atmosphere with a convective adjustment // J. Atmos. Sci. 1964. V. 21. № 4. P. 361–385.
14. *Ramanathan V., Coakley J.A., Jr* Climate modeling through radiative-convective models // Rev. Geophys. Space Phys. 1978. V. 16. № 4. P. 456–489.
15. *Кароль И.Л., Розанов Е.В.* Радиационно-конвективные модели климата // Изв. АН СССР. Физ. атмосфер. и океана. 1982. Т. 18. № 11. С. 1179–1191.
16. *Кароль И.Л., Фролькис В.А.* Энергобалансовая радиационно-конвективная модель глобального климата // Метеорол. и гидрол. 1984. № 8. С. 59–68.
17. *Chou M.-D., Ridgway W.L., Yan M.M.-H.* One-parameter scaling and exponential-sum fitting for water vapor and CO<sub>2</sub> infrared transmission functions // J. Atmos. Sci. 1993. V. 50. № 14. P. 2294–2303.
18. *Chou M.-D., Lee K.T.* Parametrizations for the absorption of solar radiation by water vapor and ozone // J. Atmos. Sci. 1966. V. 53. № 8. P. 1203–1208.
19. *Кароль И.Л.* Введение в динамику климата Земли. Л.: Гидрометеиздат, 1988. 216 с.
20. *Егорова Т.А., Кароль И.Л., Розанов Е.В.* Влияние уменьшения содержания озона в нижней стратосфере на радиационный баланс тропосферы // Изв. РАН. Физ. атмосфер. и океана. 1997. Т. 33. № 4. С. 492–499.
21. *Nicolis C.* Climatic predictability and dynamical systems // Nicolis C. and Nicolis G. (eds). Irreversible phenomena and dynamical systems analysis in geosciences: Proc. of the NATO. 1987. Ed. Dodrecht et al. Reidel Publ. Co. (NATO AST Ser.C). V. 192. P. 321–354.
22. *Кислов А.В.* Теория климата. М.: Изд-во МГУ, 1989. 148 с.
23. *Chu S., Ledley T.S.* Hydrogenic cycle parametrization for energy balance climate models // J. Geophys. Res. D. 1995. V. 100. № 8. P. 16289–16303.
24. *Nesmelova L.I., Tvorogov S.D., Rodimova O.B.* On stability of altitude temperature profile in a simple radiative-convective model // International Radiation Symposium «Current problems in atmospheric radiation». July 24–29, 2000, IRS 2000 Proceedings. F 41.
25. *Wetherald R.T., Manabe S.* The effect of changing the solar constant on the climate of a general circulation model // J. Atmos. Sci. 1975. V. 32. № 11. P. 2044–2059.

***O.B. Rodimova. One-dimensional radiation model with the explicit temperature dependence.***

A simple radiation model pertaining to the one-dimensional radiation models is formulated. The model is described by the ordinary differential equations for the layer temperatures. The temperature dependence is defined by the Planck function, and this dependence is explicit. The model allows one to study the impact of concentration variations of the minor atmospheric constituents on the temperature profile evolution, the stability characteristics of the steady profile, and the relaxation times. It is shown that the concentration variations by the factor of 2–3 do not change the character of the steady state. It remains a stable node. The concentration variations affect the degree of stability changing the relaxation times which increase with the increasing height. It is shown that the introduction of the albedo-temperature relation can lead to the appearance of the additional stable temperature profile with the temperature lower than that taking place nowadays.