

И.П. Лукин

ФЛУКТУАЦИИ ЧАСТОТНО-РАЗНЕСЕННЫХ ВОЛН В ЛИНЗОПОДОБНОЙ СРЕДЕ

Проведено теоретическое изучение дисперсии и частотной корреляционной функции флуктуаций интенсивности оптического излучения, распространяющегося в безабберационной дефокусирующей линзоподобной среде (рефракционном канале) с дискретными и непрерывными случайными неоднородностями диэлектрической проницаемости. Расчет статистических характеристик флуктуаций интенсивности, гауссовского пучка производился на основе решения в борцовском приближении уравнения для функции когерентности четвертого порядка частотно-разнесенных монохроматических волн. Показано, что флуктуации интенсивности оптического излучения в линзоподобной среде как с непрерывными, так и с дискретными случайными неоднородностями меньше, чем в регулярно-однородной. Ослабление флуктуаций интенсивности тем больше, чем меньше первоначальная расходимость пучка оптического излучения. Частотная корреляция флуктуаций, интенсивности оптического излучения в линзоподобной среде с непрерывными случайными неоднородностями совпадает с аналогичной характеристикой для регулярно-однородной среды. В дискретной рассеивающей среде наличие регулярной рефракционной неоднородности приводит к увеличению масштаба частотной корреляции флуктуаций интенсивности.

Разрабатываемые в настоящее время методы оптико-рефракционной: спектроскопии сверхвысокого разрешения [1–7] основываются на регистрации интенсивности зондирующего лазерного пучка, распространяющегося в зоне воздействия интенсивного оптического излучения на среду. Систематические погрешности методов, обусловленные влиянием aberrаций линзоподобной среды, исследовались в [8–9]. Настоящая статья посвящена изучению случайных погрешностей методов оптико-рефракционной спектроскопии, а именно: рассчитаны дисперсия и частотная корреляционная функция флуктуаций интенсивности оптического зондирующего излучения, распространяющегося в безабберационной дефокусирующей линзоподобной среде (рефракционном канале) с дискретными и непрерывными случайными неоднородностями диэлектрической проницаемости.

Используя параболическое уравнение

$$\left\{ 2ik \frac{\partial}{\partial x} + \Delta_{\perp} + k^2 \left[\frac{q^2}{F^2(x; k)} + \varepsilon(x, \mathbf{q}; k) \right] \right\} E(x, \mathbf{q}; k) = 0, \quad (1)$$

$$E(0, \mathbf{q}; k) = E_0(\mathbf{q}; k)$$

для линзоподобной среды (рефракционного канала) с оптической осью, совпадающей с осью OX , [4] в приближении марковского случайного процесса флуктуаций диэлектрической проницаемости среды $\varepsilon(x, \mathbf{q}; k)$ можно получить уравнение для функции когерентности четвертого порядка частотно-разнесенных монохроматических волн

$$\Gamma_4(x, \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3, \mathbf{q}_4; k_1, k_2) = \langle E(x, \mathbf{q}_1; k_1) E^*(x, \mathbf{q}_2; k_1) E(x, \mathbf{q}_3; k_2) E^*(x, \mathbf{q}_4; k_2) \rangle [4, 5, 10, 11]:$$

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial x} - i \left[\frac{1}{k_1} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{R}_1 \partial \eta_1} + \frac{1}{k_2} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{R}_2 \partial \eta_2} \right] - i \left[k_1 \frac{\mathbf{R}_1 \eta_1}{F^2(x; k_1)} + k_2 \frac{\mathbf{R}_2 \eta_2}{F^2(x; k_2)} \right] + \frac{1}{4} H(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \eta_1, \eta_2; k_1, k_2) \right\} \Gamma_4(x, \mathbf{R}_1, \eta_1, \mathbf{R}_2, \eta_2; k_1, k_2) = 0, \quad (2)$$

$$\Gamma_4(0, \mathbf{R}_1, \eta_1, \mathbf{R}_2, \eta_2; k_1, k_2) = E_0(\mathbf{R}_1 + \eta_1/2; k_1) E_0^*(\mathbf{R}_1 - \eta_1/2; k_1) E_0(\mathbf{R}_2 + \eta_2/2; k_2) E_0^*(\mathbf{R}_2 - \eta_2/2; k_2),$$

где $E(x, \mathbf{q}, k)$ — параболическая амплитуда оптического поля в точке (x, \mathbf{q}) с длиной волны, равной $\lambda(k = 2\pi/\lambda)$ (будем считать для определенности, что $\lambda_2 \geq \lambda_1$); $\Delta_{\perp} = \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ — поперечный оператор Лапласа; $F(x, k)$ — профиль локального фокусного расстояния линзоподобной среды для оптического излучения с длиной волны λ ; $\varepsilon(x, \mathbf{q}; k)$ — флуктуации диэлектрической проницаемости среды; $\mathbf{R}_1 = (\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2)/2$;

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_2 &= (\mathbf{q}_3 + \mathbf{q}_4)/2; \quad \eta_1 = \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2; \quad \eta_2 = \mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_4; \\
H(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \eta_1, \eta_2; k_1, k_2) &= k_1^2 A([0; k_1, k_1] - A(\eta; k_1, k_1)) + \\
&+ k_2^2 [A(0; k_2, k_2) - A(\eta_2; k_2, k_2)] + k_1 k_2 G(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \eta_1, \eta_2; k_1, k_2); \\
G(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \eta_1, \eta_2; k_1, k_2) &= A(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2 + (\eta_1 - \eta_2)/2; k_1, k_2) + \\
&+ A(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2 - (\eta_1 - \eta_2)/2; k_1, k_2) - \hat{A}(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2 + (\eta_1 + \eta_2)/2; \\
&k_1, k_2) - A(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2 - (\eta_1 + \eta_2)/2; k_1, k_2); \\
A(\mathbf{q}; k_l, k_{l'}) &= 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{x} \Phi_\varepsilon(\mathbf{x}; k_l, k_{l'}) \exp\{i\mathbf{x}\mathbf{q}\}; \\
\hat{A}(\mathbf{q}; k_l, k_{l'}) &= 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{x} \hat{\Phi}_\varepsilon(\mathbf{x}; k_l, k_{l'}) \exp\{i\mathbf{x}\mathbf{q}\};
\end{aligned}$$

$\Phi_\varepsilon(\mathbf{x}; k_l, k_{l'})$ и $\hat{\Phi}_\varepsilon(\mathbf{x}; k_l, k_{l'})$ — спектры флуктуаций диэлектрической проницаемости среды соответственно моментов $\langle \varepsilon(x, \mathbf{q}_l; k_l) \varepsilon^*(x, \mathbf{q}_{l'}; k_{l'}) \rangle$ и $\langle \varepsilon(x, \mathbf{q}_l; k_l) \cdot \varepsilon(x, \mathbf{q}_{l'}; k_{l'}) \rangle$ ($l, l' = 1, 2$).

Ограничимся рассмотрением случая, когда фокусное расстояние линзоподобной среды не зависит от длины волны излучения: $F(x, k_1) = F(x, k_2) = F(x)$. Данное ограничение вполне приемлемо, т. к. оценки показывают, что изменение $F(x, k)$ при вариации волнового числа k для газовых сред вне линии поглощения не велико [4]. С учетом этого из уравнения (2) в предположении, что «центрированный» четвертый момент поля

$$W(x, \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3, \mathbf{q}_4; k_1, k_2) = \Gamma_4(x, \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3, \mathbf{q}_4; k_1, k_2) - \Gamma_2(x, \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2; k_1) \Gamma_2(x, \mathbf{q}_3, \mathbf{q}_4; k_2)$$

мал по сравнению с $\Gamma_4^{(0)}(x, \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3, \mathbf{q}_4; k_1, k_2)$ — значением функции когерентности четвертого порядка частотно-разнесенных монохроматических волн, распространяющихся в линзоподобной среде без случайных неоднородностей, получается следующее уравнение для $W(x, \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3, \mathbf{q}_4; k_1, k_2)$

$$\begin{aligned}
&\left\{ \frac{\partial}{\partial x} - i \left[\frac{1}{k_1} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{R}_1 \partial \eta_1} + \frac{1}{k_2} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{R}_2 \partial \eta_2} \right] - \frac{i}{F^2(x)} [k_1 \mathbf{R}_1 \eta_1 + k_2 \mathbf{R}_2 \eta_2] \right\} \times \\
&\times W(x, \mathbf{R}_1, \eta_1, \mathbf{R}_2, \eta_2; k_1, k_2) = \\
&= -\frac{k_1 k_2}{4} G(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \eta_1, \eta_2; k_1, k_2) \Gamma_4^{(0)}(x, \mathbf{R}_1, \eta_1, \mathbf{R}_2, \eta_2; k_1, k_2), \tag{3}
\end{aligned}$$

$$W(0, \mathbf{R}_1, \eta_1, \mathbf{R}_2, \eta_2; k_1, k_2) = 0,$$

где $\Gamma_2(x, \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2; k_1)$ и $\Gamma_2(x, \mathbf{q}_3, \mathbf{q}_4; k_2)$ — функции когерентности второго порядка монохроматических волн в линзоподобной среде [4–5]. Решение уравнения (3) находится методом характеристик после выполнения преобразования Фурье по координатам \mathbf{R}_1 и \mathbf{R}_2 . Это решение имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
W(x, \mathbf{R}_1, \eta_1, \mathbf{R}_2, \eta_2; k_1, k_2) &= -\frac{k_1 k_2}{16\pi^3} \int_0^x d\zeta \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{x}_t \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{z} d\mathbf{q} \times \\
&\times \exp(i\mathbf{x} \mathbf{R}_1 + i\mathbf{q} \mathbf{R}_2) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{R}'_1 d\mathbf{R}'_2 \Gamma_4^{(0)}(\zeta, \mathbf{R}'_1, \eta_1(x, \zeta), \mathbf{R}'_2, \eta_2(x, \zeta); \\
&k_1, k_2) \exp\{i\mathbf{x}_t (\mathbf{R}'_1 - \mathbf{R}'_2) + i[\mathbf{x}(x, \zeta) \mathbf{R}'_1 + \mathbf{q}(x, \zeta) \mathbf{R}'_2]\} \times \\
&\times \left\{ \cos \left[\frac{\mathbf{x}_t}{2} (\eta_1(x, \zeta) - \eta_2(x, \zeta)) \right] \Phi_\varepsilon(\mathbf{x}_t; k_1, k_2) - \right. \\
&\left. - \cos \left[\frac{\mathbf{x}_t}{2} (\eta_1(x, \zeta) + \eta_2(x, \zeta)) \right] \hat{\Phi}_\varepsilon(\mathbf{x}_t; k_1, k_2) \right\}, \tag{4}
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\eta_1(x, \zeta) &= \tilde{A}(x, \zeta) \eta_1 - \frac{F_0}{k_1} A(x, \zeta) \mathbf{x}; \\
\eta_2(x, \zeta) &= \tilde{A}(x, \zeta) \eta_2 - \frac{F_0}{k_2} A(x, \zeta) \mathbf{q}; \\
\mathbf{x}(x, \zeta) &= B(x, \zeta) \mathbf{x} - \frac{k_1}{F_0} \tilde{B}(x, \zeta) \eta_1; \\
\mathbf{q}(x, \zeta) &= B(x, \zeta) \mathbf{q} - \frac{k_2}{F_0} \tilde{B}(x, \zeta) \eta_2; \\
A(x, \zeta) &= U_1\left(\frac{\zeta}{F_0}\right) U_2\left(\frac{x}{F_0}\right) - U_2\left(\frac{\zeta}{F_0}\right) U_1\left(\frac{x}{F_0}\right); \\
B(x, \zeta) &= U_1'\left(\frac{\zeta}{F_0}\right) U_2\left(\frac{x}{F_0}\right) - U_2'\left(\frac{\zeta}{F_0}\right) U_1\left(\frac{x}{F_0}\right); \\
\tilde{A}(x, \zeta) &= U_1\left(\frac{\zeta}{F_0}\right) U_2'\left(\frac{x}{F_0}\right) - U_2\left(\frac{\zeta}{F_0}\right) U_1'\left(\frac{x}{F_0}\right); \\
\tilde{B}(x, \zeta) &= U_1'\left(\frac{\zeta}{F_0}\right) U_2'\left(\frac{x}{F_0}\right) - U_2'\left(\frac{\zeta}{F_0}\right) U_1'\left(\frac{x}{F_0}\right).
\end{aligned}$$

Здесь функции $U_1\left(\frac{x}{F_0}\right)$ и $U_2\left(\frac{x}{F_0}\right)$ — частные решения уравнения

$$U''(x) - \frac{F_0^2}{F^2(x)} U(x) = 0$$

с граничными условиями

$U_1(0) = U_2'(0) = 1$, $U_2(0) = U_1'(0) = 1$, [4, 5], а $F_0 = F(x=0)$ — «начальное» значение фокусного расстояния линзоподобной среды.

Рассмотрим распространение двух одинаковых гауссовских пучков с разными несущими частотами ($\lambda_1 \neq \lambda_2$) по оптической оси линзоподобной среды, т. е.

$$E_0(\mathbf{q}; k_l) = E_0 \exp\left\{-\frac{\mathbf{q}^2}{2a_0^2} - \frac{ik_l}{2R_0} \mathbf{q}^2\right\}, \quad (l = 1, 2).$$

где E_0 — амплитуда поля в центре выходной апертуры; a_0 — начальный радиус оптического пучка; R_0 — радиус кривизны волнового фронта поля на выходной апертуре. В этом случае можно считать, что

$$\Gamma_4^{(0)}(x, \mathbf{R}_1, \eta_1, \mathbf{R}_2, \eta_2; k_1, k_2) = \Gamma_2^{(0)}(x, \mathbf{R}_1, \eta_1; k_1) \Gamma_2^{(0)}(x, \mathbf{R}_2, \eta_2; k_2), \quad (5)$$

где $\Gamma_2^{(0)}(x, \mathbf{R}, \eta; k) = \frac{E_0^2 a_0^2}{a^2(x; k)} \exp\left\{-\frac{R^2 + \eta^2 / 4}{a^2(x; k)} + iS(x; k) \mathbf{R} \eta\right\}$ — функция когерентности второго порядка монохроматической волны, распространяющейся в линзоподобной среде без случайных неоднородностей [4, 5]: $a(x; k) = a_0 \left\{ \left[U_1\left(\frac{x}{F_0}\right) - \frac{F_0}{R_0} U_2\left(\frac{x}{F_0}\right) \right]^2 + \frac{F_0^2}{k^2 a_0^4} U_2^2\left(\frac{x}{F_0}\right) \right\}^{1/2}$ — текущий радиус оптического

пучка; $S(x; k) = \frac{1}{a(x; k)} \frac{da(x; k)}{dx}$ — текущая кривизна волнового фронта оптического пучка. Подставив (5) в (4), при $\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_2 = \eta_1 = \eta_2 = 0$ получим частотную корреляционную функцию флуктуаций интенсивности двух гауссовских пучков на оптической оси линзоподобной среды. Если $I(x, \mathbf{q}; k) = E(x, \mathbf{q}; k) E^*(x, \mathbf{q}, k)$ — интенсивность оптического пучка, то корреляционная функция флуктуаций интенсивности частотно-разнесенных волн имеет вид

$$\begin{aligned}
B_I(k_1, k_2) &= W(\mathbf{x}, 0, 0, 0, 0; k_1, k_2) = \\
&= \langle I(x, 0; k_1) I(x, 0; k_2) \rangle - \langle I(x, 0; k_1) \rangle \langle I(x, 0; k_2) \rangle =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 2\pi^2 E_0^4 k_1 k_2 a_0^4 \int_0^x d\zeta \frac{a^{-2}(\zeta; k_1) a^{-2}(\zeta; k_2)}{M(x, \zeta; k_1) M(x, \zeta; k_2)} \int_0^\infty dx x \times \\
&\times \exp \left\{ -\frac{F_0^2 A^2(x, \zeta)}{2} \left[\frac{1}{k_1^2 a^2(\zeta; k_1) M(x, \zeta; k_1)} + \right. \right. \\
&+ \left. \frac{1}{k_2^2 a^2(\zeta; k_2) M(x, \zeta; k_2)} \right] x^2 \left\} \left\{ \Phi_\varepsilon(x; k_1, k_2) \cos \left[\frac{F_0 A(x, \zeta)}{2} \times \right. \right. \\
&\times \left. \left. \left(\frac{N(x, \zeta; k_1)}{k_1 M(x, \zeta; k_1)} - \frac{N(x, \zeta; k_2)}{k_2 M(x, \zeta; k_2)} \right) x^2 \right] - \right. \\
&\left. \left. - \hat{\Phi}_\varepsilon(x; k_1, k_2) \cos \left[\frac{F_0 A(x, \zeta)}{2} \left(\frac{N(x, \zeta; k_1)}{k_1 M(x, \zeta; k_1)} + \frac{N(x, \zeta; k_2)}{k_2 M(x, \zeta; k_2)} \right) x^2 \right] \right\}, \quad (6)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
M(x, \zeta; k_l) &= N^2(x, \zeta; k_l) + \frac{F_0^2 A^2(x, \zeta)}{k_l^2 a^4(\zeta; k_l)}; \\
N(x, \zeta; k_l) &= F_0 A(x, \zeta) S(\zeta; k_l) - B(x, \zeta), \quad (l = 1, 2)
\end{aligned}$$

При $k_1 = k_2$ выражение (6) описывает дисперсию флуктуаций интенсивности оптического пучка в линзоподобной среде на ее оптической оси:

$$\sigma_j^2(x; k) = W(x, 0, 0, 0, 0; k, k) = \langle I^2(x, 0, k) \rangle - \langle I(x, 0; k) \rangle^2.$$

Расчеты дисперсии и частотной корреляции интенсивности проведем для двух случаев: 1) непрерывной среды с колмогоровским спектром неоднородностей диэлектрической проницаемости [12]

$$\Phi_\varepsilon(x; k_l, k_{l'}) = \hat{\Phi}_\varepsilon(x; k_l, k_{l'}) = 0,033 C_\varepsilon^2 x^{-11/3} \exp\left(-\frac{x^2}{x_m^2}\right), \quad (7)$$

где C_ε^2 – структурный параметр флуктуаций диэлектрической проницаемости среды; $x_m = 5,92/l_0$, l_0 – внутренний масштаб турбулентности, и 2) дискретной монодисперсной рассеивающей среды [13, 14].

$$\Phi_\varepsilon(x; k_l, k_{l'}) = -\hat{\Phi}_\varepsilon(x; k_l, k_{l'}) = \frac{m_0 a^4}{2\pi k_l k_{l'}} \exp\left\{-\frac{1}{4} a^2 x^2\right\}, \quad (8)$$

где m_0 – концентрация рассеивающих частиц; a – радиус рассеивателя.

Сначала рассмотрим особенности поведения дисперсии флуктуаций интенсивности гауссовского оптического пучка, распространяющегося по оптической оси линзоподобной среды с непрерывными неоднородностями диэлектрической проницаемости (7), по сравнению со случаем однородной (в среднем) среды. Подставив (7) в (6) и вычислив интегралы, получим выражение для абсолютной дисперсии флуктуаций интенсивности гауссовского пучка

$$\begin{aligned}
\sigma_j^2(x; k) &\simeq \frac{36}{5} \Gamma\left(\frac{7}{6}\right) 0,033\pi^2 E_0^4 C_\varepsilon^2 k^2 x_m^{-5/3} a_0^4 \int_0^x d\zeta \frac{a^{-4}(\zeta; k) C^{5/6}(x, \zeta)}{M^2(x, \zeta; k)} \times \\
&\times \left\{ \left(1 + \frac{D^2(x, \zeta)}{C^2(x, \zeta)}\right)^{5/2} \cos\left[\frac{5}{6} \operatorname{arctg} \frac{D(x, \zeta)}{C(x, \zeta)}\right] - 1 \right\}, \quad (9)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
C(x, \zeta) &= 1 + \frac{F_0^2 A^2(x, \zeta) x_m^2}{k^2 a^2(\zeta; k) M(x, \zeta; k)}; \\
D(x, \zeta) &= \frac{F_0 A(x, \zeta) N(x, \zeta; k)}{x M(x, \zeta; k)} D;
\end{aligned}$$

$D = x\kappa_m^2/k$. Для широкого ($ka_0^2/x \gg 1$) коллимированного ($R_0 = \infty$) пучка, когда $a(x; k) = a_0 U_1\left(\frac{x}{F_0}\right)$

и $S(x; k) \approx \frac{1}{F_0} \frac{U_1'\left(\frac{x}{F_0}\right)}{U_1\left(\frac{x}{F_0}\right)}$, отношение нормированных дисперсий флуктуаций интенсивности оптического

излучения в линзоподобной среде $\left(\beta^2\left(\frac{x}{F_0}\right) = \sigma_I^2(x; k) / \langle I(x, 0; k) \rangle^2\right)$ и в однородной турбулированной среде $\left(\beta_\infty^2 = \lim_{F_0 \rightarrow \infty} \beta^2\left(\frac{x}{F_0}\right)\right)$ представляется следующим образом:

$$\begin{aligned} \gamma_p(\xi) &= \frac{\beta_p^2(\xi)}{\beta_{p\infty}^2} = \int_0^1 d\eta \left\{ (1 + \tilde{D}^2(\xi, \eta))^{5/12} \cos \left[\frac{5}{6} \arctg(\tilde{D}(\xi, \eta)) \right] - 1 \right\} \times \\ &\times \left\{ \int_0^1 d\eta \left[(1 + \eta^2 D^2)^{5/12} \cos \left(\frac{5}{6} \arctg(\eta D) \right) - 1 \right] \right\}^{-1}, \end{aligned} \quad (10)$$

$\xi = x/F_0$ — отношение длины трассы к «начальному» значению локального фокусного расстояния линзоподобной среды.

Аналогичное отношение нормированных дисперсии: флуктуаций интенсивности для «квазисферической» волны ($ka_0^2/x \ll 1$), когда $a(x; k) = \frac{F_0}{ka_0} U_2\left(\frac{x}{F_0}\right)$ и $S(x; k) = \frac{1}{F_0} \frac{U_2'\left(\frac{x}{F_0}\right)}{U_2\left(\frac{x}{F_0}\right)}$, как следует из

(9), имеет вид

$$\begin{aligned} \gamma_s(\xi) &= \frac{\beta_s^2(\xi)}{\beta_{s\infty}^2} = \int_0^1 d\eta \left\{ (1 + \hat{D}^2(\xi, \eta))^{5/12} \cos \left[\frac{5}{6} \arctg(\hat{D}(\xi, \eta)) \right] - 1 \right\} \times \\ &\times \left\{ \int_0^1 d\eta \left[(1 + \eta^2(1 - \eta^2) D^2)^{5/12} \cos \left(\frac{5}{6} \arctg(\eta(1 - \eta) D) \right) - 1 \right] \right\}^{-1}, \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$\hat{D}(\xi, \eta) = \frac{U_2(\xi\eta)}{\xi U_2(\xi)} [U_1(\xi\eta) U_2(\xi) - U_1(\xi) U_2(\xi\eta)] D.$$

Анализ соотношений (10), (11) показывает, что в области «геометрической оптики» ($\tilde{D}(\xi, \eta) \ll 1$ и $\hat{D}(\xi, \eta) \ll 1$)

$$\gamma_p(\xi) \approx \frac{3}{\xi^2 U_1^2(\xi)} \int_0^1 d\eta U_1^2(\xi\eta) [U_1(\xi\eta) U_2(\xi) - U_1(\xi) U_2(\xi\eta)]^2$$

и

$$\gamma_s(\xi) \approx \frac{30}{\xi^2 U_2^2(\xi)} \int_0^1 d\eta U_2^2(\xi\eta) [U_1(\xi\eta) U_2(\xi) - U_1(\xi) U_2(\xi\eta)]^2,$$

а при $\tilde{D}(\xi, \eta) \gg 1$ или $\hat{D}(\xi, \eta) \gg 1$

$$\gamma_p(\xi) \simeq \frac{11}{6} \xi^{-5/6} U_1^{-5/6}(\xi) \int_0^1 d\eta U_1^{5/6}(\xi\eta) [U_1(\xi\eta) U_2(\xi) - U_1(\xi) U_2(\xi\eta)]^{5/6}$$

и

$$\gamma_s(\xi) \simeq \frac{\Gamma\left(\frac{11}{3}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{11}{6}\right)} \xi^{-5/6} U_2^{-5/6}(\xi) \int_0^1 d\eta U_2^{5/6}(\xi\eta) [U_1(\xi\eta) U_2(\xi) - U_1(\xi) U_2(\xi\eta)]^{5/6}.$$

На рис. 1 представлены расчеты отношения нормированных дисперсии флуктуаций интенсивности соответственно широкого коллимированного пучка ($\gamma_p(\xi)$) (10) и «квазисферической» волны ($\gamma_s(\xi)$) (11) при разных значениях D для двух моделей изменения локального фокусного расстояния линзоподобной среды с расстоянием: $F(x) = F_0$ (сплошные линии) и $F(x) = F_0 \left(1 + \frac{x^2}{F_0^2}\right)$ (штриховые линии).

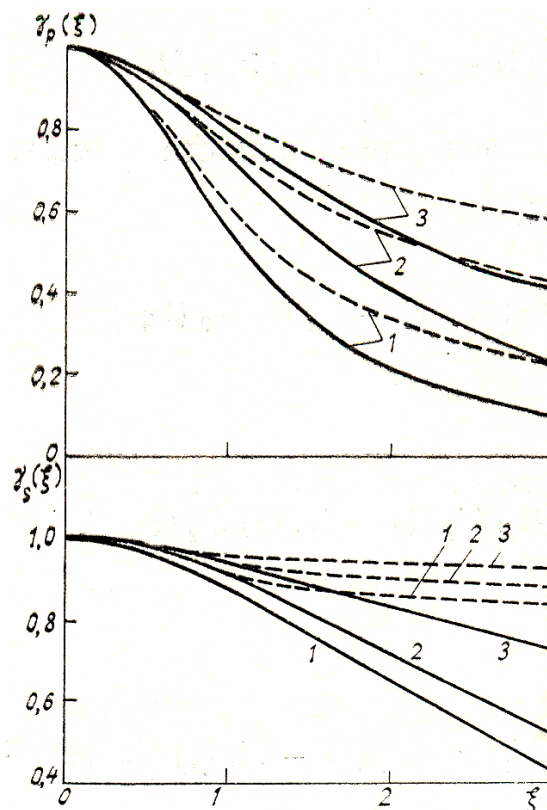


Рис. 1. Зависимость отношения нормированных дисперсий флуктуаций интенсивности оптического излучения в линзоподобной и в регулярно-однородной средах с непрерывными случайными неоднородностями для широкого коллимированного пучка и «квазисферической» волны от ξ при $D \leq 1$ (1); $D = 10$ (2); $D \gg 1$ (3)

С ростом D эффект ослабления флуктуаций интенсивности оптического излучения в линзоподобной среде (из-за дефокусировки пучка) уменьшается. Необходимо подчеркнуть, что представленные результаты обнаруживают несостоятельность вывода, сделанного в [10], о возможности оценки влияния дефокусировки линзоподобной средой (рефракционным каналом) на флуктуации интенсивности излучения на основе расчетов флуктуаций за тонкой линзой. Подобная замена возможна только для линзоподобной среды с быстрым возрастанием значения локального фокусного расстояния по трассе, например, при

$$F(x) = F_0 \left[1 + \left(\frac{x}{F_0} \right)^2 \right].$$

В этом случае дефокусирующее воздействие на оптическое излучение оказывает

лишь небольшой по протяженности начальный участок трассы распространения, действие которого можно аппроксимировать действием тонкой линзы. Если фокусное расстояние линзоподобной среды увеличивается (с ростом x) медленно, или остается постоянным, либо уменьшается, то замена линзоподобной

среды тонкой линзой оказывается невозможной. Подтверждением этого являются также результаты расчета $\gamma_{p,s}(\xi)$, приведенные на рис. 2, при $D \gg 1$ для различных моделей профиля локального фокусного расстояния $F(x)$. Вычисления $\gamma_{p,s}(\xi)$ проведены при $f(x) = F_0 \left[1 + \left(\frac{x}{F_0} \right)^2 \right]$ (кривая 1);

$$F(x) = F_0 \left[1 + \frac{2}{3} \left(\frac{x}{F_0} \right)^2 \right] \sqrt{1 + \frac{1}{3} \left(\frac{x}{F_0} \right)^2} \quad (2); \quad F(x) = F_0 \quad (3); \quad F(x) = F_0 \sqrt{1 + \left(\frac{x}{F_0} \right)^2} \quad (4);$$

$$F(x) = F_0 \left[1 - \left(\frac{x}{F_0} \right)^2 \right] \sqrt{1 + 2 \left(\frac{x}{F_0} \right)^2} \quad (x < F_0) \quad (5),$$

соответствующие им функции $U_1(\xi)$ даны в подписи к рисунку. Из рис. 1 и 2 видно, что ослабление флуктуаций интенсивности для широкого коллимированного пучка больше, чем для «квазисферической» волны.

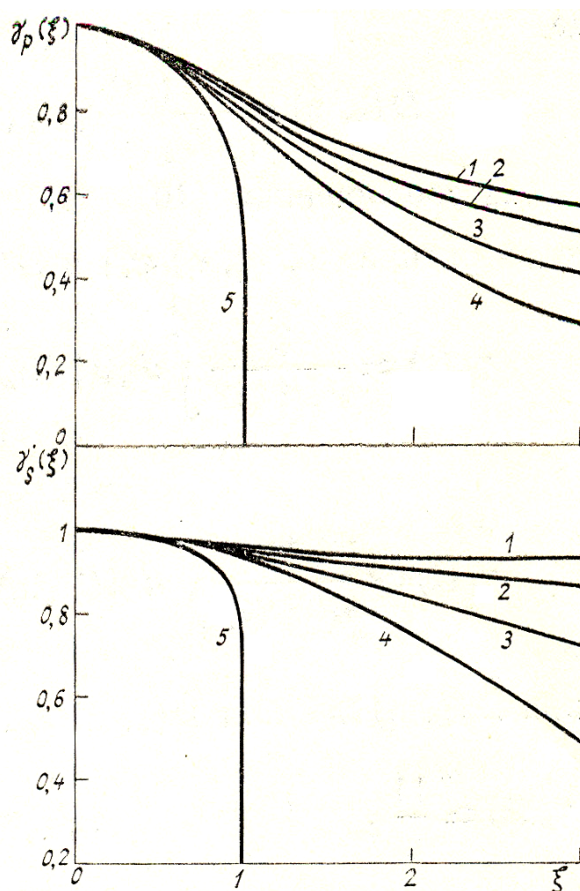


Рис. 2. Отношения нормированных дисперсий флуктуаций интенсивности $\gamma_p(\xi)$ и $\gamma_s(\xi)$ при $D \gg 1$ для различных моделей $F(x)$: 1 — $U_1(\xi) = \sqrt{1 - \xi^2}$; 2 — $U_1(\xi) = \left(1 + \frac{2}{3} \xi^2 \right)^{3/4}$; 3 — $U_1(\xi) = \text{ch}(\xi)$; 4 — $U_1(\xi) = \exp\left(\frac{1}{2} \xi^2\right)$; 5 — $U_1(\xi) = 1 / \sqrt{1 - \xi^2}$ ($\xi < 1$)

Рассмотрение, проведенное для дискретной рассеивающей среды (8), приводит к следующим результатам. Абсолютная дисперсия флуктуаций интенсивности широкого коллимированного пучка при $d = L/(ka^2) \gg 1$ по сравнению со случаем регулярно-однородной среды ($F_0 \rightarrow \infty$) уменьшается в $1/U_1^4(\xi)$, а «квазисферической» волны — в $(\xi/U_2(\xi))^4$ раз. Результаты расчета фактора ослабления флуктуаций интенсивности ($\beta(\xi) = \sigma_I^2(x, 0; k) / \lim_{F_0 \rightarrow \infty} \sigma_I^2(x, 0; k)$) в дискретной рассеивающей среде для широкого коллимированного пучка ($\beta_p(\xi)$) и «квазисферической» волны ($\beta_s(\xi)$) при $d \gg 1$ в линзоподобных средах с разными законами изменения значения локального фокусного расстояния по трассе представлены на рис. 3. Используемые в этом случае профили $F(x)$ совпадают с аналогичными для рис. 2. В дискретной рассеивающей среде, так же как и в непрерывной, отмечается более сильное

ослабление флуктуаций интенсивности широкого коллимированного пучка по сравнению со случаем «квазисферической» волны.

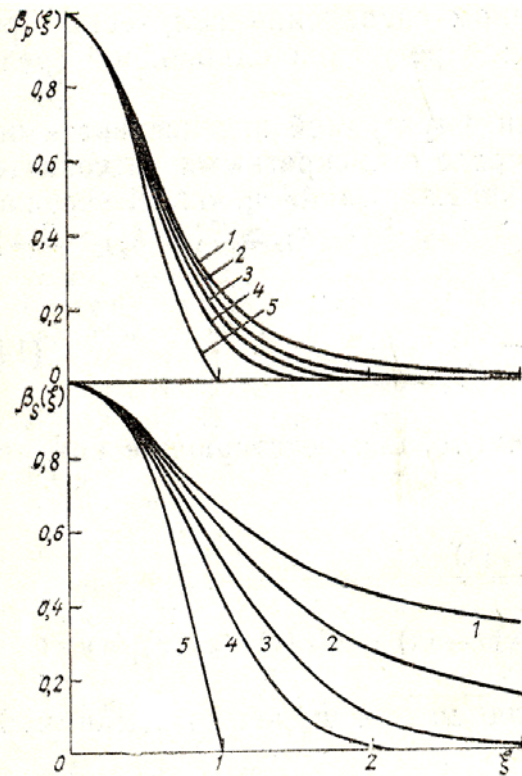


Рис. 3. Зависимость отношений абсолютных дисперсий флуктуаций интенсивности $\beta_p(\xi)$ и $\beta_s(\xi)$ в дискретной рассеивающей среде от функционального вида профиля $F(x)$: 1 — $U_1(\xi) = \sqrt{1 - \xi^2}$; 2 — $U_1(\xi) = \left(1 + \frac{2}{3}\xi^2\right)^{3/4}$; 3 — $U_1(\xi) = \text{ch}(\xi)$; 4 — $U_1(\xi) = \exp\left(\frac{1}{2}\xi^2\right)$; 5 — $U_1(\xi) = 1/\sqrt{1 - \xi^2}$ ($\xi < 1$)

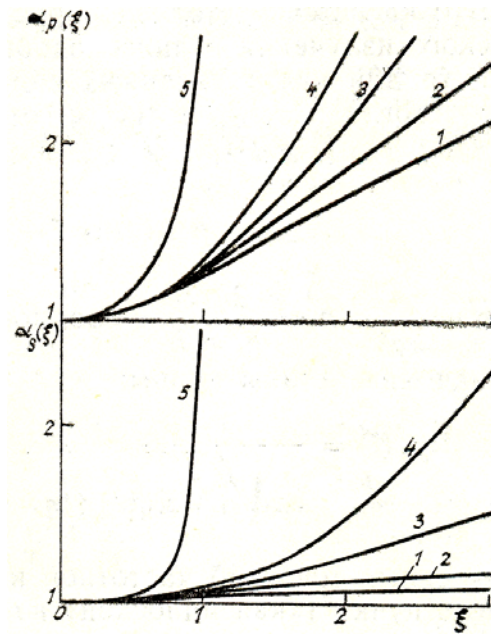


Рис. 4. Характерные масштабы частотной корреляции флуктуаций интенсивности широкого коллимированного пучка ($\alpha_p(\xi)$) и «квазисферической» волны ($\alpha_s(\xi)$) в дискретной рассеивающей среде для различных профилей $F(x)$. Здесь 1 — $U_1(\xi) = \sqrt{1 + \xi^2}$; 2 — $U_1(\xi) = \left(1 + \frac{2}{3}\xi^2\right)^{3/4}$; 3 — $U_1(\xi) = \text{ch}(\xi)$; 4 — $U_1(\xi) = \exp\left(\frac{1}{2}\xi^2\right)$; 5 — $U_1(\xi) = 1/\sqrt{1 - \xi^2}$ ($\xi < 1$)

В отличие от дисперсии флуктуаций интенсивности оптического пучка, распространяющегося в линзоподобной среде с непрерывными случайными неоднородностями вида (7), нормированная частотная корреляционная функция флуктуаций интенсивности $b_I(k_1, k_2) = B_I(k_1, k_2)/[\sigma_I(x, 0; k_1)\sigma_I(x, 0; k_2)]$ практически не зависит от рефракционных свойств среды распространения, Используя (6) и (7), можно показать, что при $D(x, \zeta) \ll 1$

$$b_I(k_1, k_2) \simeq 1, \tag{12}$$

а при $D(x, \zeta) \gg 1$ и $D(x, \zeta)\Omega \gg 1$

$$b_I(k_1, k_2) \simeq \frac{1 - \Omega^{5/6}}{(1 - \Omega^2)^{5/12}}, \tag{13}$$

где $\Omega = (k_1 - k_2)/(k_1 + k_2) = (\lambda_2 - \lambda_1)/(\lambda_1 + \lambda_2)$ — относительная частотная расстройка,

Нетрудно убедиться в тождественном совпадении полученных результатов (12), (13) с аналогичными для регулярно-однородной среды ($F_0 \rightarrow \infty$) [15].

Что касается частотной корреляции флуктуаций интенсивности оптического излучения в линзоподобной среде с дискретными рассеивателями, то для неограниченных волн («квази плоской» и «квазисферической»), когда $a(x, k_1) = a(x, k_2) = a(x) \gg 1$ и $S(x, k_1) = S(x, k_2) = S(x)$, при $d \gg 1$ для $\Omega \ll d^{-1}$

$$b_{I p, s}(k_1, k_2) \simeq 1 - \frac{\Omega^2}{\Omega_{c p, s}^2(\xi)}, \quad (14)$$

где $\bar{d} = \frac{x}{ka^2}$; $\bar{k} = \frac{2k_1 k_2}{k_1 + k_2}$ – волновое число, соответствующее среднему значению длины волны;

$$\Omega_{c p}(\xi) = \frac{\xi U_1(\xi)}{4\bar{d} \sqrt{\int_0^1 d\eta U_1^2(\xi\eta) [U_1(\xi\eta) U_2(\xi) - U_1(\xi) U_2(\xi\eta)]^2}}$$

характерный масштаб частотной корреляции для широкого коллимированного пучка («квазиплоской» волны);

$$\Omega_{c s}(\xi) = \frac{\xi U_2(\xi)}{4\bar{d} \sqrt{\int_0^1 d\eta U_2^2(\xi\eta) [U_1(\xi\eta) U_2(\xi) - U_1(\xi) U_2(\xi\eta)]^2}}$$

то же для «квазисферической» волны.

На рис. 4 представлены факторы увеличения масштаба частотной корреляции флуктуаций интенсивности

$$\alpha_{p, s}(\xi) = \frac{\Omega_{c p, s}(\xi)}{\lim_{F_0 \rightarrow \infty} \Omega_{c p, s}(\xi)}$$

в линзоподобной среде с дискретными рассеивателями при разных профилях $F(\xi)$ (модели профилей фокусного расстояния линзоподобной среды используются те же, что и при расчете $\gamma_{p, s}(\xi)$ на рис. 2).

Таким образом, наличие регулярной неоднородности диэлектрической проницаемости в дискретных рассеивающих средах приводит к увеличению уровня частотной корреляции флуктуаций интенсивности по сравнению с распространением в регулярно-однородной среде. Это связано с тем, что в данном случае теневая картина на приемнике будет иметь, из-за дефокусирующих свойств линзоподобной среды, большие пространственные масштабы ρ_c , чем размер рассеивателя ($\rho_c > a$), а следовательно, как было показано в [16], и большие масштабы частотной корреляции: $\Omega_c > k\rho_c^2 / x > ka^2 / x$ ($\alpha_{p, s}(\xi) > 1$).

Проведенный в работе анализ флуктуационных характеристик интенсивности гауссовского пучка, распространяющегося в линзоподобной среде, показал, что флуктуации интенсивности оптического излучения в линзоподобной среде меньше, чем в регулярно-однородной. Причем ослабление флуктуаций интенсивности тем больше, чем меньше первоначальная расходимость пучка оптического излучения. Частотная корреляция флуктуаций интенсивности оптического излучения в линзоподобной среде с непрерывными случайными неоднородностями совпадает с аналогичной характеристикой для регулярно-однородной среды, в то время как в дискретной рассеивающей среде наличие регулярной рефракционной неоднородности приводит к увеличению масштаба частотной корреляции флуктуаций интенсивности.

1. Murphy J. C., Aamodt L. C. // J. Appl. Phys. 1980. V. 51. № 9. P. 4580–4588.
2. Жаров В. П., Летохов В. С. Лазерная оптико-акустическая спектроскопия. М.: Наука, 1984. 320 с.
3. Сверхчувствительная лазерная спектроскопия. М.: Мир, 1986. 519 с.
4. Беленький М. С., Лукин И. П., Миронов В. Л. Потенциальные возможности оптического зондирования атмосферных рефракционных каналов. Томск, 1984. 48 с. (Препринт/ИОА СО АН СССР, № 25).
5. Беленький М. С., Лукин И. П., Миронов В. Л. // Оптика и спектроскопия. 1986. Т. 60. В. 2. С. 388–393.
6. Лукин И. П. // Оптика атмосферы. 1990. Т. 3. № 8. С. 847–850.
7. Лукин И. П. // Оптика атмосферы. 1991. Т. 4. № 4. С. 368–375.
8. Лукин И. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 10. С. 1258–1264.
9. Лукин И. П. // Оптика атмосферы. 1990. Т. 3. № 9. С. 915–920.
10. Воробьев В. В. // Квантовая электроника. 1981. Т. 8. № 3. С. 666–669.
11. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981. 640 с.
12. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.
13. Лукин И. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1981. Т. 24. № 2. С. 144–150.
14. Лукин И. П. // Оптика и спектроскопия. 1981. Т. 51. В. 6. С. 1083–1087.
15. Фукс И. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1974. Т. 17. № 11. С. 1665–1670.
16. Лукин И. П. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 1. С. 21–27.

I. P. Lukin. Fluctuations of the Frequency-Separated Waves Propagating through a Lens-Like Medium.

Theoretical investigation of the frequency correlation function and variance of fluctuations of the intensity of optical radiation propagating through the aberration lessly defocusing lens-like medium (refraction channel) with discrete and continuous inhomogeneities of the dielectric constant has been carried out. Calculations of the statistical properties of gaussian beam intensity fluctuations are made using the solution of equation for the fourth order coherence function for frequency separated monochromatic waves obtained in Born approach. It is shown that fluctuations of optical radiation intensity occurring in the lens-like medium with discrete and continuous random inhomogeneities are lower than those in a regular homogeneous medium. The fluctuations are weakening with decreasing initial beam divergence. The frequency correlation of the optical radiation intensity fluctuations in the lens-like medium with random continuous inhomogeneities is the same as similar characteristic for the regular-homogeneous medium. In a discrete scattering medium the presence of regular refraction inhomogeneity results in the increase of the scale of frequency correlation of the intensity fluctuations.