

**В.Ф. Рапута, А.П. Садовский, С.Е. Олькин**

## **МОДЕЛЬ ДЛИТЕЛЬНОГО ЗАГРЯЗНЕНИЯ МЕСТНОСТИ АЭРОЗОЛЬНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ**

На основе решения обратной задачи переноса примеси в атмосфере и климатических данных о скорости ветра построена модель реконструкции аэрозольного загрязнения местности. Проведена ее апробация на данных наблюдений загрязнения снега и почвы тяжелыми металлами в окрестности Беловского цинкового завода.

Проблема реконструкции загрязнения природных сред по данным наблюдений представляется достаточно сложной, так как далеко не всегда известны характеристики источников загрязнений, дисперсный состав выбрасываемых аэрозольных примесей, текущие метеоусловия. Подходы к решению этой проблемы, с учетом специфики условий загрязнения, содержатся в работах [1–6].

В данной статье предложена модель длительного загрязнения местности стационарными аэрозольными источниками, основанная на решении обратной задачи переноса примеси в приземном слое атмосферы. Для описания процесса распространения аэрозольной примеси используются аналитические решения полуэмпирического уравнения турбулентной диффузии для степенных аппроксимаций скорости ветра и коэффициентов турбулентного обмена. Такой подход, с учетом характеристик расширения факела и повторяемости направления ветра относительно источника, позволяет свести задачу восстановления поля плотности осадка аэрозоля к нелинейной регрессионной зависимости с относительно небольшим числом искомых параметров.

На основе данных наблюдений плотности осадка тяжелых металлов в окрестностях Беловского цинкового завода Кемеровской области проведена апробация предложенной модели восстановления. Расчеты, проведенные по данным отбора проб снега для северного и северо-западного направлений от источника выброса, показали хорошее согласие между вычисленными и измеренными значениями концентраций в контрольных точках. На основе построенной зависимости для снега проведено восстановление плотности осадка цинка, свинца и кадмия в почве. Найденные регрессионные соотношения плотности осадка позволяют провести оценку выброса рассматриваемых тяжелых металлов за зимний период.

### **1. Постановка обратной задачи**

В данном разделе построена зависимость, описывающая распределение плотности осадка аэрозольной примеси в окрестности стационарных точечных источников за длительный промежуток времени и содержащая сравнительно небольшое число параметров. Сделаем следующие упрощающие предположения:

1) Выброс аэрозольной примеси происходит из стационарных источников, положение и высота которых известны.

2) Уровень загрязнения почвы и снега в определенной точке местности за рассматриваемый промежуток времени пропорционален повторяемости направлений ветра относительно источника в течение этого времени.

Поле плотности осадка примеси определим с помощью следующей зависимости:

$$p(r, \varphi) = c \bar{q}(r, \varphi), \quad (1)$$

где  $r, \varphi$  – полярные координаты расчетной точки с началом в месте расположения источника;  $p$  – плотность осадка;  $\bar{q}$  – средняя приземная концентрация;  $c$  – параметр, характеризующий оседание примеси на подстилающую поверхность.

Согласно [1, 6] поле  $\bar{q}(r, \varphi)$  усредненных за длительный период времени концентраций от точечного источника определяется по следующей формуле:

$$\bar{q}(r, \varphi) = q(r) g(\varphi) \int_{-\Delta}^{\Delta} e^{-r \sin^2 \Psi / (4k_0)} d\Psi. \quad (2)$$

Здесь  $q(r)$  – осевая концентрация от точечного источника;  $g(\varphi)$  – вероятность противоположного  $\varphi$  направления ветра;  $\Delta$  – некоторый малый угол, характеризующий расширение факела в поперечном к ветру направлении;  $k_0$  – параметр поперечного расширения факела.

В силу относительной малости угла  $\Delta$ , полагая  $\sin \Psi \approx \Psi$ , выражение (2) можно преобразовать следующим образом:

$$\bar{q}(r, \varphi) = [F(r) g(\varphi) q(r)] / r^{1/2}, \quad (3)$$

где

$$F(r) = 4 k_0^{1/2} \int_0^{\xi(r)} e^{-v^2} dv; \quad (4)$$

$$\xi(r) = \Delta \sqrt{r/(4k_0)}. \quad (5)$$

Для характерных  $k_0 = 0,5-1$  м,  $\Delta < 10-15^\circ$  функция  $F(r)$  практически постоянна при  $r > 1$  км [1, 6].

Аппроксимируя скорость ветра  $u(z)$  и вертикального турбулентного обмена  $v(z)$  степенными функциями вида

$$u(z) = u_1(z/z_1)^n, \quad v(z) = k_1 (z/z_1), \quad (6)$$

концентрацию  $q(r)$ , с учетом эффектов оседания примеси, представим в виде следующего аналитического выражения [1]:

$$q(r) = q_1(r) \chi(r, \omega), \quad (7)$$

где

$$q_1(r) = \frac{M}{2(1+n) k_1 \sqrt{\pi k_0} r^{3/2}} e^{-2r_m/r};$$

$$\chi(r, \omega) = \frac{(2r_m/r)^w}{\Gamma(1+w)}; \quad r_m = \frac{u_1 H^{1+n}}{2k_1(1+n)^2}; \quad \omega = \frac{w}{k_1(n+1)};$$

$M$  – мощность источника;  $r_m$  – точка максимальной приземной концентрации;  $H$  – эффективная высота источника;  $w$  – скорость гравитационного оседания аэрозольных частиц;  $\Gamma(1+\omega)$  – гамма-функция.

Если ограничиться рассмотрением среднегодовой или среднезимней скорости ветра и температуры и характерных этим условиям коэффициентов турбулентного обмена, то согласно [1] можно оценить величину  $r_m$  по геометрическим характеристикам источника и параметрам выходящей газовой смеси.

Учитывая (1), (3), (4), (7), плотность осадка примеси можно представить в виде следующей простой регрессионной зависимости:

$$p(r, \varphi, \theta) = g(\varphi) f(r, \theta), \quad (8)$$

где

$$f(r, \theta) = \theta_1 r^{\theta_2} e^{-2r_m/r}; \quad (9)$$

$\theta = (\theta_1, \theta_2)$  – вектор неизвестных параметров;

$$\theta_1 = \frac{c M F(2r_m)^\omega}{2(1+n)k_1 \sqrt{\pi k_0} \Gamma(1+\omega)}, \quad \theta_2 = -\omega - 2.$$

Относительно данных наблюдений, с учетом (8), предположим

$$s_k = p(r_k, \varphi_k, \theta) + \xi_k, \quad (10)$$

где  $\xi_k$  – ошибки измерения;

$$E[\xi_k] = 0, \quad E[\xi_k \xi_{k'}] = \delta_{kk'} \sigma_k^2, \quad k, k' = \overline{1, N}. \quad (11)$$

Здесь  $E$  – операция математического ожидания;  $\delta_{kk'}$  – символ Кронекера. Под решением обратной задачи (8)–(11) будем понимать оценки  $\hat{\theta}_N$  метода наименьших квадратов и функцию  $\hat{p} = p(r, \varphi, \hat{\theta}_N)$ .

Оценки метода наименьших квадратов доставляют минимум функции

$$J_N(\theta) = \sum_{k=1}^N \sigma_k^{-2} [s_k - p(r_k, \varphi_k, \theta)]^2. \quad (12)$$

Решение задачи (8)–(12) не представляет затруднений, если учесть линейность функции (8) относительно  $\theta_1$ . Тогда, исключая из (12)  $\theta_1$ , в силу необходимого условия минимума приходим к задаче минимизации функции от одной переменной  $\theta_2$ .

**З а м е ч а н и е 1.** В случае нескольких источников выражение для суммарной плотности осадка аэрозольной примеси примет следующий вид:

$$p(r, \varphi, \lambda) = \sum_{k=1}^M g(\varphi - \varphi_k) f_k(r - r_k, \Theta_k), \quad (13)$$

где  $M$  – количество источников;  $r_k, \varphi_k$  – полярные координаты этих источников;  $\lambda$  – вектор неизвестных параметров размерности  $2M$ , состоящий из компонент векторов  $\Theta_k$ .

Количество неизвестных параметров может быть заметно уменьшено, если предположить, что средний размер аэрозольных частиц для всех источников одинаков. В этом случае с учетом (8) число неизвестных параметров в регрессии (13) равно  $M + 1$ . Дальнейшее снижение числа параметров регрессии (13) можно получить при наличии априорной информации об относительном выбросе примеси для рассматриваемых источников.

## 2. Восстановление картины загрязнения тяжелыми металлами окрестностей Беловского цинкового завода

Апробацию предложенной выше модели восстановления плотности осадка аэрозольной примеси в снеге и почве проведем на примере Беловского цинкового завода Кемеровской области. Цинковый завод расположен на севере центральной части г. Белово. Основной выброс аэрозолей тяжелых металлов с промплощадки завода производится через трубу высотой 45 м. В данном случае для невесомой примеси и среднегодовой скорости ветра расстояние  $r_m$  от трубы составляет около 700 м.

### Оценивание загрязнения снежного покрова

Весной 1987 г. в окрестности завода проводился отбор проб снега для определения в нем концентраций цинка, свинца и кадмия. Точки отбора располагались по 8 румбам с удалением от основного источника выбросов до 10 км.

Оценивание параметров регрессии (8) проводилось по двум точкам наблюдения, находящимся от источников выброса на расстояниях 0,5 и 3 км к северу от завода и обозначенных на рис. 1 треугольниками.

В результате решения набора задач (8)–(12) по данным наблюдений содержания цинка, свинца и кадмия в снеге были получены следующие значения оценок параметров:

$$\Theta_1^u = 619, \quad \Theta_1^c = 330, \quad \Theta_1^k = 694, \quad \Theta_2^u = -2,9, \quad \Theta_2^c = -3,1, \quad \Theta_2^k = -2,95, \quad (14)$$

позволяющие восстановить на основе (8), (9) уровень загрязнения снежного покрова этими металлами окрестностей завода.

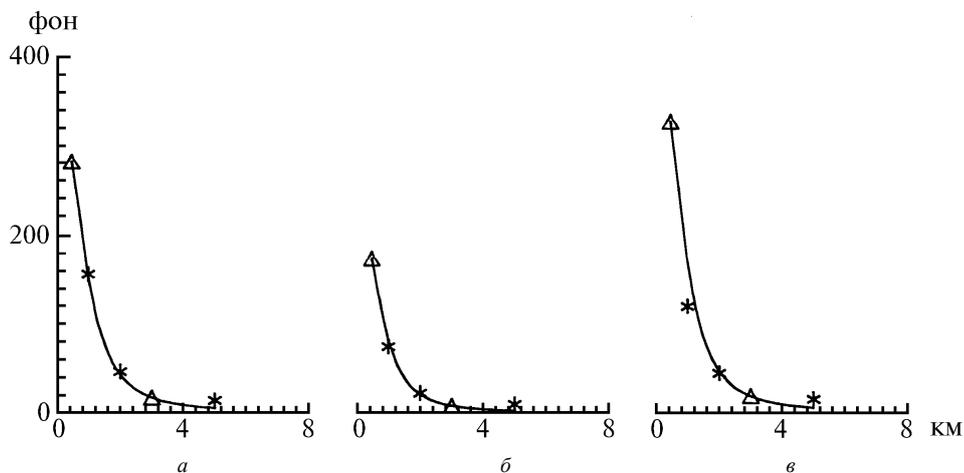


Рис. 1. Концентрация в отклонениях от фона металлов в снегу к северу от завода: *a* – цинк, *б* – свинец, *в* – кадмий. Δ, \* – данные наблюдений

На рис. 1 для значений параметров (14) представлены концентрации цинка, свинца и кадмия к северу от завода. Данные наблюдений в контрольных точках, удаленных от источника на расстояния 1, 2 и 5 км, обозначены на рис. 1 звездочками. Анализ результатов решения задач оценивания показывает, что соответствие рассчитанных и измеренных концентраций в контрольных точках до 3 км достаточно высокое. Различие составляет порядка 5%. В точке, удаленной от источника на расстояние 5 км, это расхождение более заметно, что объясняется недостаточным учетом влияния полидисперсности выбрасываемой аэрозольной примеси для больших расстояний.

#### Восстановление уровня загрязнения почвы

Отбор проб почвы в окрестностях завода проводился сотрудниками Института почвоведения и агрохимии СО АН СССР во второй половине 80-х гг., главным образом в 1987 г.

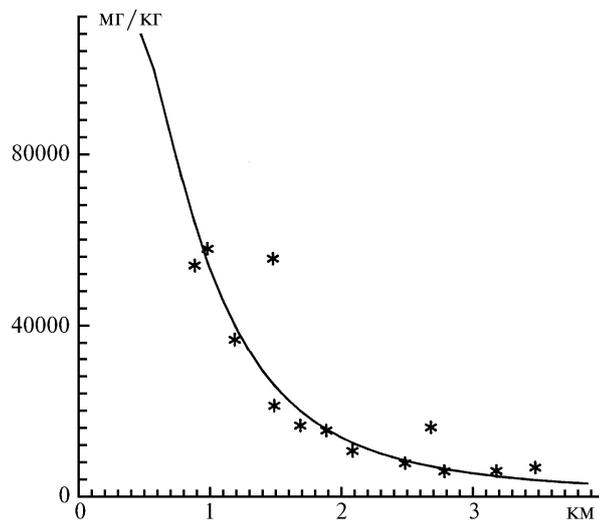


Рис. 2. Вычисленные и измеренные нормированные концентрации (мг/кг) цинка в почве. \* – данные наблюдений

Для численного анализа было взято 13 точек отбора проб, отстоящих от трубы не далее 3,5 км. Такой выбор обусловлен достаточно высокой степенью соответствия рассчитанных и измеренных концентраций тяжелых металлов в снегу для таких расстояний. Эти точки в ос-

новном расположены в центральной части г. Белово. Параметр  $\Theta_2$ , отражающий степень кривизны линии, задаваемой выражением (8), в данном случае не рассчитывался. Его значение приравнялось к величине, полученной для снега. Коэффициент растяжения  $\Theta_1$  определялся по данным наблюдений методом наименьших квадратов.

На рис. 2 приведены данные наблюдений и расчета содержания цинка в почве, нормированные на среднегодовую повторяемость направлений ветра. Из анализа рисунка вытекает вполне удовлетворительное соответствие расчета наблюдениям.

На рис. 3, с учетом полученных оценок и среднегодовой розы ветров, изображены изолинии концентрации цинка в почве в долях предельно допустимой концентрации (ПДК). ПДК в почве для цинка составляет 300 мг/кг. Анализ рисунка показывает, что область значений концентраций цинка, превышающих ПДК, охватывает практически всю центральную часть г. Белово. Концентрация цинка с приближением к источнику достаточно быстро растет и может достигать нескольких десятков ПДК. К северу от завода в соответствии с направлениями преобладающих в течение года ветров сформировалась область очень высоких концентраций.

**З а м е ч а н и е 2.** Учитывая высокую степень соответствия расчетов и наблюдений содержания тяжелых металлов в снеге, соотношения (8), (9), (14) позволяют провести приближенную оценку суммарного выброса цинка за зимний период по формуле

$$S = \rho \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} p(r, \varphi, \Theta) r dr d\varphi. \quad (15)$$

Здесь  $S$  – суммарный выброс;  $\rho$  – поверхностная плотность тяжелого металла в снеге;  $r_1, r_2$  – нижняя и верхняя границы применимости соотношения (8).

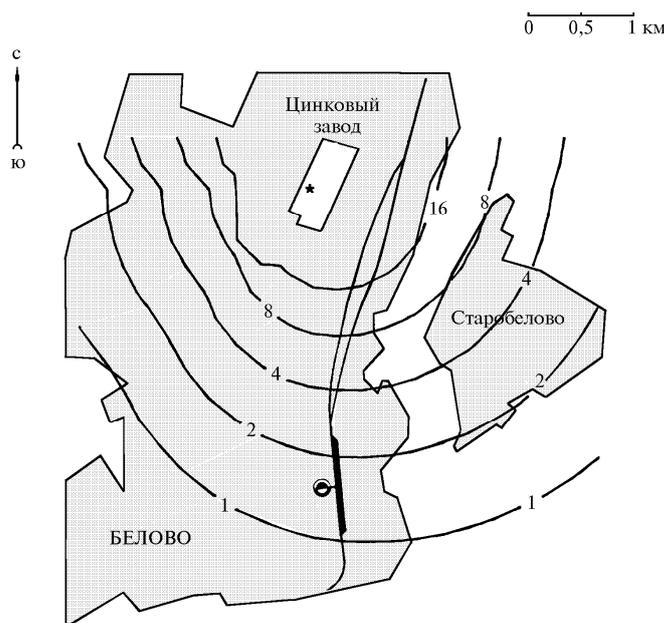


Рис. 3. Изолинии средней концентрации цинка в почве в долях ПДК. \* – положение источника

Значение  $S$ , получаемое с помощью формулы (15), следует рассматривать как нижнюю оценку суммарного выброса, поскольку для больших расстояний учет полидисперсности состава выбрасываемой аэрозольной примеси несколько занижен, а в ближней зоне не учитывается вклад низких источников.

### 3. Заключение

Проведенное численное моделирование на данных натурных наблюдений позволяет сделать следующие выводы:

– загрязнение тяжелыми металлами окрестностей цинкового завода в основном осуществляется высотным аэрозольным источником;

– спектр размеров выбрасываемых аэрозольных частиц имеет достаточный разброс и для дальнейших исследований загрязнения природных сред необходимо его определение;

– сопоставление данных наблюдений загрязнения тяжелыми металлами снега и почвы существенно повышает достоверность приведенных оценок. Восстановленная картина загрязнения снега и почвы подтверждает справедливость сделанных предположений 1), 2). Учитывая положение цинкового завода, характер местности, климатические условия, следует отметить эффективность использования мониторинга снежного покрова для контроля выбросов тяжелых металлов и уровня загрязнения вокруг предприятия.

В заключение авторы выражают свою благодарность д.б.н. В.Б. Ильину за предоставленную экспериментальную информацию и полезные обсуждения в процессе работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (95-05-15575).

1. Берлянд М.Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1975. 448 с.
2. Василенко В.Н., Назаров И.М., Фридман Ш.Д. Мониторинг загрязнения снежного покрова. Л.: Гидрометеоздат, 1985. 182 с.
3. Израэль Ю.А., Назаров И.М., Цатуров Ю.С. и др. // Метеорология и гидрология. 1994. № 8. С. 5–18.
4. Крылова А.И., Рапута В.Ф. Обратная задача восстановления плотности осадка препарата при аэрозольных обработках сельхозкультур. Новосибирск, 1993. 19 с. (Препринт/ Вычислительный центр СО РАН, N 995).
5. Крылова А.И., Рапута В.Ф., Суторихин И.А. // Метеорология и гидрология. 1993. № 5. С. 5–13.
6. Лайхтман Д.Л. Физика пограничного слоя атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1970. 341 с.

ВЦ СО РАН, Новосибирск,  
ГНЦ ВБ «Вектор», НИИ аэриологии, Новосибирская обл.

Поступила в редакцию  
16 января 1997 г.

V.F.Raputa, A.P.Sadovskii, S.E.Olkin. **Model of Terrain Long-term Pollution from Aerosol Sources.**

The model of reconstructing the terrain pollution from aerosol sources is constructed based on the solution of the inverse problem of pollutant dispersion in the atmosphere and the climatic data of wind velocity. The model proposed is tested on the data of observations of heavy metal pollution of the snow and the ground in neighborhoods of the Belovo Zinc Plant.