

А.Г. Боровой, Н.И. Вагин, В.В. Дёмин,
В.А. Донченко, А.В. Ивонин, И.В. Лифенко

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В РАСSEИВАЮЩИХ СРЕДАХ

Рассмотрена пространственная корреляционная функция интенсивности (КФИ) оптического излучения, прошедшего слой дисперсной среды. Показано, что использование КФИ для диагностики дисперсных сред дает ряд преимуществ по сравнению с традиционными методами. Проведена экспериментальная апробация предложенного подхода и оценены границы его применимости.

Большинство оптических методов диагностики грубодисперсных сред основаны на измерении или первой корреляционной функции (ПКФ) поля, или корреляционной функции интенсивности (КФИ) излучения, прошедшего среду, так как эти функции достаточно просто определяются экспериментально. Так, ПКФ легко измерить при помощи интерферометра [1]. Еще проще измерить ее двумерный фурье-образ как распределение энергии в фокальной плоскости линзы, что реализуется в широко распространенном малоугловом методе диагностики дисперсных сред [2] и дает возможность определять распределение частиц по размерам. Статистическая обработка сигналов фотодетекторов позволяет получать КФИ, использование которой для целей диагностики описано, например, в работах [3, 4].

В большинстве этих методов предполагается, что КФИ определяется только ПКФ. В действительности же КФИ определяется как корреляционными функциями поля второго порядка — ПКФ и второй корреляционной функцией (ВКФ), так и корреляционными функциями третьего и четвертого порядков, которые могут содержать дополнительную информацию о среде. Исследованию этого вопроса и посвящена настоящая статья, в которой ограничимся рассмотрением случая пространственных флуктуаций поля.

Для статистически однородных полей КФИ выражается через корреляционные функции поля следующим образом [6]:

$$\psi_{II}(x, \rho) = 2 \operatorname{Re} \{ \langle u \rangle |^2 \psi_{uu^*}(x, \rho) + \langle u^* \rangle^2 \psi_{uu}(x, \rho) \} + |\psi_{uu^*}(x, \rho)|^2 + |\psi_{uu}(x, \rho)|^2 + K(x, \rho), \quad (1)$$

где $K(x, \rho)$ — корреляционные функции третьего и четвертого порядков, конкретный вид которых приводится в дальнейшем для каждого рассматриваемого случая, u — комплексная амплитуда поля, распространение которого в грубодисперсных средах можно описывать параболическим уравнением; $\rho = \rho_1 - \rho_2$, ρ_1 и ρ_2 — координаты в плоскости $x = \text{const}$, перпендикулярной направлению распространения излучения, функции ψ_{VW} определяются выражением

$$\psi_{VW}(x, \rho) = \langle V(x, \rho_1) W(x, \rho_2) \rangle - \langle V(x, \rho_1) \rangle \langle W(x, \rho_2) \rangle \quad (2)$$

Скобки $\langle \dots \rangle$ обозначают статистическое усреднение.

В случае наиболее часто встречающейся в оптике дисперсных сред ситуаций, когда статистика поля является гауссовой, функции $K(x, \rho)$ равны нулю и ψ_{II} определяется средним полем $\langle u \rangle$ и квадратичными функциями поля — ПКФ ψ_{uu^*} и ВКФ ψ_{uu} .

В другом частном случае — малых флуктуации интенсивности — выражение (1) принимает еще более простой вид. Действительно, если в плоскости регистрации результирующее поле есть суперпозиция опорной $u_0 = 1$ и слабой рассеянной $u_p(x, \rho)$ волн, то $I(x, \rho) = 1 + u_p(x, \rho) + u_p^*(x, \rho) + |u_p(x, \rho)|^2$. Тогда, пренебрегая квадратичным членом в этой сумме, получим

$$\psi_{II}(x, \rho) = 2 \operatorname{Re} [\psi_{uu^*}(x, \rho) + \psi_{uu}(x, \rho)]. \quad (3)$$

Здесь и далее u — безразмерная величина, нормированная на амплитуду падающей волны.

Из рассмотрения вышеприведенных ситуаций ясно, что можно надеяться на получение дополнительной информации о среде из измерений КФИ, когда ВКФ вносит заметный вклад в КФИ.

Для определенности рассмотрим рассеяние плоской волны на слое одинаковых частиц, независимо расположенных в пространстве (пуассоновский ансамбль частиц). В случае однократного рассеяния результирующее поле запишется следующим образом:

$$u(\mathbf{r}) = 1 + \sum_j u_p(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j), \quad (4)$$

где $\mathbf{r} \equiv (x, \rho)$. Тогда вычисление любых корреляционных функций поля $u(\mathbf{r})$ сводится к интегрированию по пространству [6]. Так, например,

$$\begin{aligned} \psi_{uu^*}(x, \rho) &= c \int_{-\infty}^{\infty} u_p(\mathbf{r}' + \rho) u_p^*(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'; \\ \psi_{uu}(x, \rho) &= c \int_{-\infty}^{\infty} u_p(\mathbf{r}' + \rho) u_p(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \end{aligned} \quad (5)$$

где c — концентрация частиц; $u_p(\mathbf{r})$ — поле, рассеянное отдельной частицей и зависящее от ее свойств (размер, форма, показатель преломления). Поэтому выражения (5) и (1) полностью определяют связь ПКФ и КФИ с параметрами среды.

Заметим, что отличительной чертой ВКФ является чувствительность к фазе рассеянной волны. Если поле, рассеянное частицами, дополнительно испытывает случайный набег фазы ξ_j , так что $u_p(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) = u_p(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) e^{i\xi_j}$, а ξ_j и \mathbf{r}_j статистически независимы, то ПКФ остается неизменной, а в выражении для ВКФ появляется множитель $\varphi = \langle e^{2i\xi} \rangle$, который в частном случае гауссовости величины ξ и $\langle \xi \rangle = 0$ имеет простой смысл: $\varphi = e^{-D\xi}$, где $D\xi$ — дисперсия случайной фазы ξ . Этот факт может быть использован для оценки малой дисперсии волнового фронта, что проведено, например, в работе [5]. При возрастании фазовых возмущений, т.е. при увеличении $D\xi$ множитель φ стремится к нулю, тем самым ВКФ становится незначительной и КФИ определяется только ПКФ.

Второй отличительной чертой ВКФ от ПКФ являются различные зависимости их от продольной координаты x . Из выражений (5) можно показать, что ВКФ ведет себя с расстоянием аналогично полю, т.е. содержит быстроосциллирующий фазовый множитель, зависящий от x [6]. Поэтому с увеличением толщины слоя среды ВКФ будет стремиться к нулю.

Исходя из перечисленных особенностей, экспериментальное исследование информативности КФИ проведено нами на модельной среде, которая представляла собой монослой частиц ликоподия с радиусом $a = (15 \pm 0,5)$ мкм, нанесенный на стеклянную плоскопараллельную пластину. Эта модельная среда освещалась когерентным когерентным излучением с длиной волны $\lambda = 0,63$ мкм и диаметром пучка $D = 30$ мм. Для измерения КФИ применялся следующий экспериментальный прием. На некотором расстоянии от монослоя помещалась фотопластинка, на которой регистрировалось случайное распределение интенсивности. Условие малых флуктуаций, реализованное в эксперименте, позволяло осуществлять запись распределения интенсивности в линейном диапазоне характеристической кривой фотоматериала. Применение голографических фотопластинок «Микрат ЛОИ-2» и использование описанной оптической схемы позволяют считать такую регистрацию тождественной записи голограммы дисперсной среды по осевой схеме, поэтому в дальнейшем зарегистрированное распределение интенсивности будем называть голограммой. Голограмма освещалась пучком когерентного излучения, прошедшее излучение фокусировалось и с помощью матричного фотодиодного приемника МФ-14 (32×32 элемента) регистрировалось распределение интенсивности в фокальной плоскости линзы. Таким образом регистрировался двумерный фурье-образ корреляционной функции поля, падающего на фокусирующую линзу [7]. Это поле пропорционально интенсивности на этапе регистрации голограммы [8], поэтому в фокальной плоскости линзы будет наблюдаться Фурье-образ функции ψ_{II} .

В схеме эксперимента плоскость регистрации голограммы была выбрана в зоне френгоферовой дифракции от частиц, что типично для большинства практических ситуаций в оптике дисперсных сред. В этом случае поле, рассеянное отдельной частицей, можно представить следующим образом:

$$u_p(\rho) = i \frac{\alpha}{2} \left[\frac{2J_1(\alpha\rho/a)}{\alpha\rho/a} \right] e^{i\frac{\alpha}{2}\left(\frac{\rho}{a}\right)^2}, \quad (6)$$

где $\alpha = \frac{ka^2}{x} \ll 1$; $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число. Используя (5), запишем явный вид ПКФ, ВКФ и $\langle u \rangle$ для поля (6):

$$\psi_{uu^*}(\rho) = \begin{cases} 2c\alpha^2 \left[\arccos\left(\frac{\rho}{2a}\right) - \frac{\rho}{2a} \sqrt{1 - \left(\frac{\rho}{2a}\right)^2} \right], & \rho \leq 2a; \\ 0, & \rho > 2a \end{cases}$$

$$\psi_{uu}(\rho) = -ic\pi a^2 \frac{\alpha}{4} \left[\frac{2J_1(\alpha\rho/2a)}{\alpha\rho/2a} \right]^2 e^{i\frac{\alpha}{4}\left(\frac{\rho}{a}\right)^2},$$

$$\langle u \rangle = 1 - c\pi a^2$$
(7)

а также выражения для Фурье-образов этих функций:

$$H_{uu^*}(\omega) = c\pi^2 a^4 \Phi(\omega),$$

$$H_{uu}(\omega) = c\pi^2 a^4 \Phi(\omega) e^{-i\frac{\omega^2}{\alpha}}.$$
(8)

Здесь J_1 – функция Бесселя первого порядка; $\omega = aks/f$ – безразмерная пространственная частота; s – смещение точки наблюдения относительно оптической оси; f – фокусное расстояние спектроанализирующей линзы; функция $\Phi(\omega) = [2J_1(\omega)/\omega]^2$ описывает дифракцию Фраунгофера на диске радиуса a (картина Эйри).

Несколько сложнее выглядит фурье-образ (пространственный спектр) КФИ. Прежде заметим, что в рассматриваемом случае $K = 4\text{Re}\left[\langle u^* \rangle \psi_{|u|^2}\right] + \psi_{|u|^2|u|^2}$. Легко показать, что Фурье-образы функций $|\psi_{uu}|^2$ и K равны нулю при $\omega > 4\alpha$, поэтому в этой области пространственных частот выражение для спектра КФИ принимает вид

$$H(\omega) = c\pi^2 a^4 \{2(1 - c\pi a^2)^2 \Phi(\omega) [1 + \cos(\omega^2/\alpha)] + c\pi a^2 \Phi(\omega) \otimes \Phi(\omega)\},$$
(9)

знак \otimes означает свертку функций.

Главной отличительной чертой выражения (9) является наличие быстро осциллирующего члена с множителем $\cos(\omega^2/\alpha)$, представляющего собой Фурье-образ действительной части ВКФ и имеющего экстремумы на пространственных частотах

$$\omega_N = \sqrt{\pi\alpha N}, \quad N = 1, 2, 3, \dots$$
(10)

В область применения формулы (9) попадают экстремумы с номерами $N > \frac{16}{\pi}\alpha$, что при малых α существенно не ограничивает экспериментальные условия измерения ВКФ.

Исходя из этого, нами экспериментально проверялось соотношение (9) при $\omega > 4\alpha$. В эксперименте зарегистрировано 40 голограмм модельной среды с различными концентрациями $0,096 \leq c\pi a^2 \leq 0,519$ и на различных расстояниях $0,007 \leq \alpha \leq 0,063$, см. таблицу. Затем измерялись Фурье-спектры КФИ в 96 точках (3×32) при заданном сдвиге фотоматрицы относительно оптической оси. В тех же точках дополнительно измерялся фон в отсутствие голограммы. Учитывая изменение масштабов спектров ВКФ для различных x , применялись три оптических системы с различными фокусными расстояниями f (см. таблицу).

Для сравнения измеренных данных с выражением (9) использовался метод наименьших квадратов (пример приведен на рис. 1). Поскольку в целом измерения охватывали диапазон $0,23 \leq \omega \leq 1,54$, и в соответствии с этим менялись значения спектра, для дальнейшего сопоставления различных фрагментов между собой все полученные данные нормировались на максимальное значение спектра в каждом фрагменте.

В таблице приведены значения S выборочного среднеквадратического отклонения экспериментальных значений $H(\omega)$ от расчетных для всех обработанных голограмм. Из таблицы видно, что S близки при изменениях концентрации частиц, но возрастают с увеличением расстояния x . Проверка того, что S , находящиеся в одном столбце, принадлежат одной генеральной совокупности, показала, что согласно критерию Кокрена [9] несущественность различия выборочных дисперсий можно принять с уровнем значимости 5%.

ста ²	с, мм ⁻²	Дифракционный параметр, α					
		0,033	0,033	0,022	0,014	0,010	0,007
		Расстояние до слоя, x, мм					
		35	35	100	160	225	310
		f=1493 мм		f=2930 мм		f=3951 мм	
0,036	137	0,134	0,193	0,167	0,229	0,230	0,296
0,097	139	0,153	0,179	—	—	0,345	0,389
0,164	235	0,177	0,246	0,253	0,323	—	0,465
0,194	279	0,160	0,190	0,209	0,264	—	—
0,263	377	0,143	0,189	0,253	0,286	0,372	0,485
0,271	389	0,119	0,190	0,226	0,323	0,331	0,409
0,389	558	0,179	0,202	0,238	0,355	0,394	—
0,519	745	0,188	0,156	0,241	—	—	—
<S>		0,157	0,193	0,227	0,297	0,335	0,409
ε		0,041	0,091	0,154	0,195	0,258	0,273

Увеличение погрешности с увеличением расстояния объясняется ограниченностью пучка излучения, которая проявляется в плоскости регистрации в виде спекл-структуры с частотными размерами пятна $2\pi a/D$. Требуемое разрешение при измерении функции $H(\omega)$ определяется разностью $\Delta\omega = \omega_{N+1} - \omega_N$, поэтому необходимо, чтобы в эксперименте выполнялось соотношение

$$\varepsilon = \frac{2\pi a/D}{\Delta\omega} = \frac{\sqrt{2\lambda x}}{D(\sqrt{N+1} - \sqrt{N})} \ll 1. \quad (11)$$

Отметим, что (11) является условием пространственной эргодичности и означает, во сколько раз масштаб ВКФ (зона Френеля) меньше размеров пучка. На рис. 2 представлена зависимость S от ε , которая доказывает, что причиной увеличения погрешности с увеличением x является нарушение условия (11). Из рис. 2 следует, что для достижения минимально возможной в данном эксперименте 10%-ной погрешности необходимо увеличить диаметр пучка D до 200 мм.

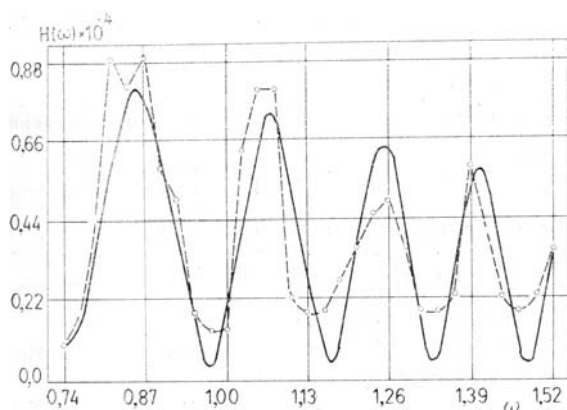


Рис. 1. Сравнение экспериментальных (---) и расчетных (—) значений Фурье-образа КФИ при $x = 35$ мм, $c = 389$ мм⁻²

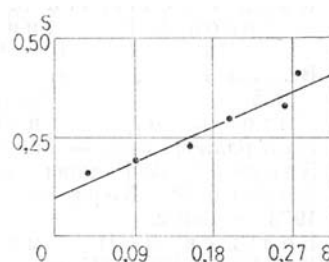


Рис. 2. Возрастание погрешности S вследствие ограниченности пучка

Результаты эксперимента позволяют признать удовлетворительным согласие измеренных и расчетных (9) значений спектра КФИ. Проанализируем (9) с точки зрения получения информации о среде.

Наличие характерных частот ω_N в спектре КФИ позволяет определять расстояние до слоя среды:

$$x = \frac{\lambda N f^2}{2s_N}, \quad (12)$$

где s_N — смещение N -й экстремальной точки относительно фокального пятна. Подчеркнем, что для определения x не требуется значения c и a . В нашем эксперименте погрешность определения x составила 4%.

Выражение (9) позволяет также записать связь контраста измеряемой функции $H(\omega)$ с концентрацией среды:

$$\frac{H_{\max}}{H_{\min}} \sim \frac{(1 - c\pi a^2)^2}{c\pi a^2}, \quad (13)$$

что можно использовать для определения c . В эксперименте использование (13) позволило определять c с погрешностью 30%, так как экспериментально измеряемые H_{\min} были сравнимы с фоном.

Ранее мы отмечали, что с увеличением толщины слоя Δx вклад ВКФ в КФИ должен уменьшаться. Оценим допустимую Δx для данной схемы эксперимента. Для этого проинтегрируем (9) по продольной координате от x до $x + \Delta x$. Тогда перед членом, обусловленным ВКФ, появляется множитель $\sin(ks^2\Delta x/2f^2)/(ks^2\Delta x/2f^2)$, который определяет искомое условие $\frac{\Delta x}{x} \ll \frac{1}{N}$. Зависимость КФИ от

Δx может быть использована для оценки толщины слоя среды.

Таким образом, в настоящей статье показано, что КФИ содержит дополнительную информацию о дисперсной среде, когда существенна роль ВКФ. Последнее выполняется при малых фазовых возмущениях в среде ($D\xi < 1$) и ограниченной относительной толщине слоя $\left(\frac{\Delta x}{x} \ll \frac{1}{N}\right)$. Предложенный подход может быть применен для диагностики локальных аэрозольных образований, в том числе нестационарных, например, при контроле модельных аэрозольных сред и в экспериментах по распространению оптического излучения.

1. Kazovsky L. G. — Appl. Optics, 1984, v. 23, № 3, p. 448.
2. Шифрин К. С. — В кн.: Теоретические и прикладные проблемы рассеяния света. Минск, 1971, с. 228–244.
3. Wang T., Clifford S. — J. Opt. Soc. Amer., 1975, v. 65, № 8, p. 927.
4. Боровой А. Г., Вагин Н. И., Веретенников В. В. — Оптика и спектроскопия, 1986, т. 61, в. 6, с. 1326.
5. Вагин Н. И., Ивонин А. В. — Оптика и спектроскопия, 1985, т. 58, в. 1, с. 235.
6. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. — М.: Наука, 1978, 463 с.
7. Зверев В. А. Радиооптика. — М.: Сов. радио, 1975. — 304 с.
8. Кольер Р., Беркхарт К., Лин Л. Оптическая голография — М.- Мир, 1973. — 686 с.
9. Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики. — М.: Наука, 1983, 415 с.

Институт оптики атмосферы
СО АН СССР, Томск
Сибирский физико-технический институт
им. В. Д. Кузнецова, Томск

Поступила в редакцию
29 марта 1988 г.

A. G. Borovoy, N. I. Vagin, V. V. Dyomin, V. A. Donchenko, A. V. Ivonin, I. V. Lifenko. **Spatial Optical Intensity Correlation Function for Scattering Media.**

The spatial optical intensity correlation function was used for the dispersion medium diagnostics. The proposed approach was verified experimentally to show a number of advantages over the conventional methods. The applicability limits of the technique under consideration were found.