

Г.Я. Патрушев, А.П. Ростов, О.А. Рубцова

МОМЕНТЫ И ПЛОТНОСТЬ ВЕРОЯТНОСТЕЙ НАСЫЩЕННЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

Анализируются экспериментальные данные по статистике флуктуаций интенсивности плоской волны в диапазоне значений параметра $\beta_0 = 6 \div 18$. Проводится сравнительный анализ высших моментов и гистограмм с теоретическими моделями. Экспериментальные моменты превышают имеющиеся асимптотические зависимости и насыщаются на уровень, практически не изменяющийся в диапазоне значений $\beta_0 = 7 \div 18$, причем относительные среднеквадратические значения флуктуаций $\beta \approx 1,16 \div 1,17$. Гистограммы мгновенных значений интенсивности хорошо аппроксимируются K -распределением. На основе экспериментальных данных устанавливается связь между средним числом каналов N при многолучевом распространении в турбулентной атмосфере и значением параметра β_0 : $N = 6 \div 7$ при $\beta_0 = 7 \div 18$.

Более двух десятков лет разными авторами рассматривалась плотность вероятностей флуктуаций интенсивности при распространении оптического излучения в турбулентной атмосфере. До настоящего времени надежно не установлен функциональный вид плотности вероятностей при сильно насыщенных флуктуациях интенсивности. Было предложено несколько эвристических моделей, их краткий анализ и сравнение с экспериментальными данными, подводящие итог предшествующих исследований, проведены в [1].

Следует отметить, что проверка предложенных моделей проводилась в существенно ограниченном диапазоне турбулентных условий распространения (параметр $\beta_0 = 1,21 C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}$, где C_n^2 – структурная характеристика поля показателя преломления; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; L – длина трассы распространения). В то же время практически все теоретические исследования были направлены на асимптотический анализ высших моментов флуктуаций интенсивности [2 – 4], результаты которых, строго говоря, справедливы при $\beta_0 \ll 1$, в то время как в экспериментах значения β_0 , за редким исключением, не превышают 7. Кроме того, сравнение с экспериментальными данными в большинстве случаев проводилось недостаточно корректно, так как не учитывались смещение и дисперсия экспериментальных моментов за счет ограниченности диапазона принимаемых значений сигнала [1].

Нами проведены измерения высших нормированных моментов и гистограмм флуктуаций интенсивности плоской волны при существенно больших, чем в предшествующих измерениях, значениях параметра β_0 для проверки имеющихся теоретических зависимостей высших моментов и некоторых моделей плотности вероятностей флуктуаций интенсивности.

Измерения проводились по отработанной методике (см. библиографию в [1]). Использовалась V -образная трасса с отражением общей длиной $L=3,7$ км. Отражатель – высококачественный зеркальный диск диаметром 500 мм; расстояние между оптическими осями прямого и отраженного излучения в месте приема было более 1 м, что позволяло не учитывать эффект усиления флуктуаций интенсивности за счет отражения.

Небольшое число экспериментальных данных было получено на трассе $L = 400$ м. Квазиплоская волна формировалась линзовым объективом диаметром 500 мм с эффективным размером пучка на выходе по уровню $e^{-1} \approx 8,5$ см. Лазерное излучение ($\lambda = 0,63$ мкм) принималось тремя фотоприемниками ФЭУ-79 с диаметрами входных диафрагм $\approx 0,3$ мм. Центральный фотоприемник располагался в визуальном центре пучка, два других находились от него на расстоянии $5 \div 10$ мм. Контроль турбулентного состояния атмосферы осуществлялся по флуктуациям интенсивности на трассе длиной $L_1 = 200$ м. Дополнительный контроль однородности интенсивности турбулентности по трассе осуществлялся акустическим анемометром-термометром [5], расположенным ближе к середине трассы. Регистрация сигналов с ФЭУ

осуществлялась на цифровом магнитофоне по четырем каналам с частотой дискретизации 5 кГц по каждому каналу в течение 5 мин.

Использование записи сигналов с оптического измерителя C_n^2 и данных акустического анемометра-термометра позволяло по временному спектру флуктуаций определить внутренний масштаб турбулентности [6]. Высокая достоверность записи и воспроизведения цифровой информации (коэффициент выпадения не более 10^{-7}) и динамический диапазон (12 разрядов) позволяли надежно оценивать гистограммы в диапазоне значений сигнала $0,01 \leq I/\langle I \rangle \leq 20 \div 25$, составляющих три порядка относительно среднего значения сигнала $\langle I \rangle$. Измерения проводились в июне–июле при ясной солнечной погоде в полуденное или близкое к нему время суток. Значение параметра l_0 во время измерений находилось в диапазоне $3 \div 4$ мм.

На рис. 1 приведена зависимость индекса мерцаний $\beta = (\langle I^2 \rangle / \langle I \rangle^2 - 1)^{1/2}$ от параметра β_0 . Кривая 1 соответствует усредненным экспериментальным данным, приведенным в [7] для плоской волны, кривая 2 – асимптотика, полученная в [8]:

$$\beta^2 = 1 + 0,85 (\beta_0^2)^{-2/5}, \quad (1)$$

кривая 3 – расчет по формуле

$$\beta^2 = 1,74 - 0,092\beta_0 + 0,6 (2\pi l_0^2 / \lambda L)^{1/2}, \quad (2)$$

полученной в [9] для плоской волны в области фокуса флуктуаций с учетом внутреннего масштаба турбулентности $l_0 = 4$ мм. Линия 4 представляет глазомерную аппроксимацию экспериментальных данных.

Как видно из рис. 1, в области слабых флуктуаций экспериментальные данные хорошо согласуются с зависимостью 1 и близки к ней при $\beta_0 = 6 \div 7$, а в режиме насыщения все лежат выше асимптотической кривой 2 и насыщение флуктуаций интенсивности происходит на уровень $\beta \approx 1,16 \div 1,17$.

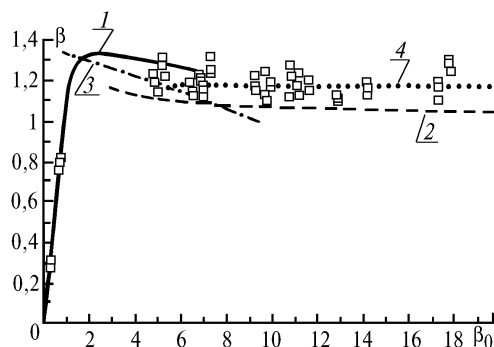


Рис. 1. Зависимость индекса мерцаний флуктуаций интенсивности β от параметра β_0

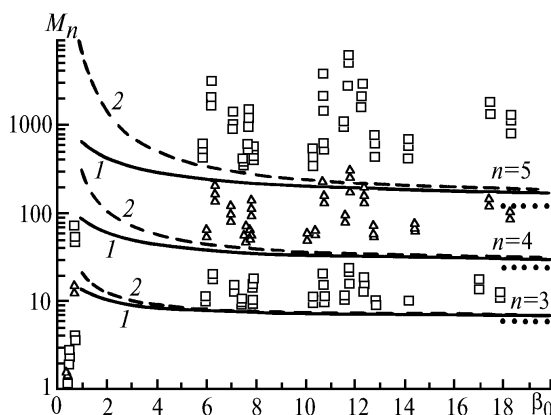


Рис. 2. Зависимость высших нормированных моментов M_n ($n = 3, 4, 5$) от параметра β_0

Рассмотрим теперь зависимость высших моментов флуктуаций интенсивности $M_n = \langle I^n \rangle / \langle I \rangle^n$ ($n = 3, 4, 5$) от параметра β_0 (рис. 2). В области насыщения экспериментальные значения высших моментов лежат выше асимптотических кривых (кривые 1), полученных в [8]:

$$M_n = n! \left[1 + 0,43 \frac{n(n-1)}{2} \beta_0^{-4/5} \right], \quad (3)$$

и асимптотик, полученных Дашеном в [2] (кривые 2),

$$M_n = n! \exp \left[0,43 \frac{n(n-1)}{2} \beta_0^{-4/5} \right] \quad (4)$$

и также превышают уровень, соответствующий экспоненциальному распределению (на рис. 2 показан штриховой линией справа).

Более полную информацию о характере флуктуаций процесса дает сравнительный анализ высших моментов и плотности вероятностей мгновенных значений интенсивности с модельными распределениями. На рис. 3 приведена зависимость высших нормированных экспериментальных моментов M_n ($n = 3, 4, 5$) от второго нормированного момента $M_2 = \langle I^2 \rangle / \langle I \rangle^2$. Сплошные кривые соответствуют моментам логарифмически нормального распределения

$$P(I) = (\sqrt{2\pi}\sigma I)^{-1} \exp[-(1/2\sigma^2)(\ln I - \xi)^2]; \quad (5)$$

$$\sigma^2 = \ln(1 + \beta^2); \quad \xi = \ln[\langle I \rangle / (1 + \beta^2)^{1/2}],$$

вычисленным с учетом смещения за счет ограниченности динамического диапазона для условий эксперимента ($I_{\max} = 4095$; $\langle I \rangle = 150$) по формуле, полученной в [10]. Штриховые линии соответствуют моментам K -распределения:

$$\langle I \rangle P(I) = (2/\Gamma(y)) y^{(y+1)/2} I^{(y-1)/2} K_{y-1}[2(Iy)^{1/2}]; \quad (6)$$

$$y = 2 / (\beta^2 - 1); \quad y > 0,$$

где $K_\nu(z)$ – функция Макдональда, также вычисленным с учетом смещения по формуле, полученной в [11]. Как видно из рис. 3, экспериментальные моменты с увеличением M_2 отклоняются от логарифмически нормальной зависимости и в диапазоне $2 < M_2 < 3$ соответствуют моментам K -распределения. Для $M_2 > 3$ усеченные моменты вышеназванных распределений идут настолько близко друг к другу, что сложно выявить соответствие моментов тому или иному закону, поэтому для более детального уточнения закона распределения мы проводим анализ гистограмм мгновенных значений интенсивности.

На рис. 4–7 приведены характерные гистограммы для различных значений индекса мерцаний β и параметра β_0 . Здесь же для сравнения нанесены модельные плотности вероятностей (5) и (6). Вертикальными скобками на графиках указано среднеквадратическое отклонение оценки гистограммы. Как видно из рис. 4, при слабых флуктуациях ($\beta_0 < 1$, $\beta < 1$) экспериментальные данные хорошо аппроксимируются логарифмически нормальным распределением, что соответствует общепринятой модели плотности вероятностей для слабых флуктуаций [7, 12]. Что касается области насыщения (рис. 5–7), то здесь экспериментальные данные близки к K -распределению, однако наряду с данными, которые очень хорошо аппроксимируются K -распределением во всем диапазоне значений интенсивности (рис. 5), имеются гистограммы, несколько отличающиеся от него в области глубоких замираний (рис. 6). Так, на рис. 7 представлены гистограммы, имеющие очень близкие значения β_0 и β , однако в области замираний отличающиеся почти на порядок. Такое изменение гистограмм трудно объяснить, оставаясь в рамках модели стационарного случайного процесса, и оно, по-видимому, связано с тем, что модель стационарности выполняется с некоторым приближением. Тем не менее K -распределение в режиме насыщения значительно лучше аппроксимирует данные гистограммы, чем логарифмически нормальное и экспоненциальное распределения, что подтверждает выводы, сделанные в [13].

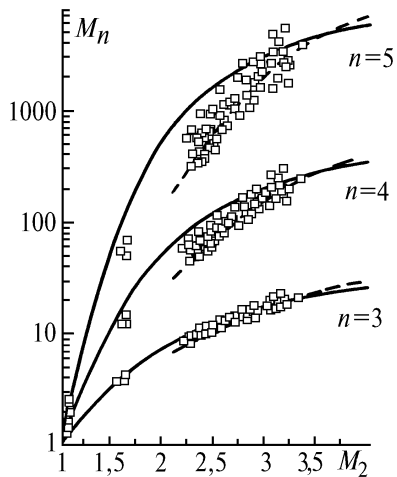


Рис. 3. Высшие нормированные моменты интенсивности M_n ($n = 3, 4, 5$) в зависимости от второго нормированного момента M_2

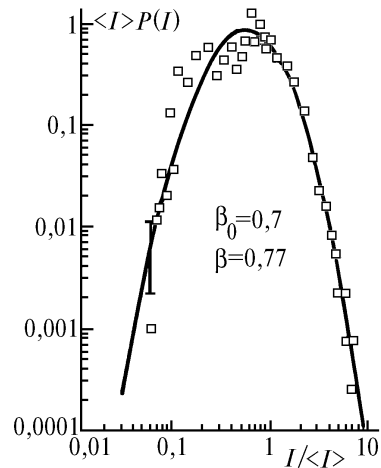


Рис. 4. Сравнение гистограммы $P(I)$ нормированных значений интенсивности $I/\langle I \rangle$ с логарифмически нормальным распределением

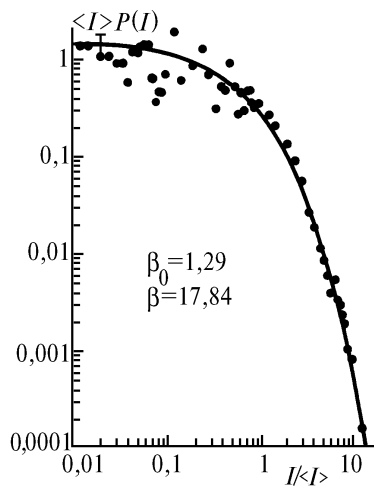


Рис. 5. Сравнение гистограммы нормированных значений интенсивности с K -распределением

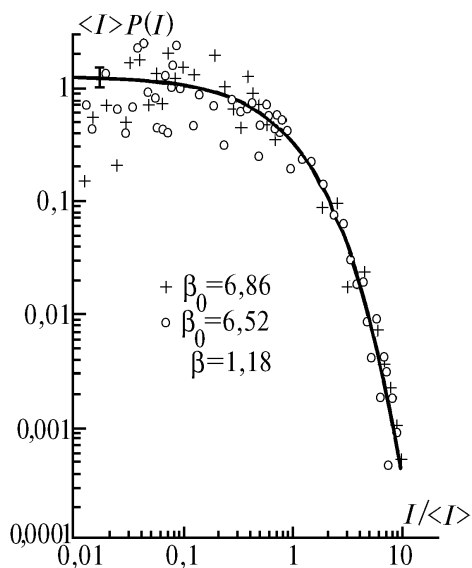
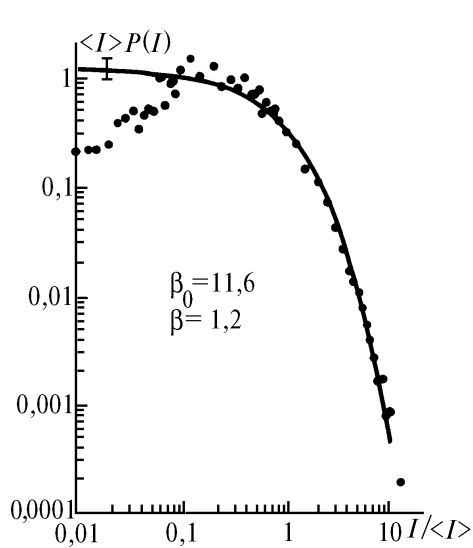


Рис. 6 и 7. Сравнение гистограммы нормированных значений интенсивности с K -распределением

Рассмотрим далее физическую картину, приводящую к K -распределению. Как было отмечено в [14, 15], при распространении оптических волн в случайно-неоднородной среде флуктуации показателя преломления приводят к появлению каустических особенностей. Вдоль каждого луча на конечном расстоянии от предыдущей каустической особенности с единичной вероятностью вновь образуется каустика. Появление каустик приводит к многолучевому режиму распространения волны, при этом в одну точку пространства попадает уже не один, а несколько лучей, имеющих различные начальные координаты. Если число таких независимых каналов распространения достаточно велико (≥ 12), то рассеянное поле будет удовлетворять гауссовым статистикам, а следовательно, плотность вероятностей интенсивности будет экспоненциальной. В том случае, когда освещенная область сравнима или меньше пространственной корреляции флуктуаций поля \oplus и среднее число независимых каналов распространения невелико, центральная предельная теорема неприменима и статистики рассеянного поля не будут гауссовыми. В нашем случае это объясняет, почему флуктуации насыщаются на уровне, большем единицы, а плотность вероятностей приближается к K -распределению.

Эволюция экспериментальных гистограмм от K -распределения к экспоненциальному с увеличением числа рассеивателей в освещенной области хорошо прослеживается в [16], где рассматривается случай рассеяния лазерного излучения шероховатой поверхностью. Когда число рассеивателей достигало ~ 50 , плотность вероятностей становилась экспоненциальной; когда же число рассеивателей было невелико (~ 7), то полученные гистограммы соответствовали K -распределению.

Более корректную оценку среднего числа каналов распространения и их дисперсии в области насыщенных флуктуаций, исходя из [15, 16], сделать затруднительно.

Наблюдающийся разброс значений гистограмм в области глубоких замираний, возможно, связан с вариацией числа каналов рассеяния, среднее квадратическое число которых сравнимо со средним значением.

Вышеизложенное объясняет и негауссовы статистики, которые получены нами при отражении сферической волны от решетки уголкового отражателя [17]. Несмотря на то, что число уголков в эксперименте достаточно велико (12), на расстоянии порядка размера решетки еще имеет место корреляция флуктуаций поля и поэтому среднее число независимых каналов распространения, дающих вклад в принимаемое поле, будет меньше числа уголков. Можно попытаться получить экспоненциальное распределение в таком эксперименте, разведя элементы решетки на расстояние, превышающее радиус корреляции поля волны, чтобы лучи, пришедшие от отдельных уголков, могли считаться независимыми.

Таким образом, в работе показано, что наши экспериментальные данные по моментам флуктуаций интенсивности в режиме насыщения ($\beta_0 \approx 6-19$) лежат выше всех расчетных асимптотических кривых, а насыщение происходит на стабильный уровень $\beta=1,16-1,17$, который превышает уровень, соответствующий экспоненциальному распределению. Также показано, что K -распределение хорошо аппроксимирует экспериментальные данные, начиная со значений параметра $\beta_0 \approx 6 \div 18$, при этом число каналов при многолучевом распространении примерно равно $6 \div 7$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 94-02-03734-а).

1. Патрушев Г. Я., Рубцова О. А. // Оптика атмосферы и океана. 1993. Т. 6. N 11. С. 1333-1350.
2. Dashen R. // Opt. Letters. 1984. V. 10. N 4. С. 110.
3. Wang Q. - Y., Dashen R. // J. Opt. Soc. Am. 1993. V. 10. N 6. P. 1226.
4. Dashen R. et. al. // J. Opt. Soc. Am. 1993. V. 10. N 6. P. 1233.
5. Патрушев Г. Я., Ростов А. П., Иванов А. П. // Оптика атмосферы и океана. 1994. Т. 7. N 11-12. С. 1636 - 1638.
6. Монастырный Е. А., Патрушев Г. Я., Петров А. И., Покасов В. В. Способ определения внутреннего масштаба турбулентности и устройство для его осуществления. А. с. N 913794.
7. Гурвич А. С., Кон А. И., Миронов В. Л., Хмелевцов С. С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
8. Гочелашвили К. С., Шишов В. И. // ЖЭТФ. 1974. Т. 66. С. 1237.
9. Flatte S. M., Wang Q. Y., Martin I. // J. Opt. Soc. Am. 1993. V. 10. N 11. P. 2354.
10. Патрушев Г. Я., Печеркина Т. П., Ростов А. П. // Автометрия. 1985. N 3. С. 22.
11. Consortini A., Hill R. // Opt. Letters. 1987. V. 12. N 5. P. 304.

12. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.
13. Патрушев Г. Я., Рубцова О. А. // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. N 7. С. 716–719.
14. Кравцов Ю. А. // ЖЭТФ. 1968. Т. 55. N 3. С. 798.
15. Грибова Е. З., Саичев А. И. // Радиотехника и электроника. 1994. Т. 39. N 2. С. 193.
16. Роров I. A., Sidorovsky N. V., Veselov L. M. // Optics Comm. 1993. V. 97. N 5–6. P. 304.
17. Патрушев Г. Я., Петров А. И., Рубцова О. А. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. N 3. С. 277–282.

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томск

Поступила в редакцию
20 октября 1994 г.

G. Ja. Patrushev, A. P. Rostov, O. A. Rubtsova. **Moments and Probability Density of Intensity Saturated Fluctuations in Turbulent Atmosphere.**

Experimental data are analyzed on statistics of a plane wave intensity fluctuations within region 6 to 18 of the parameter β_0 . Comparative analysis of higher-order moments and histograms with theoretical models is conducted. Experimental moments exceed the available asymptotic dependences and become saturated at the level practically unchangeable within range of $\beta_0 = 7 \div 18$, the relative mean square values of fluctuations β being within 1,16–1,17. The histograms of instant values of intensity are well approximated by K -distribution. On base of experimental data, the connection between mean quantity N of channels at multi-wave propagation through turbulent atmosphere and value of β_0 parameter is shown to be the following: $N = 6 \div 7$ at $\beta_0 = 7 \div 18$.