

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Н.Н. Бочкарев, П.А. Коняев

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ЗВУКОВОГО ПУЧКА В АТМОСФЕРЕ

Предложен модифицированный алгоритм расщепления численного моделирования распространения мощной акустической волны в атмосфере, учитывающий дифракцию и диссипацию энергии. Полученные расчетные данные сопоставлены с результатами эксперимента [1].

Повышение мощности звуковых пучков в системах акустического [1, 2] и радиоакустического [3] зондирования метеопараметров атмосферы с целью увеличения дальности их действия приводит к росту нелинейного поглощения звуковой волны. При этом возрастают ошибки, например, в интерпретации мощности принимаемого акустическим локатором сигнала, несущего информацию о температурных и ветровых неоднородностях атмосферы, поскольку поглощение излучаемого локатором сигнала становится существенно нелинейным. Достаточно обоснованный учет подобных ошибок в обсуждаемых системах зондирования отсутствует [2] или содержится только на качественном уровне [3]. Основная причина этого — математические проблемы совместного учета эффектов нелинейности, дифракции и диссипации при теоретическом исследовании распространения мощного звукового пучка в атмосфере. Серьезную техническую задачу представляет и апробация полученных теоретически решений.

Цель настоящей статьи — развитие численного метода решения указанной задачи и проверка алгоритма вычисления на конкретном экспериментальном материале.

Распространение мощного звукового пучка в атмосфере можно описать следующим уравнением в безразмерных переменных [4]:

$$N \frac{\partial^2 \rho^2}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^2 \rho}{\partial \theta \partial z} + B \Delta_{\perp} \rho = -M \frac{\partial^3 \rho}{\partial \theta^3}, \quad (1)$$

где $\Delta_{\perp} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial}{\partial R} \right)$ — оператор Лапласа в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны; $R = (x^2 + y^2)^{0.5} a^{-1}$; $\theta = \omega \tau$; $\tau = t - xc^{-1}$; $z = xL_d^{-1}$. Коэффициенты $N = L_d(2L_p)^{-1}$, $B = (4 \cdot \pi)^{-1}$, $M = L_d \delta$ являются параметром нелинейности, дифракции и диссипации соответственно, где $L_d = a^2 \lambda^{-1}$, $L_p = (\chi \omega A)^{-1}$; $\chi = (\gamma + 1) \cdot (2\rho_0 c)^{-1}$; $\gamma = C_p C_v^{-1}$, $\omega = 2\pi c \lambda^{-1}$; λ — длина звуковой волны; δ — коэффициент ослабления звука, ρ_0 — плотность. Уравнение (1) записано для нормированной величины возмущения плотности среды: $\rho = \rho^* A^{-1}$, ρ^* — возмущение плотности, $P = \rho^* c^2$, P — звуковое давление, c — скорость звука, A — амплитудное возмущение плотности среды на оси излучателя при $x = 0$.

В настоящее время не существует аналитических методов решения уравнения (1). Общепринятым методом исследования подобных задач является численное решение уравнения (1) с заданными начальными и граничными условиями. Одним из эффективных подходов является применение преобразования Фурье к уравнению (1), в результате которого оно трансформируется в систему уравнений для гармоник:

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial z} + \frac{iB}{m} \Delta_{\perp} \rho_m + M m^2 \rho_m = i m N [\rho^2]_m, \quad (2)$$

где $\rho(\theta, R, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \rho_m \exp(im\theta)$, $[\rho^2]_m = \sum_{-\infty}^{\infty} \rho_{\nu} \cdot \rho_{m-\nu}$; $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ — номер гармоники; $\Delta_{\perp} = \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2}$.

Для решения каждого из уравнений (2) нами использовался модифицированный метод расщепления, разработанный одним из авторов [5] для решения задач волновой оптики.

К каждому, из уравнений системы (2) применялась процедура расщепления, которая заключалась в разбиении эволюционной переменной z (продольная координата) на отрезки $\Delta z = z \cdot N_m^{-1}$ и в замене на каждом шаге Δz уравнения (2) эквивалентной системой уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \varphi_m}{\partial z} &= -i \frac{B}{m} \Delta_{\perp} \varphi_m, \quad \varphi_m(0) = \varphi_m, \\ \frac{\partial \varphi'_m}{\partial z} &= imN [\varphi^2]_m - Mm^2 \varphi'_m, \quad \varphi'_m(0) = \varphi_m \left(\frac{\Delta z}{2} \right), \\ \frac{\partial \varphi''_m}{\partial z} &= -i \frac{B}{m} \Delta_{\perp} \varphi''_m, \quad \varphi''_m(0) = \varphi'_m(\Delta z). \end{aligned} \right. \quad (3)$$

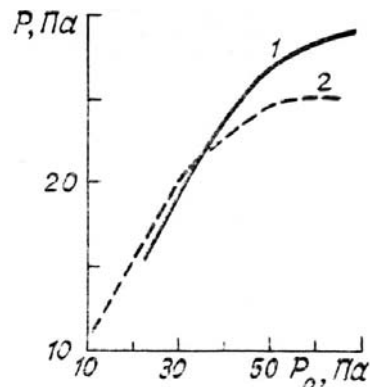
Описанная схема расщепления в отличие от известной одноциклической схемы имеет второй порядок точности по z , не приводит к существенному усложнению алгоритма вычислений, ни повышает скорость сходимости метода на порядок.

Для решения первого уравнения системы (3) (волновое уравнение параболического типа) использовался модифицированный метод быстрого преобразования Фурье (БПФ). Модификация состоит в разделении переменных в операторе Лапласа и последующем применении одномерных алгоритмов БПФ для решения расщепленных однородных уравнений. При этом фильтрующая функция становится одномерной $H(\kappa) = \exp(-iVm^{-1} \cdot \kappa^2 \Delta z)$, что снижает требования к памяти ЭВМ, а также позволяет контролировать краевые эффекты в случае сильной дифракции пучка.

Для расчета дифракции при больших значениях волнового параметра нами использовался метод преобразования координат. При этом до значений $z = 1$ пучок считался коллимированным, а для $z > 1$ — расходящимся с геометрической расходимостью $\delta_p = L_d r^{-1}$, где r — радиус сферического фронта. Адаптивный алгоритм расчета следит за расширением пучка и растягивает координатную сетку со скоростью геометрической расходимости δ_p .

Значения коэффициентов поглощения для каждой из исследуемых гармоник f_m , где $m = 1 \dots 10$, f — частота основного тона, рассчитывались по известным формулам стандарта [6].

Начальные условия для уравнения (2) задавались в виде пучка с платообразным распределением амплитуды по сечению: $\rho(\tau = 0) = \exp(x^n + y^n) \cos(i\theta)$, где параметр $n = 8$.



Апробация эффективности описанной выше методики проводилась путем сопоставления результатов расчета с опубликованными в работе [1] экспериментальными данными. Для этого из [1] была выбрана наиболее характерная зависимость звукового давления от электрической мощности излучателя, измеренная на расстоянии 30 м от излучателя звука на его оси при частоте тонального сигнала 3,5 кГц. Для сравнения результатов расчета и эксперимента значения электрической мощности были пересчитаны в значения звукового давления P_0 , соответствующие точному решению дифракционной задачи для плоского прямоугольного излучателя заданных размеров [7]. В качестве начальной точки отсчета звукового давления была взята точка при минимальной подводимой к излучателю электрической мощности в 100 Вт.

Результат сопоставления показан на рисунке, где показана зависимость звукового давления P реального излучателя [1] (кривая 2) и звукового давления, рассчитанного с учетом нелинейности, дифракции и диссипации звука (кривая 1), от давления P_0 , соответствующего точному решению дифракционной задачи на расстоянии 30 м от излучателя при частоте тонального сигнала 3,5 кГц. Незначительное расхождение результатов расчета и измерений при больших значениях связано не только с погрешностью расчета и измерений. Одна из причин — неучет нелинейных искажений звуковой волны при $z = 0$, о которых в [1] сведений ни имеется и которые для подобных систем имеют довольно существенные значения (~ 15%). Другая — неучет в уравнении (1) турбулентности атмосферы.

Рисунок демонстрирует эффект насыщения, который можно выбрать в качестве критерия оптимизации мощности зондирующего пучка. Нелинейное поглощение звука, согласно рисунку, составило около 10 дБ при максимальной мощности излучателя.

Сравнение абсолютных значений звукового давления, полученных путем расчета и эксперимента, позволяет рекомендовать предложенную выше методику для решения задач нелинейной атмосферной акустики.

1. Бочкарев Н.Н., Клочков В.А., Красненко Н.П., Фомичев А.А. // Распространение звуковых и оптических волн в атмосфере. Томск: ТФ СО АН СССР. 1988. С. 101–104.
2. Красненко Н.П. Акустическое зондирование атмосферы. Новосибирск: Наука, 1986. 166 с.
3. Каллистратова М.А., Кон А.И. Радиоакустическое зондирование атмосферы. М.: Наука, 1985. 197 с.
4. Бахвалов Н.С., Жилейкин Я.М., Заболотская Е.А. Нелинейная теория звуковых пучков. М.: Наука, 1982. 174 с.
5. Коняев П.А., Лукин В.П. // Изв. вузов СССР. Сер. Физика. 1983. № 2. С. 79–89.
6. American National Standard Method for the calculation of absorption of sound by atmosphere. ANSI S1. 26, 1978.
7. Лепендин Л.Ф. Акустика. М.: Высшая школа, 1978. 447 с.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР,
Томск

Поступило в редакцию
19 января 1990 г.

N. N. Bockarev, P. A. Konjaev. A Numerical Solution to a Nonlinear Equation for Acoustic Beam in the Atmosphere.

A modified splitting algorithm for numerical simulation of a high-intensity rustic wave propagating in the atmosphere taking into account diffraction and energy dissipation is proposed. The calculated data obtained and experimental observations reported in literature are compared.