

Г.Н. Глазов, Г.М. Игонин

**НЕЛИНЕЙНАЯ МАРКОВСКАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ В ЛИДАРНОМ ЗОНДИРОВАНИИ ОЗОНА МЕТОДОМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ (ДП)**

На основе марковской модели сглаженных лидарным импульсом высотных флуктуаций концентрации газа показана возможность применения оптимальной марковской фильтрации в лидарном зондировании методом ДП. Найдены алгоритмы оптимальной оценки флуктуирующего профиля концентрации газа и ее дисперсии. Анализ эффективности проведен методом численного моделирования для четырех гипотетических лидаров с приемлемой энергетикой применительно к зондированию озона в полосах Хартли и Хиггинса.

**Введение.** Стохастичность полей оптико-физических параметров атмосферы и дробовые флуктуации оптико-детекторного канала приемника лидара существенно ограничивают эффективность зондирования — совокупность показателей точности, пространственных и временных разрешений. Требования же конкретных приложений, к которым, в частности, относится определение профилей концентрации озона методом дифференциального поглощения (ДП), к качеству лидарной информации постоянно повышаются. Поэтому плодотворна идея применения нелинейной марковской фильтрации лидарных сигналов, предложенная и разработанная в [1–3]. Этот вид обработки повышает эффективность зондирования флуктуирующих профилей оптико-физических параметров за счет привлечения априорной информации об их статистической структуре.

Эта разработка продолжена в [4–7] применительно к лидарному зондированию термодинамических параметров атмосферы, в [8, 9] — к лидарному зондированию аэрозоля, в [10] — к трассовому измерению газового содержания, в [11, 12] — к временной фильтрации принимаемых лидарных сигналов.

В данной статье нелинейная марковская фильтрация применяется для оптимального выделения профилей концентрации газа при его зондировании методом ДП, а конкретные расчеты проводятся применительно к зондированию озона в полосах Хартли и Хиггинса.

**Физические предпосылки.** Рассмотрим наземный моностатический лидар, излучающий импульсы с нормированной функцией мощности  $f(\tau)$  на длине волны  $\lambda$  и зондирующий атмосферу в высотном интервале  $[h_0, h_{\max}]$ . Мощность  $P_s(h)$  сигнальной компоненты на входе детектора в приближении однократного рассеяния на дальности  $h$  определяется уравнением лидара [13].

$$P_s(h) = \chi_1 E_0 S_a \int_0^h dh' f[2(h-h')/c] \tilde{\beta}(h') \tilde{Y}_a^2(0, h') \tilde{Y}_R^2(0, h') \tilde{Y}_g^2(0, h') / (h')^2, \quad (1)$$

где  $\chi_1$  — суммарный коэффициент потерь в приемной и передающей оптике;  $E_0$  — энергия излучаемого импульса;  $S_a$  — эффективная площадь приемной апертуры;  $\tilde{Y}_a, \tilde{Y}_R, \tilde{Y}_g$  — функции пропускания, обусловленные аэрозольно-молекулярным рассеянием и поглощением газом соответственно;  $c$  — скорость света;  $\tilde{\beta}(h)$  — профиль коэффициента обратного аэрозольного и молекулярного рассеяния;  $\tau = 2h/c$ , знаком  $\sim$  обозначены естественные профили.

Для описания формы реальных импульсов можно использовать временную зависимость следующего вида [13]:

$$f(\tau; m) = \frac{(\tau/\tau_0)^{m-1}}{\tau_0 \Gamma(m)} \exp\{-\tau/\tau_0\}, \quad (2)$$

где  $m = 1, 2, \dots$  и  $\tau_0 > 0$  — параметры;  $\Gamma(m)$  — гамма-функция. Эффективную длительность зондируемого импульса определим как  $\tau_{\text{eff}} = f^{-1}(\tau_{\max}; m)$ .

Так как  $P_s(h)$  обусловлено обратным рассеянием в эффективном высотном интервале  $[h-L, h]$ , где  $L = c\tau_{\text{eff}}/2$ , при условии  $L \ll h$  в (1) можно пренебречь изменением фактора  $1/(h')^2$  и  $\tilde{Y}_a^2, \tilde{Y}_R^2$  под интегралом. Предположим, что профили обратного аэрозольного и молекулярного рассеяния можно считать детерминированными за время одного сеанса зондирования, но неизвестными функциями высоты. В этом случае сглаживание на скользящем интервале  $[h-L, h]$  существенно изменит лишь профиль  $\tilde{Y}_g(0, h)$  и связанные с ним высотные реализации концентрации и характеристик поглощения газом. В результате (1) можно записать в следующем виде:

$$P_s(h) = \chi_1 E_0 S_a h^{-2} \frac{c}{2} \beta(h) Y_a^2(0, h) Y_R^2(0, h) J(h), \quad (3)$$

$$J(h) = \frac{2}{c} \int_0^h dh' f[2(h-h')/c] \tilde{Y}_g^2(0, h'). \quad (4)$$

Следуя подходу [14, 15], рассмотрим модели флуктуирующих параметров, черты стохастичности которых проявляются в том смысле, что и зависимость от времени или дальности должна быть реализацией некоторого случайного процесса. Представим случайные значения концентрации  $\tilde{N}(h)$  в виде  $\tilde{N}(h) = \bar{N}(h) + \Delta\tilde{N}(h)$ , где черта означает усреднение по ансамблю.

Разложим  $\tilde{Y}_g^2(0, h)$  в функциональный ряд Тейлора по профилю  $\Delta\tilde{N}(h)$  в окрестности сглаженной зондирующим импульсом высотной реализации

$$\Delta N(h; m) = \frac{2}{c} \int_0^h dh' f[2(h-h')/c; m] \Delta\tilde{N}(h'). \quad (5)$$

Ввиду близости профилей  $\Delta\tilde{N}(h)$  и  $\Delta N(h; m)$  для функционала (4) справедливо следующее приближение:

$$J(h) \approx \bar{Y}_g^2(0, h) \exp \left\{ -2 \int_0^h dh' \sigma_g(h') \Delta N(h'; m) \right\}$$

где  $\sigma_g(h)$  — сечение поглощения газом;  $\bar{Y}_g(0, h)$  — пропускание, обусловленное поглощением молекулами газа со средней концентрацией  $N(h)$ . Таким образом, флуктуации  $\Delta P_s(h) = P_s(h) - \bar{P}_s(h)$  и  $\Delta N(h; m)$  связаны нелинейно, а  $\Delta N(h; m)$  — эффективно сглаженный по (5) профиль естественных флуктуаций концентрации  $\Delta\tilde{N}(h)$  на скользящем интервале  $L$ .

**Модель сигналов и шумов.** Установим статистическую структуру процесса  $\Delta N(h, m)$ . Для этого определим  $\Delta N(h, m)$  через переменную  $\eta_m(\tau)$  состояния в виде  $\Delta N(h; m) = \sigma[\Delta N(h; m)] \eta_m$ , где  $\sigma^2[\Delta N(h; m)]$  — дисперсия сглаженных по (5) флуктуаций концентрации, и продифференцируем (5)  $m$  раз. Объединив переменные состояния  $\eta_j$ , где  $1 \leq j \leq m$ , в вектор состояния  $\boldsymbol{\eta} = \{\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m\}^T$  можно для  $\boldsymbol{\eta}$  записать стохастическое дифференциальное уравнение (СДУ) следующего вида [15]:

$$\boldsymbol{\eta}(\tau) = A\boldsymbol{\eta}(\tau) + \mathbf{w}(\tau). \quad (6)$$

где коэффициентную матрицу  $A$  удобно представить как

$$A = \alpha_0 \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \end{pmatrix},$$

$\alpha_0 = 1/\tau_0$ ,  $\boldsymbol{\omega}(\tau) = \{\omega_1(\tau), 0, \dots, 0\}^T$  —  $m$ -мерный вектор, ненулевая компонента которого  $\omega_1(\tau)$  — белый гауссовский шум с корреляционной функцией [15]  $\langle \omega_1(\tau) \omega_1(\tau') \rangle = W_1/2\delta(\tau - \tau')$ , если  $L_0 = c\tau_0/2 \gg h_k^H$ , где  $h_k^H$  — пространственный радиус корреляции несглаженных флуктуаций концентрации  $\Delta\tilde{N}(h)$ . В силу центральной предельной теоремы при  $L \gg h_k^H$  реализации  $\Delta N(h; m)$  и, соответственно,  $\eta_m(\tau)$  — приближенно гауссовские независимо от распределения  $\Delta\tilde{N}(h)$ . Естественно, если несглаженные флуктуации  $\Delta\tilde{N}(h)$  — гауссовские, то распределение линейно связанных с ними флуктуаций  $\Delta N(h, m)$  также гауссовское при любых  $L$ .

В частности, результаты обработки данных, полученных по измерениям радиозондами после сильного временного и пространственного сглаживания, конечно, не могут характеризовать вид распределения концентрации  $\Delta\tilde{N}(h)$   $O_3$ . Однако преобладание нормального и логарифмически нормального распределений на всех уровнях измерений [16] позволяет надеяться, что на малых временных

интервалах распределение флуктуаций  $\Delta N(h, m)$  концентрации  $O_3$  близко к нормальному. Таким образом, при  $m = 1$   $\eta_m(\tau) = \eta_1(\tau)$  — гауссовский марковский процесс, а при  $m \neq 1$   $\eta_m(\tau)$  аппроксимируется компонентой  $m$ -мерного марковского процесса.

В моностатическом лидаре с приемником, работающим на зондируемом интервале высот в режиме прямого детектирования, в большинстве случаев выполняется условие слабокогерентного отбора [14], что позволяет использовать приближенные, асимптотически точные распределения чисел фотоэлектронов. В частности, при заданной реализации профиля мощности  $P_s(h)$  распределение сигнальных чисел фотоэлектронов на заданном интервале  $\Delta t$  времени отбора — пуассоновское. Результирующее распределение внешних и внутренних шумовых фотоэлектронов, обусловленных фоновым излучением и темновым током фотодетектора, является также пуассоновским.

Считая интенсивность обратного рассеяния случайной функцией  $\tau$ , на выходе фотодетектора будем иметь дважды стохастический пуассоновский процесс, условная средняя по ансамблю дробовых флуктуаций интенсивность которого модулируется вектор-процессом  $\boldsymbol{\eta}(\tau)$ . В результате суммарная функция интенсивности задается в виде

$$v_s(\tau; \boldsymbol{\eta}) = \bar{v}_s(\tau) \exp \left\{ -2 \int_0^h dh' \bar{\gamma}(h') \mu(h') \eta_m(h') \right\} + v_N, \quad (7)$$

где

$$\bar{v}_s(\tau) = \chi_R E_0 S_a h^{-2} \beta(h) \frac{c}{2} \bar{Y}_\Sigma^2(0, h) / h\nu \quad (8)$$

— функция интенсивности сигнальных фотоэлектронов при учете поглощения газом со средним значением коэффициента поглощения  $\bar{\gamma}(h)$ ;  $\mu(h)$  — коэффициент вариации концентрации газа на высоте  $h$ ;  $\bar{Y}_\Sigma(0; h) = Y_a Y_R \exp \left\{ - \int_0^h dh' \bar{\gamma}(h') \right\}$ ;  $\chi_\Sigma = \chi_d \chi_1$ ;  $\chi_d$  — квантовая эффективность фотодетектора;

$v_N = [\chi_d P_\Phi + v_T]$  — суммарная плотность тепловых с интенсивностью  $v_T$  и фоновых фотоэлектронов, где  $P_\Phi$  — мощность фонового излучения, собираемая приемной апертурой.

Согласно классификации режимов фотодетектирования, введенной в [14], для счетнофотонного режима средняя суммарная интенсивность  $\bar{v}_\Sigma(\tau) = \bar{v}_s(\tau) + v_N$  должна удовлетворять условию

$$\bar{v}_\Sigma(2h/c) \leq -\ln q / \tau_{o.n.}, \quad (9)$$

где  $q$  — пороговое значение вероятности провала;  $\tau_{o.n.} = \sqrt{\tau_g + \tau_\Phi}$  — эффективная длительность одноэлектронного импульса;  $\tau_g$  — постоянная времени фотодетектора;  $\tau_\Phi = 1/2\Pi$ ,  $\Pi$  — полоса последовательного фильтра.

**Уравнения фильтрации.** Пусть  $\mu(h) = \mu_0 = \text{const}$  на зондируемом интервале высот. Введем переменную состояния  $\eta_{m+1}(\tau)$ , СДУ для которой имеет следующий вид:

$$\eta_{m+1} = c \bar{\gamma}(h) \eta_m(\tau) / 2. \quad (10)$$

В этом случае флуктуации  $\Delta\tau(0, h)$  оптической толщины можно записать через  $\eta_{m+1}(\tau)$  как  $\Delta\tau(0, h) = \mu_0 \eta_{m+1}(\tau)$ , а функцию интенсивности сигнальных фотоэлектронов определить через расширенный вектор состояния  $\boldsymbol{\eta}_0 = \{\eta_1, \eta_{m+1}\}^T$ , используя (8),

$$v_s(\tau; \boldsymbol{\eta}) = \bar{v}_s(\tau) \exp \{ - \mathbf{C}^T \boldsymbol{\eta}_0 \}, \quad (11)$$

где  $\mathbf{C} = \{0, -2\mu_0\}^T$ . В линейном пространстве состояний расширенный вектор  $\boldsymbol{\eta}_0(\tau)$  удовлетворяет СДУ вида (6) с коэффициентной матрицей

$$A_0 = \begin{pmatrix} A & 0 \\ c \bar{\gamma}(h) / 2 & 0 \end{pmatrix}$$

и  $(m+1)$ -мерным гауссовским шумом  $\omega_0(\tau) = \{\omega(\tau), 0\}^T$  с матрицей  $b_0 = \{b_{0ij}\}$  двухсторонних спектральных плотностей, где  $b_{0ij} = 0$  при  $(i, j) \neq (1, 1)$  и  $b_{011} = 2\alpha_0$ .

В силу вышеприведенных соотношений  $\Delta N(h)$  и  $v_s(\tau, \boldsymbol{\eta}_0)$  однозначно выражаются через  $\boldsymbol{\eta}_0$ . Задача состоит в оптимальном оценивании реализации  $\boldsymbol{\eta}_0$  ( $ct/2$ ) по входным данным. В счетнофотонном режиме фотодетектирования выборочными данными дважды стохастического пуассоновского процесса  $N(\tau; \boldsymbol{\eta}_0)$  с функцией интенсивности  $v_s(\tau, \boldsymbol{\eta}_0)$  является последовательность случайных чисел

$$n_\Sigma(\tau; \Delta\tau) = n_s(\tau; \Delta\tau) + n_{\text{фр}}(\Delta\tau) \quad (12)$$

фотоэлектронов. Найдем обработку совокупности  $n_\Sigma(\tau, \Delta\tau)$ , доставляющую оптимальную оценку  $\boldsymbol{\eta}_0^*$  максимума апостериорной плотности вероятности.

Априорная плотность вероятности  $W_0(\boldsymbol{\eta}_0)$ , связанная с марковским вектор-процессом  $\boldsymbol{\eta}_0(\tau)$  в момент времени  $\tau$ , удовлетворяет уравнению в частных производных второго порядка, известному как уравнение Фоккера – Планка – Колмогорова (ФПК) [17]:

$$\frac{\partial W_0(\boldsymbol{\eta}_0)}{\partial \tau} = L_{pr}\{W_0(\boldsymbol{\eta}_0)\},$$

где  $L_{pr}$  – априорный оператор ФПК, в котором коэффициент сноса  $\boldsymbol{\eta}_0$  линеен по  $\boldsymbol{\eta}_0$ , а коэффициент диффузии не зависит от него. Следуя [18, 19], можно описать эволюцию апостериорной плотности вероятности (АПВ) марковского процесса, модулирующего функцию интенсивности неоднородного пуассоновского процесса. Согласно [18, 19] для АПВ  $W(\boldsymbol{\eta}_0/N(\tau))$  вектора состояния  $\boldsymbol{\eta}_0(\tau)$  имеем

$$dW(\boldsymbol{\eta}_0/N(\tau)) = L_{pr}[W(\boldsymbol{\eta}_0/N(\tau))]d\tau + W(\boldsymbol{\eta}_0/N(\tau)) [v(\tau; \boldsymbol{\eta}_0) - \bar{v}] \bar{v}^{-1}(\tau; \boldsymbol{\eta}_0) [dN(\tau) - \bar{v}(\tau; \boldsymbol{\eta}_0)d\tau], \quad (13)$$

где  $v(\tau; \boldsymbol{\eta}_0)$  – условная оценка функции интенсивности;  $dN(\tau)$  – приращение пуассоновского процесса  $N(\tau)$ . Уравнение Колмогорова – Феллера (13) является основным результатом, решающим задачу фильтрации  $\boldsymbol{\eta}_0$  при наблюдении дважды стохастического пуассоновского процесса  $N(\tau; \boldsymbol{\eta}_0)$ . Прямой путь решения (13), как правило, оказывается нерациональным [18, 19], поэтому более целесообразным является использование (13) для получения различных приближенных алгоритмов, позволяющих определять оценку процесса  $\boldsymbol{\eta}_0(\tau)$ , не прибегая к прямому решению (13). Одним из естественных подходов к разработке приближенных алгоритмов является применение метода параметризации АПВ. В частности, в гауссовском приближении АПВ оптимальная оценка  $\boldsymbol{\eta}_0^*$ , может быть получена как результат решения системы СДУ квазиоптимальной нелинейной фильтрации для условного среднего  $\boldsymbol{\eta}_0^*$  и корреляционной матрицы  $K = \langle (\boldsymbol{\eta}_0 - \boldsymbol{\eta}_0^*)(\boldsymbol{\eta}_0 - \boldsymbol{\eta}_0^*)^T \rangle$  [18]. Однако ввиду сложности практической реализации получения оценки  $\boldsymbol{\eta}_0(\tau)$  в общем случае, ограничимся вариантом фильтрации Калмана – Бьюси, когда в (11) можно осуществить линеаризацию относительно  $\boldsymbol{\eta}_0$ . Уравнения квазиоптимальной линейной фильтрации имеют следующий вид [19]:

$$d\boldsymbol{\eta}_0^* = A_0(h) \boldsymbol{\eta}_0 d\tau + \frac{KC}{\bar{v}_\Sigma(\tau)} [dN(\tau) - \bar{v}_\Sigma(\tau) d\tau - C^T \boldsymbol{\eta}_0^* d\tau], \quad (14)$$

$$K = A_0(h)K + KA^T(h) + b_0 - KCC^TK/\bar{v}_\Sigma(\tau), \quad (15)$$

а начальные условия –  $\boldsymbol{\eta}^*(\tau_0) = 0$ ;  $K_{mm}(\tau_0) = 1$ ;  $K_{ij}(\tau_0) = 0$  при  $(i, j) \neq (m, m)$ .

Оптимальная обработка состоит в совместном решении системы (14), (15) по мерс поступления входных данных  $n_\Sigma(\tau, \Delta\tau)$  при априорно заданных профилях  $\bar{N}(h)$ ,  $L_0$ ,  $\bar{v}_\Sigma(\tau)$  и т.д. с указанными начальными условиями подходящим конечно-разностным методом на ЭВМ. Рекуррентное конечно-разностное решение этой системы уравнений дает оптимальную оценку  $\boldsymbol{\eta}_{0m}^*$ , тем самым оценку профиля  $N(h)$ :

$$N^*(h) = \bar{N}(h) [1 + \mu_0 \boldsymbol{\eta}_{0m}^*(\tau)], \quad (16)$$

и оценку  $K_{mm}(\tau)$  дисперсии реализации  $\boldsymbol{\eta}_{0m}^*(\tau)$ , тем самым – дисперсии  $D[N^*(h)] = \mu_0^2 \bar{N}^2(h) K_{mm}(\tau)$  профиля  $N^*(h)$ .

Необходимость априорного задания средних  $\bar{N}(h)$ ,  $\bar{v}_\Sigma(\tau)$  обусловлена тем, что статистическая структура профилей, на основе которой проведена оптимизация обработки, установлена относительно флуктуаций и не касается средних профилей. Наиболее естественный способ получения оценок сред-

них профилей — включить в состав приемника параллельный неоптимизированный канал последовательной обработки. В результате пространственно-временного сглаживания в этом канале вариации оценок, обусловленные флуктуациями  $\bar{N}(h)$  концентрации газа, будут подавлены, а точность полученных оценок станет достаточной для внесения их вместо априорных средних профилей.

Сделаем необходимые пояснения относительно применения алгоритма фильтрации Калмана — Бьюси (14), (15) в различных вариантах метода ДП при зондировании в полосах поглощения Хартли и Хиггинса. Как правило, используется две длины волны: меньшая соответствует сильному поглощению, большая — слабому. Для оценки возможностей марковской фильтрации рассмотрим реализуемый на практике вариант, когда в полосах Хартли и Хиггинса берется одна длина волны (например,  $\lambda = 308$  нм), а требуемая информация о характеристиках упругого рассеяния оценивается из данных одновременного зондирования в видимом ( $\lambda = 532$  нм) или ближнем ( $\lambda = 351, 353$  нм) УФ-диапазонах длин волн, где поглощением озона можно пренебречь.

При этом линейной частью разложения  $v_s(\tau; \eta_0)$  по степеням  $\eta_{m+1}$  можно ограничиться, если выполняется условие

$$2 \overline{\Delta\tau(h_0, h)}^{1/2} \approx 2\mu_0 \int_{h_0}^h dh' \bar{\gamma}(h') \ll 1. \quad (17)$$

**Анализ эффективности фильтрации.** Как показатель эффективности фильтрации рассмотрим зависимость дисперсии оценки концентрации озона от высоты. Согласно (16)

$$D[N^*(h)] = \mu_0^2 \bar{N}^2(h) D\{\eta_{0m}^*(h)\}, \quad (18)$$

где  $D\{\eta_{0m}^*(h)\} = K_{mm}(h)$  — соответствующий диагональный элемент матрицы  $K$ , удовлетворяющей дисперсионному уравнению (15). В свою очередь из (18) можно получить соотношение для  $K_{mm}(h)$  в следующем виде:

$$K_{mm}(h) = \frac{D[N^*(h)]}{D[N(h)]},$$

так как  $D[N(h)] = \mu_0^2 \bar{N}^2(h)$ . Таким образом,  $K_{mm}(h)$  является отношением апостериорной дисперсии оценки  $N^*(h)$  к априорной дисперсии флуктуирующего профиля  $N(h)$  концентрации газа.

Основные закономерности динамики эффективности фильтрации удобно выяснить на одной из возможных простых моделей сглаженных зондирующим импульсом флуктуаций концентрации  $\Delta N(h)$ , в частности, при экспоненциальной форме зондирующего импульса ( $m = 1$ ) и двумерном векторе  $\eta_0 = \{\eta_1, \eta_2\}^T$ . Согласно (15) элементы корреляционной матрицы  $K$  удовлетворяют следующей системе дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dK_{11}(h)}{dh} = -\frac{2}{L_0} K_{11}(h) + \frac{2}{L_0} - \frac{4\bar{v}_s^2(h) \mu_0^2}{\bar{v}_\Sigma(h)} K_{12}^2(h); \\ \frac{dK_{12}(h)}{dh} = -\frac{2}{L_0} K_{12}(h) + \bar{\gamma}(h) K_{11}(h) - \frac{4\bar{v}_s^2(h) \mu_0^2}{\bar{v}_\Sigma(h)} K_{12}(h) K_{22}(h); \\ \frac{dK_{22}(h)}{dh} = \bar{\gamma}(h) K_{12}(h) - \frac{4\bar{v}_s^2(h) \mu_0^2}{\bar{v}_\Sigma(h)} K_{22}(h), \end{array} \right. \quad (19)$$

где независимой переменной является высота  $h = \sigma\tau/2$ , поэтому профили относительных дисперсий  $K_{11}(h)$ ,  $K_{22}(h)$  характеризуют эффективность фильтрации и ее динамику в зависимости от высоты.

Учитывая сложную зависимость  $\bar{v}_s(h)$  и  $\bar{v}_\Sigma(h)$  от  $h$ , нельзя рассчитывать на исчерпывающее изучение зависимостей  $K_{11}(h)$ ,  $K_{12}(h)$ ,  $K_{22}(h)$  аналитически. Для этого необходимо моделировать профили  $\bar{v}_s(h)$ ,  $\bar{v}_\Sigma$  с учетом всех факторов, сопровождающих зондирование  $O_3$  в УФ-диапазоне, и проводить численное интегрирование (19).

Высотную зависимость  $K_{11}(h)$  можно проанализировать, если в первом уравнении (19) заменить  $K_{12}(h)$  приближением

$$\tilde{K}_{12}(h) \approx \bar{\gamma}(h) L_0 K_{11}(h),$$

которое получено для  $L_0 \ll h - h_0$ . В этом случае уравнение для  $K_{11}(h)$  можно интегрировать независимо от других уравнений системы (19). В результате имеем

$$\frac{dK_{11}(h)}{dh} = -\frac{2}{L_0} K_{11}(h) + \frac{2}{L_0} - \frac{2}{L_0} Q(h; \lambda) K_{11}^2(h), \quad (20)$$

где

$$Q(h; \lambda) = \frac{2\bar{v}_s^2(h) \mu_0^2 L_0}{\bar{v}_s(h)} [\bar{\gamma}(h) L_0]^2. \quad (21)$$

Величину  $Q(h, \lambda)$ , значение которой на зондируемом интервале высот, как будет отмечено ниже, во многом определяет эффективность фильтрации, назовем обобщенным отношением сигнал-шум, аналогично тому, как это было сделано в [2, 14, 15] применительно к одно- и двухканальной фильтрации сигналов лидара упругого рассеяния. Видно, что  $Q(h, \lambda)$  вида (21) отличается от отношения  $Q(h)$ , введенного в [2, 15], множителем

$$\bar{\tau}_{O_3}(0, L_0) = \bar{\gamma}(h) L_0,$$

учитывающим эффективное поглощение озоном на интервале  $L_0$ , определяющем пространственное разрешение лидара.

Качественный характер поведения  $K_{11}(h)$  в различных вариантах зондирования одинаков [15]: быстрое убывание от начального значения  $K_{11}(h) = 1$  до некоторого значения  $\bar{K}_{11}$  (переходной режим), затем значительно более медленное возрастание с асимптотическим приближением в  $K_{11}(\infty) = 1$ . Приближенное аналитическое исследование уравнения (20) дает длительность переходного процесса

$$h - h_0 \approx \{2Q(h_0; \lambda)\}^{-1}.$$

Так как пространственный масштаб изменения профилей  $\bar{v}_s(h)$ ,  $\bar{\gamma}(h; \lambda)$ , как правило, значительно больше  $L_0$ , можно найти так называемое квазистационарное решение уравнения (20). Для этого положим  $dK_{11}(h)/dh = 0$  и запишем решение  $\bar{K}_{11}(h)$  квадратного уравнения относительно  $\bar{K}_{11}(h)$  в следующем виде:

$$\bar{K}_{11}(h) = \frac{1}{2Q(h; \lambda)} \{\sqrt{1 + 4Q(h; \lambda)} - 1\}. \quad (22)$$

Если  $Q(h; \lambda) \gg 0,25$ , то  $\bar{K}_{11}(h) \approx \{Q(h; \lambda)\}^{-0,5}$ . Из (22) видно, что  $Q(h; \lambda)$  является важнейшим параметром, определяющим эффективность фильтрации. Для анализа высотно-спектральной зависимости  $Q(h; \lambda)$  проведены расчеты профилей  $Q(h; \lambda)$  на выбранных длинах волн излучения эксимерного лазера на KrF с ячейками ВКР на  $H_2$  и  $D_2$ , эксимерных лазеров на XeCl и XeBr с реальными параметрами лидара. Из результатов расчета  $Q(h; \lambda)$  следует важный вывод: чтобы обеспечить  $Q(h; \lambda) \gg 1$ , необходимо полиимпульсное зондирование в одном сеансе измерения.

Очевидно, что оптимальная фильтрация имеет смысл лишь для тех высот, где  $K_{11}(h) \ll 1$ , поскольку априори заданный профиль  $\bar{N}(h)$  можно рассматривать как тривиальную оценку реализации  $N(h)$  с дисперсией, равной априорной  $D[N(h)]$ , т.е. с  $K_{11}(h) = 1$ . Из (22) видно, что  $\bar{K}_{11}(h)$  находится в обратной зависимости от  $Q(h; \lambda)$ , поэтому для эффективной фильтрации необходимо  $Q(h; \lambda) \gg 1$ .

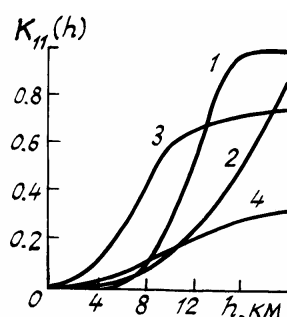
В качестве примера расчета эффективности зондирования были выбраны четыре гипотетических лидара, зондирующих ночью, с параметрами, приведенными в таблице, и  $\Pi = 5 \cdot 10^7$  Гц,  $v_s = 10^2$  с<sup>-1</sup>.

С помощью моделей аэрозольного рассеяния Эльтермана [20] и поглощения озоном в полосах Хартли и Хиггинса [21, 23] на длинах излучения лазеров  $A-D$  рассчитывались зависимости  $Q(h; \lambda)$  для  $L_0 = 300$  м при усреднении по  $M = 10^4$  актам зондирования, что соответствует, например, при частоте повторения зондирующих импульсов  $f_n = 50$  Гц, интервалу  $\Delta t_c = 200$  с одного сеанса зонди-

рования. На рисунке приведены высотные зависимости  $K_{11}(h)$ , рассчитанные по (22) при зондировании лидарами  $A-D$ .

Параметры гипотетических лидаров

Лидар	A	B	C	D
$\lambda$ , нм	282	291.6	308	313
Лазер	XeBr	Kr-F на $D_2^2$	XeCl	Kr-F на $H_2^2$
$E_0$ , Дж	0,1	0,057	0,4	0,095
$S_a$ , м <sup>2</sup>	0,785	0,785	0,785	0,785
$\chi_d$	0,2	0,2	0,2	0,2
$\chi_1$	$9,35 \cdot 10^{-2}$	$1,02 \cdot 10^{-1}$	$1,15 \cdot 10^{-1}$	$1,15 \cdot 10^{-1}$



Профили показателя  $\bar{K}_{11}(h)$  эффективности фильтрации концентрации озона при зондировании лидарами на длинах волн  $\lambda = 282$  нм (1), 291,6 нм (2), 313 нм (3), 308 нм (4)

Для принятых в расчете параметров пространственная фильтрация эффективна до высот  $\sim 12, 16, 20, 9$  км соответственно для лидаров  $A-D$ , а выше — с точки зрения чувствительности метода ДП к оптической толщине поглощения в стробе и флуктуационной точности оценки концентрации озона — фильтрация неэффективна.

За счет ухудшения пространственного и временного разрешения можно достичь меньших значений  $\bar{K}_{11}(h)$ , тем самым увеличить точность оценки  $N^*(h)$  концентрации  $N(h)$  озона согласно (18), или больших высот зондирования с приемлемой точностью.

**Заключение.** Таким образом, обоснована марковская модель флуктуаций концентрации газа, сглаженных при его зондировании методом ДП. Найдены алгоритмы обработки лидарных сигналов в счетнофотонном режиме фотодетектирования. Показано, что эффективность фильтрации флуктуирующего профиля концентрации газа зависит от обобщенного отношения сигнал-шум, введенного в работе. Данный подход легко распространяется на случай зондирования методом ДП других газов как в полосах, так и в линиях поглощения.

Авторы благодарят А.И. Попкова за помощь в проведении расчетов на ЭВМ.

1. Glasov G.N., Igonin G.M. //Abstracts of papers of the 12 ILRC. Aix-En- Provence. France. 13–17 aug. 1984. P. 125–126.
2. Глазов Г.Н., Глазов Ген.Н., Игонин Г.М. //Автометрия. 1985. № 4. С. 46–51
3. Zuev V.E., Glasov G.N., Igonin G.M. //Abstract of papers of the 13 ILRC. Toronto, Canada, aug. 1986. P. 117–118.
4. Игонин Г.М. //Оптико-метеорологические исследования земной атмосферы. Новосибирск: Наука, 1987. С. 150–162.
5. Глазов Г.Н., Игонин Г.М. //Там же. С. 163–172.
6. Игонин Г.М. //Там же. С. 172–178.
7. Глазов Г.Н., Игонин Г.М. //Исследование Земли из космоса. 1987. № 2. С. 51–56.
8. Глазов Г.Н., Игонин Г.М., Лещинский Д.М. //Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. № 5. С. 71–76.
9. Глазов Г.Н., Игонин Г.М., Лещинский Д.М. //Исследование Земли из космоса. 1989. № 3. С. 100–106.
10. Warren R.E. //Appl. Opt. 1987. V. 26. № 22. P. 4755–4760.
11. Rye B.J. //Proc. 5 IT MCL, Munich. 1989.
12. Rye B.J., Hardesty R.M. //Appl. Opt. 1989. V. 28. №18. P. 3908–3917.
13. Межерис Р. Лазерное дистанционное зондирование. М.: Мир, 1987. 550 с.
14. Глазов Г.Н. Статистические вопросы лидарного зондирования атмосферы. Новосибирск: Наука, 1987. 311 с.
15. Игонин Г.М. Оптимальная фильтрация сигналов в лазерном зондировании атмосферы. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Томск: ИОА СО АН СССР, 1989. 227 с.

16. Калайда В.Т., Хамарин В.И. //Известия вузов. Сер. ФАО. 1986. №11. С. 1217–1220.
17. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. М.: Советское радио, 1977. 488 с.
18. Snyder D.L. Random Point Processes. New York, D. Wiley and Sons. 1975. 485 p.
19. Солодов А.В., Солодов А.А. Статистическая динамика систем с точечными процессами. М.: Наука, 1988. 256 с.
20. Elterman L. Vertical-Attenuation Model With Eight Surfas Meteorological Ranges 2 to 13 Kilometers. Report AFCRL-70-200 //Environm. Res. Papers. 1970. № 318. 59 p.
21. Справочник по геофизике. М.: Наука, 1965. 572 с.
22. Зувев В.Е., Комаров В.С. Статистические модели температуры и газовых компонент атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1986. 264 с.

Институт оптики атмосферы СО РАН,  
Томск

Поступила в редакцию  
29 марта 1992 г.

**G.N. Glazov, G.M Igonin. Nonlinear Marcovian Filtration in Application to Processing DIAL data on Ozone Sensing.**

A possibility of using optimal Marcovian filtration in processing DIAL sensing data is shown based on the use of a Marcovian model of altitude fluctuations of an atmospheric gas concentration smoothed by a sounding laser pulse. Algorithm of optimal estimation of the fluctuating profile of a gas and the variance of estimate are proposed. The analysis of the efficiency of the algorithms is carried out using numerical simulations for four hypotetic lidars possessing the energy potentials sufficient for sounding ozone in the Hartley and Higgins absorpction bands.