

МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗАЦИИ  
ОБРАБОТКА ДАННЫХ ДИСТАНЦИОННОГО  
ЗОНДИРОВАНИЯ

УДК 621.391.83

В.Т. Калайда, Н.В. Молчунов, С.В. Сапожников

**ЛИНЕЙНЫЙ АЛГОРИТМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

На основе представления искажающего воздействия атмосферного канала на формирование изображений в виде непричинного рекурсивного БИХ-фильтра с линейным предсказанием излагается алгоритм расчета коэффициентов пространственного восстанавливающего КИХ-фильтра. При этом операция восстановления производится путем свертки изображения с маской небольшого размера, содержащей коэффициенты КИХ-фильтра.

Во многих задачах обработки изображений, являющихся результатом дистанционного зондирования подстилающей поверхности, которое проводится с бортов самолетов, возникает необходимость устранения искажений, вносимых атмосферой на пути распространения оптического излучения.

Искажающее влияние атмосферного канала на процесс формирования изображений в модели линейных систем описывается сверткой исходного неискаженного сигнала изображения с импульсной характеристикой атмосферного канала.

$$f(x, y) = \varphi(x, y) * h(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x, y) h(x - \tau, y - \nu) d\tau d\nu, \quad (1)$$

где  $f(x, y)$  — искаженное изображение;  $\varphi(x, y)$  — исходное неискаженное изображение;  $h(x, y)$  — импульсная характеристика искажающего канала; \* — знак свертки.

Аддитивная компонента шума аппаратуры регистрации не учитывается, т. к. она может быть устранена специальными методами, зависящими от конкретного вида шумового воздействия [1].

Применительно к изображениям импульсную характеристику принято называть функцией рассеяния точки — ФРТ. ФРТ атмосферного канала получают из совокупности теоретических расчетов, статистических моделей, основанных на долговременных наблюдениях, а также путем непосредственных измерений, проводимых в процессе регистрации изображений [2].

ФРТ атмосферного канала, характеризующая искажения, которые возникают вследствие наличия рассеивающих слоев и турбулентных явлений, может быть определена на четырех квадрантах плоскости. В общем случае ФРТ не симметрична и обладает бесконечной протяженностью в пространстве.

Задача восстановления изображения в условиях отсутствия шума сводится к нахождению импульсной характеристики системы восстановления, обратной по отношению к импульсной характеристике системы искажения. Условием точного восстановления является следующее равенство:

$$h(x, y) * h'(x, y) = \delta(x, y), \quad (2)$$

где  $h'(x, y)$  — импульсная характеристика системы восстановления;  $\delta(x, y)$  — единичная функция.

В операторном виде уравнение (1) можно записать таким образом:

$$f = \mathcal{H} \varphi, \quad (3)$$

где  $\mathcal{H}$  — линейный интегральный оператор.

Предположим, что существует оператор  $\mathcal{B}$  обратный по отношению к оператору  $\mathcal{H}$  такой, что

$$\mathcal{B} = \mathcal{H}^{-1}, \quad (4)$$

тогда (3) можно представить в виде

$$\mathcal{B} f = \varphi. \quad (5)$$

Выражение (5) следует понимать как уравнение относительно неизвестной функции  $f$  при известных функции  $\varphi$  и параметрах оператора  $\mathcal{B}$ . При заданных начальных условиях  $f(0,0) = f_0$  уравнение (5) должно иметь единственное решение. Оператор  $\mathcal{B}$  своими параметрами полностью характеризует линейную систему формирования изображения.

Среди линейных алгоритмов восстановления изображений наибольшее распространение получили методы, в которых решение уравнения (1) производится в частотной области представления сигналов [3]. Недостатком такого подхода можно считать необходимость применения двумерного преобразования Фурье к функциям, входящим в уравнение (1), что требует привлечения значительных вычислительных ресурсов. Поэтому предпочтительнее проведение реставрации изображений в пространственной области. В работах [4, 5], посвященных сборке пространственных обратных фильтров, используется модель, в которой искажения вызываются действием фильтра с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтр), а обратный восстанавливающий фильтр имеет бесконечную импульсную характеристику (БИХ-фильтр). Чтобы удовлетворить условию (2) с некоторой заданной ошибкой для аппроксимации обратного фильтра используются полиномы Чебышева.

В данной работе предлагается рассматривать искажения изображений, вызванные атмосферным каналом передачи, как результат действия рекурсивного БИХ-фильтра, что ближе соответствует реальной физической ситуации, т. к. отклик атмосферного канала имеет бесконечную протяженность. При этом, как будет показано далее, восстанавливающий фильтр имеет конечную импульсную характеристику. Как известно, такому фильтру присуще важное качество — устойчивость.

Чтобы наглядно представить суть излагаемого алгоритма, проведем следующие рассуждения.

Представление ФРТ атмосферных искажений в виде двумерного рекурсивного БИХ-фильтра сопряжено с трудностями, связанными с описанием такого фильтра в форме физически реализуемой модели, т. к. при этом необходимо организовать рекурсию одновременно в четырех направлениях плоскости. Возникающие трудности могут быть преодолены, если предположить, что физически нереализуемый четырехквадрантный рекурсивный пространственный фильтр с центральным элементом оценивания (рис. 1, а) является результатом четырехкратного последовательного применения одноквадрантного физически реализуемого БИХ-фильтра (рис. 1, б), действующего с четырех сторон плоскости изображения (рис. 1, в).

Результатом действия четырехпроходного БИХ-фильтра может быть ФРТ, обладающая круговой симметрией (фильтр с нулевой фазовой характеристикой [6], а также несимметричная ФРТ. В последнем случае коэффициенты фильтра последующего прохода отличаются от коэффициентов фильтра предыдущего прохода.

Будем считать, что ФРТ искажающего воздействия атмосферного канала в пределах заданной области определения принимает вещественные положительные значения.

Определим операторы сдвига, соответствующие направлениям рекурсии, которые действуют на дискретной сетке цифрового представления изображения размером  $N \times N$ . Пусть  $z^{-t} x_i = x_{i-t}$  соответствует прямому, а  $z^t x_i = x_{i+t}$  — обратному направлению рекурсии. Условимся считать прямым направлением рекурсии по обеим координатам направление от левого верхнего угла изображения (направление 1, рис. 1, в).

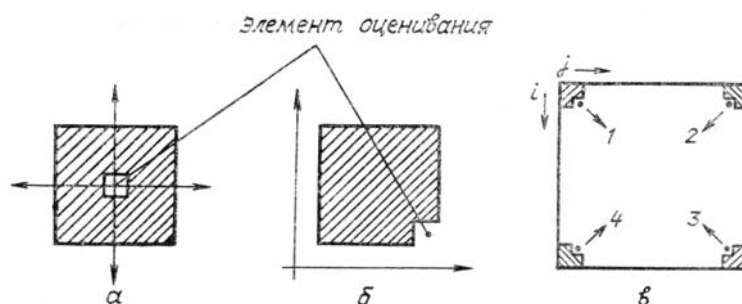


Рис. 1

Линейный оператор сдвига имеет Фурье-образ  $e^{i\theta}$ , где  $-\pi \leq \theta \leq \pi$ ,  $I$  — мнимая единица. Оператор  $\mathcal{B}$  в выражении (5) в этом случае является двумерным конечно-разностным оператором — полиномом двух переменных  $z_1$  и  $z_2$ :

$$\mathcal{B} = B_{ij}(z_1, z_2) = \sum_k \sum_l \theta_{kl}(i, j) z_1^k z_2^l. \quad (6)$$

Если выполняется условие изопланатизма, коэффициенты оператора  $B$  не зависят от координат  $i, j$ , т. е. являются константами на всей области определения изображения и ФРТ. Такая модель относится к классу стационарных. В случае стационарной модели ФРТ будет функцией только двух аргументов и существует  $z$ -преобразование, в частности Фурье-преобразование, определяющее передаточную характеристику

$$H(z_1, z_2) = 1/B(z_1, z_2), \quad z_1 = e^{i\theta_1}, \quad z_2 = e^{i\theta_2}, \quad -\pi \leq \theta_1, \theta_2 \leq \pi. \quad (7)$$

Выражение (7) получается формальным применением выражения (4) и заменой оператора сдвига  $z$  его Фурье-образом  $e^{i\theta}$ . Легко видеть, что при конечном порядке полинома  $B(z_1, z_2)$ , полином  $H(z_1, z_2)$  имеет бесконечный порядок, т. е. передаточная характеристика и, соответственно, ФРТ являются инфинитными функциями.

Для четырехпроходной модели представления БИХ-фильтра передаточную характеристику можно записать следующим образом:

$$H(z_1, z_2) = \frac{F(z_1, z_2)}{\Phi(z_1, z_2)} = 1/B_1(z_1, z_2) B_2(z_1, z_2) B_3(z_1, z_2) B_4(z_1, z_2), \quad (8)$$

где  $B_1(z_1, z_2) \dots B_4(z_1, z_2)$  – некоторые двумерные линейные операторы  $F(z_1, z_2)$ ;  $\Phi(z_1, z_2)$ ,  $H(z_1, z_2)$  – результаты двумерного  $z$ -преобразования дискретного представления функций  $f(x, y)$  и  $\varphi(x, y)$  и импульсной характеристики  $h(x, y)$ .

Если в качестве операторов взять линейный разностный оператор порядка  $p \times p$ , то передаточная характеристика запишется в следующем виде:

$$H(z_1, z_2) = 1 / \sum_{d=0}^p \sum_{f=0}^p \beta_{df}^{(1)} z_1^{-d} z_2^{-f} \sum_{k=0}^p \sum_{l=0}^p \beta_{kl}^{(2)} z_1^{-k} z_2^{-l} \sum_{m=0}^p \sum_{n=0}^p \beta_{mn}^{(3)} z_1^{-m} z_2^{-n} \sum_{q=0}^p \sum_{g=0}^p \beta_{qg}^{(4)} z_1^{-q} z_2^{-g} \quad (9)$$

или

$$H(z_1, z_2) = 1 / \sum_{d=0}^p \sum_{f=0}^p \sum_{k=0}^p \sum_{l=0}^p \sum_{m=0}^p \sum_{n=0}^p \sum_{q=0}^p \sum_{g=0}^p \tilde{\beta}_{dfklmnqg} z_1^{-d} z_2^{-f} z_1^{-k} z_2^{-l} z_1^{-m} z_2^{-n} z_1^{-q} z_2^{-g} \quad (10)$$

Из (10) видно, что по каждому направлению оператор сдвига действует дважды, т. е. порядок фильтра увеличивается в два раза. Это говорит о том, что если мы моделируем искажение изображения действием четырехпроходного рекурсивного фильтра первого порядка, то восстанавливающий фильтр должны определять вторым порядком.

Объединим в выражении (10) шесть внутренних сумм, заменяя при этом пределы суммирования и вводя новые обобщенные коэффициенты. Получим следующее выражение для передаточной характеристики искажающего фильтра:

$$H(z_1, z_2) = 1 / \sum_{r=-p}^p \sum_{s=-p}^p \gamma_{rs} z_1^r z_2^s.$$

Положим  $\gamma_{00} = 1$ , тогда

$$H(z_1, z_2) = \frac{F(z_1, z_2)}{\Phi(z_1, z_2)} = 1 / \left( 1 + \sum_{\substack{r=-p \\ (r,s) \neq (0,0)}}^p \sum_{s=-p}^p \gamma_{rs} z_1^r z_2^s \right). \quad (11)$$

Выражение (11) описывает передаточную характеристику искажающего физически нереализуемого рекурсивного фильтра с маской коэффициентов  $\gamma_{rs}$ , располагающейся на четырех квадратах плоское ти (рис. 1, а). Используя свойство сдвига  $z$ -преобразования [7], перепишем (11) для пространственной области в форме конечно-разностного уравнения, при этом

$$f_{ij} = \varphi_{ij} - \sum_{\substack{r=-p \\ (r,s) \neq (0,0)}}^p \sum_{s=-p}^p \gamma_{rs} f_{i-r, j-s}. \quad (12)$$

Мы получили выражение, описывающее процесс искажения изображения как результат действия на исходное изображение рекурсивного не причинного фильтра, определяемого набором коэффициентов  $\gamma_{rs}$ , откуда процесс восстановления можно записать в виде

$$\varphi_{ij} = \sum_{r=-p}^p \sum_{s=-p}^p \gamma_{rs} f_{i-r, j-s}. \quad (13)$$

Выражение (13) есть не что иное, как описание действия на искаженное изображение не рекурсивного фильтра типа скользящего среднего, определяемого тем же набором обобщенных коэффици-

ентов  $\gamma_{rs}$ . Маска такого фильтра имеет размер  $(2p+1) \times (2p+1)$  и определяется порядком  $p$  линейного разностного оператора.

Для восстанавливающего фильтра (13), которому соответствует передаточная характеристика

$$H(z_1, z_2) = \sum_{r=-p}^p \sum_{s=-p}^p \gamma_{rs} z_1^r z_2^s, \quad z_1 = e^{i\theta_1}, \quad z_2 = e^{i\theta_2}, \quad -\pi \leq \theta_1, \theta_2 \leq \pi, \quad (14)$$

не существует проблемы устойчивости, т. к. импульсная характеристика такого фильтра конечна.

Для определения оценок коэффициентов  $\hat{\gamma}_{rs}$  применим известную технику регрессионного анализа — метод наименьших квадратов (МНК), т. е. будем минимизировать следующее выражение:

$$\sum_{i=p}^{N-p} \sum_{j=p}^{N-p} \left( \varphi_{ij} - \sum_{r=-p}^p \sum_{s=-p}^p \hat{\gamma}_{rs} f_{i-r, j-s} \right)^2 \rightarrow \min_{\hat{\gamma}_{rs}}. \quad (15)$$

После дифференцирования (15) по  $\hat{\gamma}_{rs}$  и приравнивания результата нулю получим систему нормальных линейных уравнений, содержащую  $(2p+1)^2$  уравнений с  $(2p+1)^2$  неизвестными

$$C_{rs}^{mn} \hat{\gamma}_{rs} = C_{mn}^{00}, \quad (16)$$

где

$$C_{rs}^{mn} = \sum_{i=p}^{N-p} \sum_{j=p}^{N-p} f_{i-r, j-s} f_{i-m, j-n};$$

$$C_{mn}^{00} = \sum_{i=p}^{N-p} \sum_{j=p}^{N-p} \varphi_{ij} f_{i-m, j-n}.$$

Решая систему (16), находим оценки коэффициентов  $\hat{\gamma}_{rs}$ , которые характеризуют с минимальным среднеквадратическим отклонением искажающее воздействие (12) и одновременно являются необходимыми параметрами для проведения реставрации в соответствии с (13).

Таким образом, представленный алгоритм позволяет по известному входу и выходу линейной системы определять обобщенные параметры искажающего воздействия и проводить восстановление изображений, характеризующихся различной степенью искажений относительно заданного эталона.

В случае, когда отсутствует эталонное изображение, но задана импульсная характеристика искажающей среды, для определения параметров  $\hat{\gamma}_{rs}$ , необходимо решать уравнение идентификации следующего вида:

$$\mathcal{B} h(x, y) = \delta(x, y), \quad (17)$$

где  $h(x, y)$ ,  $\delta(x, y)$  — имеют прежний смысл.

В дискретном представлении  $h_{ij}$  и  $\delta_{ij}$  определяются на равномерном квадратном растре  $i = M \dots 0 \dots M$ ,  $j = -M \dots 0 \dots M$ ,

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j = 0, \\ 0, & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

$\mathcal{B}$  — оператор линейной системы. При заданном начальном условии  $h(x_0, y_0) = h_0$ , уравнение (17) имеет единственное решение.

Применив к дискретному представлению уравнения (17) двумерное  $z$ -преобразование, получим

$$B(z_1, z_2) H(z_1, z_2) = 1,$$

а из него выражение для передаточной характеристики искажающего воздействия

$$H(z_1, z_2) = \frac{1}{B(z_1, z_2)}. \quad (18)$$

Если повторить вышеизложенные преобразования применительно к уравнению (18), можно получить выражение для импульсной характеристики в виде рекурсивного БИХ-фильтра, которое записывается следующим образом:

$$h_{ij} = \hat{\delta}_{ij} - \sum_{\substack{r=-p \\ (r,s) \neq (0,0)}}^p \sum_{s=-p}^p \gamma_{rs} h_{i-r, j-s}, \quad (19)$$

тогда условие восстановления можно записать в виде нерекурсивного фильтра

$$\hat{\delta}_{ij} = \sum_{r=-p}^p \sum_{s=-p}^p \gamma_{rs} h_{i-r, j-s}. \quad (20)$$

Для определения оценок коэффициентов  $\hat{\gamma}_{rs}$  следует минимизировать следующую сумму:

$$\sum_{i=-(M-p)}^{M-p} \sum_{j=-(M-p)}^{M-p} \left( \hat{\delta}_{ij} - \sum_{r=-p}^p \sum_{s=-p}^p \hat{\gamma}_{rs} h_{i-r, j-s} \right)^2 \rightarrow \min_{\hat{\gamma}_{rs}}. \quad (21)$$

Применяя технику МНК, получим систему нормальных линейных уравнений, аналогичную (16), решением которой являются искомые оценки коэффициентов  $\hat{\gamma}_{rs}$ . При этом

$$C_{rs}^{mn} = \sum_{i=-(M-p)}^{M-p} \sum_{j=-(M-p)}^{M-p} h_{i-r, j-s} h_{i-m, j-n}; \quad (22)$$

$$C_{mn}^{00} = \sum_{i=-(M-p)}^{M-p} \sum_{j=-(M-p)}^{M-p} h_{i-m, j-n} \hat{\delta}_{ij}. \quad (23)$$

Чтобы обеспечить минимальную ошибку решения уравнения (17), импульсная характеристика искажающего воздействия  $h_{ij}$  должна содержать в выражении (21) как можно больше отсчетов. В идеале пределы суммирования внешних сумм должны быть бесконечными. Реально необходимо выбирать такие пределы суммирования, чтобы импульсная характеристика, заданная дискретными отсчетами, содержала 90% своей энергии.

К выбору порядка  $P$  линейного оператора можно подходить двумя способами.

В первом случае необходимо привлекать априорную информацию о характере искажающего воздействия. Например, импульсная характеристика рассеивающих слоев при некоторых условиях может аппроксимироваться экспоненциальной зависимостью с показателем в первой степени  $h \sim e^{-x}$ . Такого вида зависимость может быть определена линейным оператором, начиная с первого порядка.

Во втором случае, задавая необходимую точность решения уравнения (17), следует проводить последовательное увеличение порядка линейного оператора итерационным методом.

Подводя итог проделанным преобразованиям, можно отметить следующее. С одной стороны, природный процесс искажения изображения, характеризующийся откликом бесконечной длины, мы описываем действием физически нереализуемого рекурсивного фильтра, также характеризующегося бесконечной импульсной характеристикой. В данном случае физически нереализуемый следует понимать в том смысле, что непосредственно по формулам (12), (19) смоделировать искажения на существующих ЭВМ невозможно, т.к. в основе работы любой ЭВМ лежит принцип последовательности или причинности. Однако природное явление, для которого характерна ничем не ограниченная параллельность процессов взаимодействия, может с достаточной точностью быть описано выражениями (12), (19). С другой стороны, мы не можем влиять на процесс искажения изображения атмосферным каналом, поэтому нет смысла беспокоиться об устойчивости порождающего рекурсивного фильтра и можно предположить, что устойчивому природному процессу соответствует устойчивый фильтр. При необходимости моделирования искажения БИХ-фильтром можно воспользоваться четырехпроходной моделью (8). При этом для адекватного соответствия формулам (12), (19) необходимо провести некоторые математические преобразования по определению коэффициентов однопроходных фильтров.

Точность решения можно оценить, если с помощью полученных оценок коэффициентов линейного оператора  $\hat{\gamma}_{rs}$ , провести в соответствии с (20) так называемую операцию «отбеливания» заданной ФРТ.

Среднеквадратическая ошибка решения (СКО) оценивается как

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{(2M+1-2p)(2M+1-2p)} \sum_{i=-(M-p)}^{M-p} \sum_{j=-(M-p)}^{M-p} (\hat{\delta}_{ij} - \delta_{ij})^2, \quad (24)$$

где  $\hat{\delta}_{ij}$  — результат «отбеливания» заданной импульсной переходной характеристики.

Таблица 1

1,000	0,201	0,159	0,092	0,054	0,037	0,029	0,025	0,017	0,012
0,201	0,201	0,142	0,086	0,049	0,036	0,028	0,025	0,017	0,012
0,159	0,142	0,099	0,069	0,042	0,033	0,028	0,023	0,015	0,011
0,092	0,086	0,069	0,044	0,037	0,029	0,026	0,021	0,013	0,010
0,054	0,049	0,042	0,037	0,030	0,027	0,024	0,017	0,012	0,009
0,037	0,036	0,033	0,029	0,027	0,025	0,019	0,013	0,011	0,009
0,029	0,028	0,028	0,026	0,024	0,019	0,013	0,011	0,009	0,009
0,025	0,025	0,023	0,021	0,017	0,013	0,011	0,009	0,009	0,009
0,017	0,017	0,015	0,013	0,012	0,011	0,009	0,009	0,009	0,008
0,012	0,012	0,011	0,010	0,009	0,009	0,009	0,009	0,008	0,007

Таблица 2

0,001	-0,035	-0,049	-0,035	0,001
-0,035	-0,090	-0,073	-0,090	-0,035
-0,049	-0,073	1,199	-0,073	-0,049
-0,035	-0,090	-0,073	-0,090	-0,035
0,001	-0,035	-0,049	-0,035	0,001

Таблица 3

0,002	-0,000	-0,002	-0,002	-0,003	-0,002	-0,002	-0,000	0,002
-0,001	-0,003	-0,007	-0,008	-0,006	-0,008	-0,007	-0,003	-0,001
-0,003	-0,010	-0,001	0,002	0,003	0,002	-0,001	-0,010	-0,003
-0,007	-0,001	0,004	0,003	0,002	0,003	0,004	-0,001	-0,007
-0,008	0,002	0,003	-0,000	-0,001	-0,000	0,003	0,002	-0,008
-0,006	0,003	0,002	-0,001	0,996	-0,001	0,002	0,003	-0,006
-0,008	0,002	0,003	-0,000	-0,001	-0,000	0,003	0,002	-0,008
-0,007	-0,001	0,004	0,003	0,002	0,003	0,004	-0,001	-0,007
-0,003	-0,010	-0,001	0,002	0,003	0,002	-0,001	-0,010	-0,003
-0,001	-0,003	-0,007	-0,008	-0,006	-0,008	-0,007	-0,003	-0,001
0,002	-0,000	-0,002	-0,002	-0,003	-0,002	-0,002	-0,000	0,002

В качестве примера в табл. 1 представлена центральная часть ( $10 \times 10$  элементов) одного квадранта симметричной ФРТ, рассчитанной авторами работы [2] для искажающего воздействия типа облачной среды. Маска коэффициентов линейного восстанавливающего оператора второго порядка, полученного как результат решения уравнения (19) для данной ФРТ, заданной на сетке размером  $65 \times 65$  элементов, представлена в табл. 2. Результат «отбеливания» содержит табл. 3. СКО решения для этого случая искажающей среды составляет  $1 \cdot 10^{-6}$ .

В заключение следует сказать, что изложенный алгоритм в обоих вариантах применим для восстановления одномерных временных сигналов. При этом, естественно, существенно упрощаются все выражения алгоритма и сокращается время на его реализацию.

1. Ярославский Л. П. Введение в цифровую обработку изображений. М.: Сов. радио, 1979. 312 с.
2. Белов В. В., Борисов Б. Д., Макушкина И. Ю. // Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. № 2. 18 с.
3. Василенко Г. И., Тараторин А. М. Восстановление изображений. М.: Радио и связь, 1986. 302 с.
4. Зюзин М. В. // Автометрия. 1987. № 4. 45 с.
5. Библиотека программ LIDA-3 по аппроксимации функций и цифровой фильтрации сигналов и изображений Ч. 2. Фильтрация: Оперативно-информационный материал. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1987. 151 с.
6. Рид Р., Шенкс Дж., Трейтл С. // Обработка изображений и цифровая фильтрация/Под ред. Т. Хуанга: пер. с англ. М.: Мир, 1979. С. 118.
7. Лэм Г. Аналоговые и цифровые фильтры, расчет и реализация. М.: Мир, 1982. 592 с.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР,  
Томск

Поступила в редакцию  
10 января 1989 г.

V. T. Kalaida, N. V. Molchunov, S. V. Sapozhnikov. **Linear Algorithm for Image Restoration.**

An algorithm for image restoration in a spatial domain based on the representation of atmospheric point spread function as a noncausal 4-quadrant recursive filter is presented. The algorithm allows one to calculate the coefficient of a spatial nonrecursive restoring filter. The restoration operation is provided through convolution of an image and a small-dimensioned filter-coefficients mask.