

Фото-, термо- и диффузиофорез нагретых крупных нелетучих аэрозольных частиц сферической формы в бинарных газовых смесях

Н.В. Малай¹, Е.Р. Щукин², З.Л. Шулиманова^{3*}

¹Белгородский государственный национальный исследовательский университет
308015, г. Белгород, ул. Победы, 85

²Объединенный институт высоких температур РАН
125412, г. Москва, ул. Ижорская, 13, стр. 2

³Российский университет транспорта
127994, г. Москва, ГСП-4, ул. Образцова, 9, стр. 9

Поступила в редакцию 8.01.2020 г.

Приведено теоретическое описание стационарного движения крупной нелетучей аэрозольной частицы сферической формы, внутри которой действуют тепловые источники, во внешнем поле градиентов температуры и концентраций компонентов бинарной газовой смеси в приближении Стокса при числах Рейнольдса и Пекле много меньше единицы. При рассмотрении движения предполагалось, что средняя температура поверхности частицы значительно отличается от температуры окружающей ее бинарной газовой смеси. Уравнения газовой динамики решены при степенной зависимости коэффициентов вязкости, теплопроводности, диффузии и плотности газообразной среды от температуры. В граничных условиях учтены диффузионное и тепловое скольжения. Численные оценки показали, что фото-, термо- и диффузиофоретическая сила и скорость существенно зависят от средней температуры поверхности частицы.

Ключевые слова: фото- и термофорез, диффузиофорез, нагретые крупные нелетучие сферические частицы, бинарная газовая смесь; photo- and thermophoresis, diffusiophoresis, heated large non-volatile spherical particles, binary gas mixture.

Введение

Исследования поведения взвешенных частиц в жидких и газообразных средах представляют не только научный, но и практический интерес. С каждым годом аэрозоли и гидрозоли все больше используются в промышленности, сельском хозяйстве, медицине, охране окружающей среды и т.д. Без знания закономерностей их поведения невозможно моделирование эволюции гидро- и аэродисперсных систем и решение такой важной задачи, как целенаправленное воздействие на гидрозоли и аэрозоли [1, 2].

В газообразных средах упорядоченное движение аэрозольных частиц может происходить под действием сил различной, в том числе и молекулярной, природы, вызванных передачей частицам нескомпенсированного импульса молекулами газообразной среды. К таким силам, в частности, относятся термофоретическая, диффузиофоретическая и фотофоретическая.

Движение частиц, обусловленное внешним заданным градиентом температуры, называют термофорезом [3, 4]. Термофоретическая сила перемещает

частицы в области с более низкой температурой. Когда она становится равной по величине силе сопротивления среды, частица начинает двигаться равномерно со скоростью, называемой термофоретической.

Диффузиофоретическая сила вызывает упорядоченное движение частиц в двух- и многокомпонентных газообразных средах с неоднородным распределением ее компонентов, обусловленным внешними градиентами концентраций [5].

Явление фотофореза в газе заключается в движении частиц в поле электромагнитного излучения под действием радиометрической силы [6, 7]. При взаимодействии электромагнитного излучения с частицей внутри нее происходит выделение тепловой энергии с некоторой объемной плотностью q_i , которая неоднородно нагревает частицу. Молекулы газа, окружающие частицу, после соударения с ее поверхностью отражаются от нагретой стороны частицы с большей скоростью, чем от холодной. В зависимости от размеров и формы частицы, оптических свойств ее материала и длины волны излучения, более горячими могут оказаться как освещенная, так и теневая сторона частицы. В связи с этим может иметь место как положительный (движение частицы в направлении распространения излучения), так и отрицательный (движение частицы в обратном направлении) фотофорез.

* Николай Владимирович Малай (malay@bsu.edu.ru); Евгений Романович Щукин (evgrom@yandex.ru); Зинаида Леонидовна Шулиманова (zinaida110@yandex.ru).

В настоящей работе природа тепловых источников не конкретизирована. Она может быть произвольной — химическая реакция, радиоактивный распад и т.д. Это позволяет исследовать достаточно широкий класс физических задач. Термо-, диффузио- и фотофорез практически всегда сопутствуют термодинамически неравновесным аэродисперсным системам. Фото-, термо- и диффузиофоретические силы значительно влияют на процесс осаждения частиц в каналах тепло- и массообменников, на движение частиц в зонах просветления дисперсных систем; их можно использовать при проведении тонкой очистки небольших объемов газов, отборе аэрозольных проб, нанесении специальных покрытий заданной толщины из частиц с определенными свойствами т.д.

В работах по теории термо-, диффузио- и фотофореза [1–7] эти явления хорошо изучены при малых относительных перепадах температуры в окрестности частицы. Под относительным перепадом температуры понимают отношение разности между средней температурой поверхности частицы T_{iS} и температурой газообразной среды вдали от нее T_∞ к последней. Относительный перепад температуры считается малым, если $(T_{iS} - T_\infty)/T_\infty \ll 1$, и значительным, если $(T_{iS} - T_\infty)/T_\infty \sim 0(1)$. В последнем случае частицу называют нагретой, а саму газообразную среду — неизотермической. Нагрев поверхности частицы может быть обусловлен, например, протеканием объемной химической реакции, процессом радиоактивного распада вещества частицы, поглощением частицей электромагнитного излучения и т.п. Буквы e и i в индексах здесь и далее по тексту обозначают газ и частицу соответственно, S — значения физических величин, взятых при средней температуре поверхности частицы, ∞ — физические величины, характеризующие газообразную среду в невозмущенном потоке.

Если $(T_{iS} - T_\infty)/T_\infty \sim 0(1)$, то при решении уравнений газовой динамики необходимо учитывать зависимости коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности, диффузии) и плотности газообразной среды от температуры. Система газодинамических уравнений, описывающая такую среду, становится нелинейной. В научной литературе мало работ, посвященных исследованию движения частиц при значительных относительных перепадах температуры в газообразных средах. В частности рассматривались гравитационное движение нагретых частиц в [8], термофорез в [9] и фотофорез в [10]. В этих работах показано, что нагрев поверхности частиц существенно влияет на их движение.

В настоящее время интерес к исследованиям особенностей поведения взвешенных частиц в термодинамически неравновесных системах только растет (например, [11–13]). В данной работе рассматривается совместное действие термо-, диффузио- и фотофоретической силы на нагретую крупную нелетучую частицу сферической формы, взвешенную в бинарной газовой смеси.

1. Постановка задачи

В бинарной газовой смеси с плотностью ρ , теплопроводностью λ_e , диффузией D_{12} и динамической вязкостью μ_e находится твердая аэрозольная частица сферической формы радиусом R . Внутри нее действуют неравномерно распределенные тепловые источники плотностью q_i . Частица считается крупной [4]. Газовая среда состоит из двух компонентов, которые мы будем обозначать C_1 и C_2 . Здесь $C_1 = n_1/n$ и $C_2 = n_2/n$ — относительные концентрации первого и второго компонентов, $n = n_1 + n_2$; $\rho = \rho_1 + \rho_2$, $\rho_1 = m_1 n_1$, $\rho_2 = m_2 n_2$, m_1 , m_2 и n_1 , n_2 — масса и численная концентрация молекул первого и второго компонентов бинарной смеси соответственно. При нахождении термо-, диффузио- и фотофоретических сил и скоростей будем считать, что первая компонента бинарной смеси удовлетворяет неравенству $C_1 \ll C_2$.

При описании свойств газообразной среды и частицы учитывается степенной вид зависимости коэффициентов молекулярного переноса от температуры [14]:

$$\mu_e = \mu_\infty t_e^\beta, \quad \lambda_e = \lambda_\infty t_e^\alpha, \quad D_{12} = D_\infty t_e^{1+\omega}, \quad \lambda_i = \lambda_{i0} t_i^\gamma,$$

где

$$\mu_\infty = \mu_e(T_\infty); \quad \lambda_\infty = \lambda_e(T_\infty); \quad D_\infty = D_{12}(T_\infty); \quad \lambda_{i0} = \lambda_i(T_\infty);$$

$$t_k = T_k/T_\infty \quad (k = e, i); \quad 0,5 \leq \alpha, \beta, \omega \leq 1; \quad -1 \leq \gamma \leq 1.$$

Например, для бинарной газовой смеси воздух — CO_2 $\alpha = 0,81$, $\beta = 0,72$, $\omega = 0,70$ ($273 \leq T_e \leq 900$ К). Относительная погрешность не превышает 5% [14].

При теоретическом описании термо-, диффузио- и фотофореза будем предполагать, что в силу малой длительности тепловой релаксации процесс тепло- и массопереноса в системе «частица — бинарная газовая смесь» протекает квазистационарно. Движение частицы происходит при малых числах Пекле и Рейнольдса, свободной конвекцией пренебрегаем (число Грасгофа много меньше единицы). Задача решается гидродинамическим методом. При этом основные гидродинамические переменные находят в процессе решения уравнений гидродинамики с соответствующими граничными условиями.

Выражения для термо-, диффузио- и фотофоретической сил и скоростей удобно выводить в сферической системе координат (r, θ, φ) , связанной с центром масс аэрозольной частицы, т.е. задача сводится к анализу обтекания частицы бесконечным плоскопараллельным потоком газа, скорость которого U_∞ подлечит определению ($U_\infty \parallel Oz$, $U_\infty = -U_p$, где U_p — скорость фото-, термо- и диффузиофореза). Ось Oz направлена горизонтально вдоль постоянных на бесконечности градиентов температуры ∇T и концентрации $\nabla C_{1\infty}$ первого компонента бинарной газовой смеси. Распределения скоростей, давлений, относительных концентраций и температур обладают аксиальной симметрией относительно оси Oz .

В рамках сформулированных допущений решается система газодинамических уравнений [15]:

$$\operatorname{div}(\lambda_e \nabla T_e) = 0, \quad \operatorname{div}(\lambda_i \nabla T_i) = q_i, \quad (1.1)$$

$$\operatorname{div} \left(\frac{n^2 m_i m_2}{\rho} D_{12} \nabla C_1 \right) = 0, \quad n = P_e / k T_e. \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_k} P_e = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu_e \left[\frac{\partial U_k^{(e)}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j^{(e)}}{\partial x_k} - \frac{2}{3} \delta_{jk} \frac{\partial U_n^{(e)}}{\partial x_n} \right] \right\},$$

$$\frac{\partial}{\partial x_k} (\rho U_k^{(e)}) = 0. \quad (1.3)$$

Здесь x_k – декартовы координаты; $U_k^{(e)}(x_k)$ – компоненты массовой скорости; k – постоянная Больцмана.

Система газодинамических уравнений (1.1)–(1.3) решалась в сферической системе координат со следующими граничными условиями:

$$y \rightarrow \infty, \quad U_r^{(e)} = U_\infty \cos \theta, \quad U_\theta^{(e)} = -U_\infty \sin \theta,$$

$$P_e = P_\infty, \quad C_1 = C_0 + |\nabla C_{1\infty}| r \cos \theta,$$

$$T_e = T_\infty + |\nabla T| r \cos \theta \quad (y = r/R), \quad (1.4)$$

$$y \rightarrow 0, \quad T_i \neq \infty, \quad (1.5)$$

$$y = 1, \quad T_e = T_i,$$

$$-\lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial y} = -\lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial y} - \sigma_0 \sigma_1 R (T_i^4 - T_\infty^4), \quad \frac{\partial C_1}{\partial y} = 0, \quad (1.6)$$

$$U_r^{(e)} = 0, \quad U_\theta^{(e)} = K_{TS} \frac{v_e}{RT_e} \frac{\partial T_e}{\partial \theta} + K_{DS} \frac{D_{12}}{R} \frac{\partial C_1}{\partial \theta}, \quad (1.7)$$

где $v_e = \mu_e / \rho$ – кинематическая вязкость; $U_\infty = |U_\infty|$; σ_0 – постоянная Стефана–Больцмана, σ_1 – интегральная степень черноты; K_{TS} , K_{DS} – коэффициенты теплового и диффузионного скольжения.

Стандартные условия обтекания и заданные вдали от частицы градиенты температуры и концентрации первого компонента бинарной газовой смеси отражены в краевом условии (1.4), а конечность физических величин в объеме частицы – в (1.5). В краевых условиях на поверхности частицы (1.6), (1.7) учтены: равенство температур и непрерывность радиального потока тепла с учетом излучения; равенство нулю нормальной компоненты массовой скорости; тепловое и диффузионное скольжения для касательной компоненты массовой скорости; непроницаемость поверхности частицы для радиального потока первого компонента бинарной газовой смеси.

Определяющими параметрами в задаче являются материальные постоянные μ_∞ , ρ_∞ , λ_∞ , D_∞ и сохраняющиеся в процессе движения частицы R , T_∞ , $|\nabla C_{1\infty}|$, $|\nabla T|$ и U_∞ . Из этих параметров можно составить безразмерные комбинации – число Рейнольдса и перепады концентрации и температуры на размере частицы: $Re_\infty = R \rho U_\infty / \mu_\infty \ll 1$, $\varepsilon_1 = R |\nabla C_{1\infty}| \ll 1$ и $\varepsilon_2 = R |\nabla T| / T_\infty \ll 1$. Число Рейнольдса играет роль малого параметра при описании фотофореза, ε_1 – при описании диффузиофореза, ε_2 – термофореза.

При численных оценках необходимо знать значения коэффициентов теплового и диффузионного

скольжений, которые определяются из решения в слое Кнудсена уравнения Больцмана и в общем случае зависят от вида использованной модели межмолекулярного взаимодействия, средней температуры поверхности частицы и от соотношения масс молекул смеси. В задаче есть малые параметры. Это означает, что при рассмотрении фото-, термо- и диффузиофореза можно ограничиться поправками до первого порядка малости по этим параметрам. Следовательно, с учетом вышесказанного необходимо разложить коэффициенты скольжений в ряд по малому параметру, а принимая во внимание граничное условие для касательной компоненты массовой скорости и [4, 16], в качестве нулевого приближения при численных оценках силы и скорости термо-, диффузио- и фотофореза можно взять $K_{TS}^{(0)} = 1,161$, $K_{DS}^{(0)} = 0,27$ [4, 16].

При $\varepsilon \ll 1$ решение уравнений гидродинамики будем искать в виде

$$V_e = V_e^{(0)} + \varepsilon V_e^{(1)} + \dots, \quad P_e = P_e^{(0)} + \varepsilon P_e^{(1)} + \dots$$

$$t_e = t_{e0} + \varepsilon t_{e1} + \dots, \quad t_i = t_{i0} + \varepsilon t_{i1} + \dots,$$

$$C_1 = C_{10} + \varepsilon C_{11} + \dots, \quad (1.8)$$

где $V_e = U_e / U_\infty$.

Вид граничных условий указывает на то, что выражения для компонент массовой скорости $V_r^{(e)}$ и $V_\theta^{(e)}$ следует искать в виде разложений по полиномам Лежандра и Гегенбауэра [15]. Чтобы узнать общую силу, действующую на частицу, достаточно определить первые члены разложений. С учетом этого выражения для компонент массовой скорости нулевого приближения (1.8) будем искать в виде

$$V_r^{(e)}(y, \theta) = \cos \theta G(y), \quad V_\theta^{(e)}(y, \theta) = -\sin \theta g(y). \quad (1.9)$$

Здесь $G(y)$ и $g(y)$ – произвольные функции, зависящие от координаты y .

2. Поля температуры вне и внутри частицы и относительной концентрации первого компонента бинарной газовой смеси

При нахождении термо-, диффузио- и фотофоретической сил и скоростей ограничимся поправками первого порядка малости. Для этого нужно знать поля температур вне и внутри частицы и распределение относительной концентрации первого компонента. Будем искать решения уравнений (1.1) методом теории возмущений [17] в виде

$$t_e(y, \theta) = t_{e0}(y) + \varepsilon t_{e1}(y, \theta),$$

$$t_i(y, \theta) = t_{i0}(y) + \varepsilon t_{i1}(y, \theta), \quad (2.1)$$

где

$$t_{e0}(y) = \left(1 + \frac{\Gamma_0}{y} \right)^{1/(1+\alpha)};$$

$$t_{i0}(y) = \left(B_0 + \frac{H_0}{y} - \frac{1}{y} \int_y^1 \psi_0 dy + \int_y^1 \frac{\psi_0}{y} dy \right)^{1/(1+\gamma)};$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3; \quad t_{e1}(y) = \frac{\cos\theta}{t_{e0}^\alpha} \left(y + \frac{\Gamma_1}{y^2} \right);$$

$$t_{i1}(y) = \frac{\cos\theta}{t_{i0}^\gamma} \left[B_1 y + \frac{H_1}{y^2} + \frac{1}{3} \left(y \int_1^y \frac{\psi_1}{y^2} dy - \frac{1}{y^2} \int_1^y \psi_1 y dy \right) \right];$$

$$H_0 = \frac{(1+\gamma)R^2}{3\lambda_{i0}T_{e\infty}} J_0; \quad H_1 = \frac{R}{3\lambda_{i0}T_{e\infty}} J_1;$$

$$J_0 = \frac{1}{V} \int_V q_i dV; \quad J_1 = \frac{1}{V} \int_V q_i z dV; \quad x = \cos\theta;$$

$$\psi_0 = -\frac{R^2(1+\gamma)}{2\lambda_{i0}T_{e\infty}} y^2 \int_{-1}^{+1} q_i(r, \theta) dx;$$

$$\psi_1 = -\frac{3R^2}{2\lambda_{i0}T_{e\infty}} y^2 \int_{-1}^{+1} q_i(r, \theta) x dx; \quad (t_k = T/T_\infty, \quad k = e, i);$$

$\int_V q_i z dV$ – дипольный момент плотности тепловых

источников [7] $z = r \cos\theta$, $dV = r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$.

Интегрирование здесь ведется по всему объему частицы.

Решение уравнения диффузии (1.2) будем искать в виде

$$C_1(y, \theta) = C_{10}(y) + \varepsilon C_{11}(y, \theta). \quad (2.2)$$

После подстановки (2.2) в (1.2) получаем два уравнения

$$\operatorname{div}(t_{e0}^\omega \nabla C_{10}) = 0, \quad \operatorname{div}(t_{e0}^\omega \nabla C_{11} + \omega t_{e0}^{\omega-1} t_{e1} \nabla C_{10}) = 0. \quad (2.3)$$

Интегрируя первое уравнение два раза, получаем выражение, удовлетворяющее краевому условию (1.4),

$$C_{10}(y) = C_0 + M_0 (t_{e0}^{1+\alpha-\omega} - 1). \quad (2.4)$$

Решение второго уравнения (2.3) будем искать в виде

$$C_{11}(y, \theta) = \tau(y) \cos\theta. \quad (2.5)$$

Подставляя (2.5), (2.4) и (2.1) в (2.3), получаем

$$\begin{aligned} & y^2 \frac{d^2 \tau}{dy^2} + y \left(2 - \frac{\omega \ell}{1+\alpha} \right) \frac{d\tau}{dy} - 2\tau = \\ & = -\frac{1+\alpha-\omega}{1+\alpha} \frac{M_0}{t_{e0}^\omega} \left[\frac{\ell(2-\ell)}{y^2} \Gamma_1 - y\ell(\ell+1) \right]. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Найдем решение однородного уравнения (2.6):

$$y^2 \frac{d^2 \tau}{dy^2} + y \left(2 - \frac{\omega \ell}{1+\alpha} \right) \frac{d\tau}{dy} - 2\tau = 0. \quad (2.7)$$

Точка $y = 0$ для уравнения (2.7) является регулярной особой точкой, поэтому решение (2.7) будем искать в виде обобщенного степенного ряда [18]:

$$\tau(y) = y^\ell \sum_{n=0}^{\infty} \Delta_n \ell^n, \quad \ell = \frac{\Gamma_0}{y + \Gamma_0}, \quad \Delta_0 \neq 0. \quad (2.8)$$

Подставляя (2.8) в (2.7), получаем определяющее уравнение $\eta^2 + \eta - 2 = 0$, корни которого равны $\eta_1 = 1$, $\eta_2 = -2$.

Первое решение, отвечающее большему корню по модулю, ищем в виде

$$\Phi_1(y) = \frac{1}{y^2} \sum_{n=0}^{\infty} \Delta_n^{(1)} \ell^n \quad (\Delta_0^{(1)} = 1). \quad (2.9)$$

Подставляя (2.9) в (2.7), методом неопределенных коэффициентов получаем рекуррентную формулу для нахождения коэффициентов $\Delta_n^{(1)}$ ($n \geq 1$):

$$\begin{aligned} \Delta_n^{(1)} = \frac{1}{n(n+1)} & \left\{ (n+1) \left[2n-2 - \frac{\omega}{1+\alpha} \right] \Delta_{n-1}^{(1)} - \right. \\ & \left. - (n-2) \left[n-1 - \frac{\omega}{1+\alpha} \right] \Delta_{n-2}^{(1)} \right\}. \end{aligned}$$

Второе решение ищем в виде

$$\Phi_2(y) = y \sum_{n=0}^{\infty} \Delta_n^{(2)} \ell^n + \frac{a_2}{y^2} \ln(y) \sum_{n=0}^{\infty} \Delta_n^{(1)} \ell^n \quad (\Delta_0^{(2)} = 1).$$

Аналогично находим следующую рекуррентную формулу для коэффициентов $\Delta_n^{(2)}$ ($n \geq 4$):

$$\begin{aligned} \Delta_n^{(1)} = \frac{1}{n(n-3)} & \left\{ (n-2) \left[2n-2 - \frac{\omega}{1+\alpha} \right] \Delta_{n-1}^{(2)} - (n-2) \times \right. \\ & \times \left[n-1 - \frac{\omega}{1+\alpha} \right] \Delta_{n-2}^{(2)} + \frac{a_2}{2\Gamma_0^3} \sum_{k=0}^{n-3} (n-k-2)(n-k-1) \times \\ & \left. \times \left[(2k+3) \Delta_k^{(1)} - \left(2k-2 - \frac{\omega}{1+\alpha} \right) \Delta_{k-1}^{(1)} \right] \right\}, \end{aligned}$$

$$\Delta_0^{(1)} = \Delta_0^{(2)} = \Delta_3^{(3)} = 1; \quad \Delta_1^{(2)} = -\frac{\omega}{2(1+\alpha)}; \quad \Delta_2^{(2)} = 1;$$

$$\frac{a_2}{2\Gamma_0^3} = \frac{\Delta_1^{(2)}}{6} \left(2 - \frac{\omega}{1+\alpha} \right); \quad \Delta_n^{(1)} = 0 \text{ и } \Delta_n^{(2)} = 0 \text{ при } n < 0.$$

Частное решение неоднородного уравнения имеет вид

$$\Phi_3(y) = -\frac{1+\alpha-\omega}{1+\alpha} \omega \frac{\ell(2-\ell)}{t_{e0}^\omega} M_0 \left[\frac{\Gamma_1}{y^2} + y \right].$$

Таким образом, мы получили общее решение уравнения диффузии с учетом угловой части от коэффициента диффузии (правая часть уравнения (2.6))

$$C_1(y, \theta) = C_{10}(y) + \varepsilon C_{11}(y, \theta), \quad (2.10)$$

где

$$C_{10}(y) = C_0 + M_0 (t_{e0}^{1+\alpha-\omega} - 1),$$

$$C_{11}(y, \theta) = \cos\theta (D_1 \Phi_2(y) + M_1 \Phi_1(y) + \Phi_3(y)).$$

Постоянные интегрирования, входящие в выражения для полей температур и концентрации первого компонента, определяются из граничных условий на поверхности частицы. В частности,

$$\Gamma_1 = \frac{R t_{eS}^\alpha}{\lambda_{iS} T_\infty \delta} J_1 + \frac{1}{\delta} \left(\frac{\lambda_{eS}}{\lambda_{iS}} - 1 - 4 \frac{\sigma_0 \sigma_1 R T_\infty^3}{\lambda_{iS}} t_{iS}^3 \right),$$

$$\Gamma_0 = t_{eS}^{1+\alpha} - 1, \quad M_1 = -\frac{\Phi_2^1(1)}{\Phi_1^1(1)}. \quad (2.11)$$

Здесь $\delta = 1 + 2 \frac{\lambda_{eS}}{\lambda_{iS}} + 4 \frac{\sigma_0 \sigma_1 R}{\lambda_{iS}} T_\infty^3 t_{eS}^3$, $\lambda_{iS} = \lambda_{i0} t_{iS}^\gamma$, $\lambda_{eS} = \lambda_{e0} t_{eS}^\alpha$; $\Phi_1^1(1)$, $\Phi_2^1(1)$ – первая производная от соответствующих функций, взятая при $y = 1$, $t_{iS} = t_{i0}(y = 1)$, $t_{eS} = t_{e0}(y = 1)$.

Среднее значение температуры поверхности частицы $T_{iS} = t_{iS} T_\infty$ определяется из решения системы трансцендентных уравнений

$$\begin{cases} t_{iS} = t_{eS}, \\ \frac{\ell^{(S)}}{1+\alpha} t_{eS} = \frac{R^2}{3\lambda_{eS} T_\infty} J_0 - \sigma_0 \sigma_1 \frac{R T_\infty^3}{\lambda_{eS}} (t_{eS}^4 - 1), \\ \ell^{(S)} = \frac{t_{eS}^{1+\alpha} - 1}{t_{eS}^{1+\alpha}}. \end{cases} \quad (2.12)$$

При выполнении неравенства $\lambda_e \ll \lambda_i$ (имеет место для большинства газообразных сред) коэффициент теплопроводности частицы много больше коэффициента теплопроводности газа, поэтому в коэффициенте динамической вязкости можно пренебречь зависимостью по углу θ в системе «частица – газ» (предполагается слабая угловая асимметрия распределения температуры). Тогда можно считать, что вязкость зависит только от температуры $t_{e0}(r)$, т.е. $\mu_e(t_e(r, \theta)) \approx \mu_e(t_{e0}(r))$. Это допущение позволяет рассматривать гидродинамическую часть отдельно от тепловой, а связь между ними осуществляется через граничные условия.

3. Решение гидродинамической задачи. Термо-, диффузион- и фотофоретическая силы и скорости. Анализ результатов

Исследование линеаризованного по скорости уравнения Навье–Стокса в сферической системе координат показало, что если коэффициент теплопроводности частицы много больше коэффициента теплопроводности газа (слабая угловая асимметрия распределения температуры), то это уравнение может быть в конечном итоге сведено к неоднородному дифференциальному уравнению 3-го порядка с изолированной особой точкой, и решение этого уравнения можно искать в виде обобщенных степенных рядов [18]. Таким образом, общие выражения для компонент массовой скорости, удовлетворяющие условию ограниченности решения при $y \rightarrow \infty$, имеют вид

$$U_r^{(e)}(\ell, \theta) = U_\infty \cos \theta G(\ell),$$

$$G(\ell) = A_1 G_1(\ell) + A_2 G_2(\ell) + G_3(\ell),$$

$$U_\theta^{(e)}(\ell, \theta) = -U_\infty \sin \theta g(\ell),$$

$$g(\ell) = A_1 G_4(\ell) + A_2 G_5(\ell) + G_6(\ell),$$

$$P_e = P_\infty + \frac{\mu_\infty U_\infty}{R} t_{e0}^\beta \left\{ \frac{y^2}{2} \frac{d^3 G}{dy^3} + y \left[3 + \frac{\beta - 1}{2} y f \right] \frac{d^2 G}{dy^2} - \left[2 - y^2 f^1 - \frac{\beta}{2} y^2 f^2 + (\beta - 2) y f \right] \frac{dG}{dy} + 2 \left[y^2 f^{II} + y f^1 (4 + y \beta f) - \frac{2}{3} f \right] G \right\}. \quad (3.1)$$

Здесь $f = -\frac{\ell}{y(1+\alpha)}$; $G_k = \left(1 + \frac{\ell}{2(1+\alpha)}\right) G_{k-3} + \frac{1}{2} y G_{k-3}^1$ ($k = 4, 5, 6$); $f^1, f^{II}, G_1^1, G_2^1, G_3^1$ – первые и вторые производные по y от соответствующих функций;

$$G_1(\ell) = \ell^3 \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n^{(1)} \ell^n; \quad G_3(\ell) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n^{(3)} \ell^n + \omega_3 \ln\left(\frac{\ell}{\ell_0}\right) G_1(\ell),$$

$$\alpha_0^{(1)} \neq 0, \quad \alpha_0^{(3)} \neq 0; \quad G_2(\ell) = \ell \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n^{(2)} \ell^n + \omega_2 \ln\left(\frac{\ell}{\ell_0}\right) G_1(\ell),$$

$$\alpha_0^{(2)} \neq 0, \quad \ell_0 = \ell(y = 1).$$

Значения коэффициентов $\alpha_n^{(1)}$ ($n \geq 1$), $\alpha_n^{(2)}$ ($n \geq 3$) и $\alpha_n^{(3)}$ ($n \geq 4$) определяются с помощью рекуррентных соотношений

$$\alpha_n^{(1)} = \frac{1}{n(n+1)(n+2)} \times$$

$$\times \{ (n+2)[(n+1)(10 + \gamma_1 + n) - 2 + 2\gamma_1 + \gamma_2] \alpha_{n-1}^{(1)} -$$

$$- [(n+1)(n(3n+11+2\gamma_1)+10+3\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)+2\gamma_3] \alpha_{n-2}^{(1)} +$$

$$+ [n((n-1)(n+4+\gamma_1)+6+\gamma_3+2\gamma_1)+\gamma_3] \alpha_{n-3}^{(1)} \},$$

$$\alpha_n^{(2)} = \frac{1}{(n+1)(n-2)(n+3)} \times$$

$$\times \{ n[(n-1)(4+\gamma_1+3n) - 2 + 2\gamma_1 + \gamma_2] \alpha_{n-1}^{(2)} -$$

$$- [(n-1)((n-2)(3n+5+2\gamma_1)+10+3\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)+2\gamma_3] \times$$

$$\times \alpha_{n-2}^{(2)} [(n-2)((n-3)(n+2+\gamma_1)+6+\gamma_3+2\gamma_1)+\gamma_3] \times$$

$$\times \{ \alpha_{n-3}^{(2)} - \omega_2 s_{n-2}^{(1)} + s_n^{(2)} \},$$

$$\alpha_n^{(3)} = \frac{1}{n(n+2)(n-3)} \times$$

$$\times \{ (n-1)[(n-2)(1+\gamma_1+3n) - 2 + 2\gamma_1 + \gamma_2] \alpha_{n-1}^{(3)} -$$

$$- [(n-2)((n-3)(3n+2+2\gamma_1)+10+3\gamma_1+\gamma_2+\gamma_3)+2\gamma_3] \times$$

$$\times \alpha_{n-2}^{(3)} + [(n-3)((n-4)(n+\gamma_1)+6+\gamma_3+2\gamma_1)+\gamma_3] \times$$

$$\times \{ \alpha_{n-3}^{(2)} - \omega_2 s_{n-3}^{(1)} \}.$$

Здесь

$$s_n^{(1)} = (3n^2 + 16n + 15) \alpha_n^{(1)} -$$

$$\begin{aligned}
& - (9n^2 + 38n + 34 + (2n + 5)\gamma_1 + \gamma_2) \alpha_{n-1}^{(1)} + \\
& + (9n^2 + 28n + 21 + (4n + 5)\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3) \alpha_{n-2}^{(1)} - \\
& - (3n^2 + 6n + 2 + (2n + 1)\gamma_1 + \gamma_3) \alpha_{n-3}^{(1)},
\end{aligned}$$

$$s_n^{(2)} = \frac{d}{\Gamma_0} (-1)^n \frac{\gamma_4!}{(\gamma_4 - n)! n!}, \quad \frac{d}{\Gamma_0} = -6\alpha_0^{(2)}, \quad \alpha_2^{(2)} = 1, \quad \alpha_1^{(3)} = 0,$$

$$\alpha_1^{(2)} = -\frac{\alpha_0^{(2)}}{6} (4 + 2\gamma_1 + \gamma_2), \quad \alpha_2^{(3)} = \frac{\gamma_3}{4} \alpha_0^{(3)},$$

$$\omega_3 = \frac{\gamma_3}{30\alpha_0^{(1)}} (10 + 3\gamma_1 + \gamma_2), \quad \alpha_3^{(3)} = 1,$$

$$\omega_2 = \frac{1}{15\alpha_0^{(1)}} \left[(16 + 6\gamma_1 + 2\gamma_2) \alpha_1^{(2)} - \right.$$

$$\left. - (10 + 3\gamma_1 + \gamma_2 + 3\gamma_3 + 3\gamma_4(\gamma_4 - 1)) \alpha_0^{(2)} \right],$$

$\alpha_n^{(k)} = 0$, если $n < 0$. Выбор постоянных $\alpha_0^{(1)}$, $\alpha_0^{(2)}$ и $\alpha_0^{(3)}$ осуществляется так, чтобы функции $G_1(\ell)$, $G_2(\ell)$ и $G_3(\ell)$ стремились к соответствующим функциям для сферы при малых относительных перепадах температуры [4, 5, 7]. Постоянные интегрирования A_1 и A_2 определяются из граничных условий на поверхности аэрозольной частицы.

Таким образом, в первом приближении по ε получены выражения для полей температур вне и внутри аэрозольной частицы, распределение относительной концентрации первого компонента бинарной газовой смеси, а также скорости частицы и давления в ее окрестности.

Результирующая сила, действующая на частицу, определяется интегрированием тензора напряжений по поверхности аэрозольной частицы и имеет вид [15]:

$$F_z = \int_{(S)} (-P_e \cos\theta + \sigma_{rr} \cos\theta - \sigma_{r\theta} \sin\theta) r^2 \sin\theta d\theta d\phi \Big|_{r=R}. \quad (3.2)$$

Здесь σ_{rr} , $\sigma_{r\theta}$ — компоненты тензора напряжений [15].

Подставляя в (3.2) полученные выше выражения, после интегрирования получаем, что общая сила будет складываться из силы вязкого сопротивления среды F_μ , термофоретической F_{th} , диффузиофоретической F_{dh} и фотофоретической F_{ph} сил:

$$F = F_\mu + F_{th} + F_{ph} + F_{dh}, \quad (3.3)$$

где $F_\mu = 6\pi R \mu_\infty U_\infty f_m n_z$; $F_{th} = -6\pi R \mu_\infty f_{th} |\nabla T| n_z$; $F_{ph} = -6\pi R \mu_\infty f_{qh} J_1 n_z$; $F_{dh} = -6\pi R \mu_\infty f_{dh} |\nabla C_{1\infty}| n_z$, n_z — единичный вектор в направлении оси Oz .

Значения коэффициентов f_m , f_{th} , f_{qh} , f_{dh} оцениваются с помощью формул

$$f_m = \frac{2 N_2}{3 N_1}, \quad f_{th} = 4 K_{TS}^{(0)} \frac{v_{eS}}{\delta t_{eS}^{1+\alpha} T_\infty} \frac{G_1(1) \lambda_{eS}}{N_1 \lambda_{iS}},$$

$$f_{qh} = K_{TS}^{(0)} \frac{4 v_{eS}}{3 \delta T_\infty t_{eS}} \frac{G_1(1)}{N_1 \lambda_{iS}},$$

$$f_{dh} = K_{DS}^{(0)} \frac{4 D_{12}^{(S)} G_1(1) \Phi_2(1) \Phi_1^I(1) - \Phi_1(1) \Phi_2^I(1)}{3 N_1 \Phi_1^I(1)}.$$

Здесь

$$N_1(1) = G_1(1) G_2^I(1) - G_2(1) G_1^I(1);$$

$$N_2(1) = G_1(1) G_3^I(1) - G_3(1) G_1^I(1); \quad v_{eS} = v_\infty t_{eS}^{1+\beta}.$$

Приравнявая полную силу F к нулю, получаем следующее выражение для скоростей термо-, диффузио- и фотофореза U_p нелетучей крупной нагретой частицы сферической формы в бинарной газовой смеси:

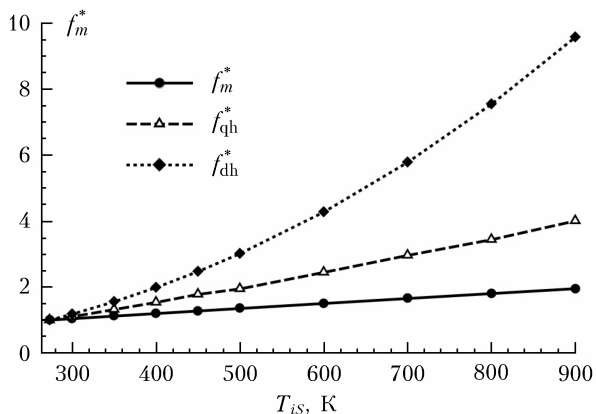
$$U_p = - (h_{th} |\nabla T| + h_{qh} J_1 + h_{dh} |\nabla C_{1\infty}|) n_z, \quad h_{th} = f_{th} / f_m,$$

$$h_{qh} = f_{qh} / f_m, \quad h_{dh} = f_{dh} / f_m. \quad (3.4)$$

При оценке коэффициентов f_m , f_{th} , f_{qh} , f_{dh} , h_{th} , h_{qh} , h_{dh} необходимо учитывать, что индекс S относится к значениям физических величин, взятых при средней относительной температуре поверхности частицы T_{iS} , которая определяется из (2.12); функции $G_1(y)$, $G_1^I(y)$, $G_1^{II}(y)$, $G_2(y)$, $G_2^I(y)$, $G_2^{II}(y)$, $G_3(y)$, $G_3^I(y)$, $G_3^{II}(y)$, $N_1(y)$, $N_2(y)$, $N_3(y)$ и $N_4(y)$ берутся при $y = 1$, $G_1^I(y)$, $G_1^{II}(y)$ и т.д. — первая и вторая производные от соответствующих функций.

Полученные выше формулы для сил и скоростей термо-, диффузио- и фотофореза можно использовать и при малых относительных перепадах температуры в окрестности частицы. В случае, когда величина нагрева поверхности частицы мала, т.е. средняя температура поверхности незначительно отличается от температуры окружающей среды вдали от частицы ($\Gamma_0 \rightarrow 0$), зависимостью коэффициентов молекулярного переноса (вязкости и теплопроводности) и плотности от температуры можно пренебречь, и тогда ($y = 1$) имеем: $G_1 = 1$, $G_1^I = -3$, $G_1^{II} = 12$, $G_1^{III} = -60$, $G_2 = 1$, $G_2^I = -1$, $G_2^{II} = 2$, $G_2^{III} = -6$, $G_3 = 1$, $G_3^I = 0$, $G_3^{II} = 0$, $G_3^{III} = 0$, $\Phi_1 = 1$, $\Phi_1^I = -2$, $\Phi_2 = 1$, $\Phi_2^I = 1$, $\Phi_3 = 0$, $N_1 = 2$, $N_2 = 3$, $N_3 = 6$ и $N_4 = 6$. В этом случае формулы для сил и скоростей термо-, диффузио- и фотофореза совпадают с известными в литературе результатами (см. например, [4, 5, 7]). Численные оценки также показали, что сила сопротивления, которую испытывает нагретая частица при ее движении в вязкой неизотермической газообразной среде (коэффициент f_μ), совпадает с экспериментальной кривой (в рамках погрешности эксперимента) [19].

В качестве примера зависимостей F_μ , F_{ph} , F_{dh} от средней температуры T_{iS} на рисунке приведены кривые, связывающие значения коэффициента $f_m^* = f_m / f_m|_{T_{iS}=273K}$, $f_{qh}^* = f_{qh} / f_{qh}|_{T_{iS}=273K}$, $f_{dh}^* = f_{dh} / f_{dh}|_{T_{iS}=273K}$ со значениями T_{iS} частиц меди с $R = 25 \cdot 10^{-6}$ м, движущихся в бинарной газовой смеси воздух — CO_2 при нормальных условиях.



Зависимости f_m^* , f_{qh}^* и f_{dh}^* от средней температуры T_{is}

Проведенные с помощью найденных формул численные оценки показали существенную зависимость f_m^* , f_{qh}^* , f_{dh}^* от средней температуры поверхности частицы.

Заключение

Формулы (3.3), (3.4) позволяют оценивать силу и скорость термо-, диффузио- и фотофореза крупных нагретых нелетучих аэрозольных частиц сферической формы, когда средняя температура их поверхности существенно отличается от температуры газообразной среды вдали от них с учетом степенного вида зависимости коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности, диффузии) и плотности газообразной среды от температуры. В граничных условиях учтены тепловые и диффузионные скольжения. Численные оценки показали, что термо-, диффузио- и фотофоретическая силы и скорости существенно зависят от средней температуры поверхности частицы. Полученные формулы для термо-, диффузио- и фотофореза указывают на то, что при описании поведения нагретых крупных твердых частиц сферической формы в термодинамически неравновесных аэродисперсных системах, в которых с помощью внешних источников поддерживаются малые постоянные градиенты температуры и концентрации компонентов бинарной газовой смеси, необходимо учитывать совместное влияние этих эффектов.

1. Волковицкий О.А., Седунов Ю.С., Семенов Л.П. Распространение интенсивного лазерного излучения в облаках. Л.: Гидрометеониздат, 1982. 300 с.
2. Валдберг А.Ю., Исянов П.М., Яламов Ю.И. Теоретические основы охраны атмосферного воздуха от загряз-

N.V. Malay, E.R. Shchukin, Z.L. Shulimanova. Photo-thermo- and diffusiophoresis of heated large non-volatile spherical aerosol particles in a binary gas mixture.

Stationary motion of a large non-volatile spherical aerosol particle, inside which heat sources operate, under the effect of the gradients of temperature and binary gas mixture component concentrations in the external field is described in the Stokes approximation. The average surface temperature of the particle is assumed to significantly differ from the temperature of the surrounding binary gas mixture. The gas dynamics equations are solved with power temperature dependences of the coefficients of viscosity, thermal conductivity, diffusion, and density of the gaseous medium. Diffusive and thermal sliding motions are taken into account in the boundary conditions. Numerical estimates have shown that the photo-thermal and diffusiophoretic force and velocity significantly depend on the average temperature of the particle surface.

нения промышленными аэрозолями. СПб.: Ниниогаз-фильтр, 1993. 235 с.

3. Epstein P.S. Zurtheorie des radiometers // Z. Phys. 1929. Bd. 54, N 7/8. S. 537–539.
4. Галоян В.С., Яламов Ю.И. Динамика капель в неоднородных вязких средах. Ереван: Луйс, 1985.
5. Яламов Ю.И., Обухов Б.А. К теории диффузиофореза крупных нелетучих аэрозольных частиц // Журн. теор. физ. 1972. Т. XLII, № 5. С. 1064–1068.
6. Ehrenhaft F. Die photophorese // Ann. Phys. 1918. Bd. 55. S. 81–132.
7. Береснев С.А., Ковалев Ф.Д., Кочнева Л.Б., Рунков В.А., Суетин П.Е., Черемисин А.А. О возможности фотофоретической левитации частиц в стратосфере // Оптика атмосф. и океана. 2003. Т. 16, № 1. С. 52–57.
8. Малай Н.В., Щукин Е.Р., Стукалов А.А., Рязанов К.С. Гравитационное движение равномерно нагретой твердой частицы в газообразной среде // ПМТФ. 2008. № 1. С. 74–80.
9. Малай Н.В., Лиманская А.В., Щукин Е.Р. Термофоретическое движение нагретых крупных аэрозольных частиц сферической формы // ПМТФ. 2016. Т. 57, № 2(336). С. 164–171.
10. Малай Н.В., Лиманская А.В., Щукин Е.Р., Стукалов А.А. Фотофорез нагретых умеренно крупных аэрозольных частиц сферической формы // Оптика атмосф. и океана. 2012. Т. 25, № 4. С. 335–343; Malay N.V., Limanskaya A.V., Shchukin E.R., Stukalov A.A. Photophoresis of heated moderately large spherical aerosol particles // Atmos. Ocean. Opt. 2012. V. 25, N 5. P. 355–363.
11. Chyi-Yeou Soong, Wen-Ken Li, Chung-Ho, Pei-Yuan Tzeng. Effekt of thermal stress slip on microparticle photophoresis in gaseous media // Opt. Lett. 2010. V. 35, N 5. P. 625–627.
12. Cheremisin A.A., Kushnarenko A.V. Photophoretic interaction of aerosol particles and its effect on coagulation in rarefied gas medium // J. Aerosol Sci. 2013. V. 62. P. 26–39.
13. Reineck P., Wienken C.J., Braun D. Thermophoresis of single stranded DNA // Electrophoresis. 2010. V. 31(2). P. 279–286.
14. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 720 с.
15. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. М.: ТТЛ, 1954.
16. Яламов Ю.И., Юшканов А.А., Савков С.А. О диффузиофорезе умеренно крупных нелетучих аэрозольных частиц // Докл. АН. 1988. Т. 301, № 5. С. 1111–1114.
17. Васильева А.Б. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М.: Высш. школа, 1990. 208 с.
18. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Лань, 2003. 576 с.
19. Бабий В.И., Иванова Н.П. Аэродинамическое сопротивление частицы в неизотермических условиях // Теплоэнергетика. 1965. № 9. С. 19–23.