

Л.Л. Афанасьева, Л.К. Чистякова

РАСЧЕТ АКУСТИЧЕСКОГО ОТКЛИКА ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ

Исследованы численными методами величины и формы звуковых импульсов, возникающих при распространении лазерных пучков в атмосфере. Для трех случаев временной модуляции: импульса включения, короткого лазерного импульса и для гармонически модулированного излучения построены семейства кривых, характеризующие акустический отклик на любом расстоянии от оси пучка и в любой момент времени. Для количественных оценок величины звукового импульса на разных расстояниях от оси приведены аппроксимационные выражения, описывающие с точностью до 5% изменение максимального значения звукового давления с расстоянием. Исследована также частотная зависимость амплитуды периодической составляющей акустического сигнала на оси пучка.

Распространение лазерного излучения в поглощающей среде ведет к возбуждению звука в канале распространения. Поскольку в атмосфере вклад электрострикции в изменение давления и плотности в пучке сравнительно мал [1], основным физическим механизмом возбуждения звука, когда не происходит изменения агрегатного состояния среды, является тепловой. Он позволяет легко контролировать возбуждаемые акустические волны и управлять их пространственными и временными характеристиками [2]. Так, изменения пространственной конфигурации звукового поля можно достичь, меняя режим излучения и его параметры, т. к. акустический отклик, являющийся следствием теплового расширения среды, обусловлен изменением интенсивности пучка.

Выбор необходимых условий для повышения эффективности регистрации звуковых импульсов или для получения звуковых полей определенной конфигурации может быть осуществлен при помощи теоретических моделей таких полей, каждая из которых соответствовала бы определенному виду модуляции лазерного пучка. В связи с этим будет интересно рассмотреть несколько наиболее часто встречающихся на практике режимов излучения и произвести расчеты соответствующих акустических полей.

В работах [3, 4, 5] теоретически исследовано явление лазерного возбуждения звука в атмосфере. Аналитические выражения для звукового давления, приведенные в [4, 5], записаны в интегральной форме и поэтому графически не представлены. В частных же случаях, например на оси пучка или на большом расстоянии от оси, решения уравнения для возмущения давления получены через специальные функции и соответствующие звуковые импульсы изображены на рисунках. Однако на практике они дают недостаточное представление о звуковом поле, возбуждаемом модулированным определенным образом излучением.

Целью настоящей работы является восстановление численными методами величины и формы звуковых импульсов, возникающих при распространении лазерных пучков в атмосфере. Расчет проведен для трех случаев временной модуляции излучения: для импульса включения — ступенчатой во времени функции, короткого лазерного импульса и для гармонически модулированного излучения. В рамках первого случая проведено сравнение результатов численного интегрирования, представляющих решение [4] для возмущения давления, с решением [5] и определены границы применимости последнего. В случае гармонической модуляции излучения исследована частотная зависимость амплитуды акустического сигнала. Предложена методика с использованием численных расчетов для определения мощности излучения и коэффициента поглощения воздуха.

Возмущение давления p на расстоянии r от оси пучка описывается известным уравнением:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - u^2 \Delta_r p = \alpha (\gamma - 1) \frac{\partial I}{\partial t}, \quad (1)$$

где u — скорость звука; α — коэффициент поглощения воздуха; γ — газовая постоянная.

Если пучок гауссовский и промодулирован по амплитуде функцией $f(t)$:

$$I = \frac{W}{\pi a^2} \exp\left(-\frac{r^2}{a^2}\right) f(t),$$

то решение уравнения (1) может быть представлено в виде [4]

$$p(\bar{r}, \bar{t}) = \int_0^{\infty} \hat{p}(x, \bar{t}) J_0(x\bar{r}) x dx, \quad (2)$$

где W — мощность пучка; I — плотность мощности; a — характерный размер пучка; $\bar{r} = \frac{r}{a}$, $\bar{t} = \frac{tu}{a}$ — безразмерные параметры, характеризующие расстояние и время; $J_0(x\bar{r})$ — функция Бесселя нулевого порядка. Выражение для $\hat{p}(x, t)$ определяется видом зависимости $I(r, t)$ и, в частности, функцией $f(t)$.

1. Импульс включения

Для ступенчатой во времени функции $f_1(t) = H(t)$ решение (2) принимает вид

$$p_1(\bar{r}, \bar{t}) = \alpha(\gamma - 1) \frac{W}{2\pi a u} \int_0^{\infty} e^{-\frac{x^2}{4}} \sin(x\bar{t}) J_0(x\bar{r}) dx. \quad (3)$$

Интегральное решение (3) является точным решением уравнения для изменения давления на расстоянии r от оси пучка. Из [5] для рассматриваемого случая имеем:

$$p_1(r, t) = \frac{\alpha(\gamma - 1) W}{2\pi \sqrt{\pi a} u \sqrt{r + ut}} f\left(\frac{r - ut}{a}\right), \quad (4)$$

где

$$f(x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-\xi^2}}{\sqrt{\xi - x}} d\xi = \sqrt{\pi} 2^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{x^2}{4}} D_{-1/2}(\sqrt{2x});$$

$D_{-1/2}(\sqrt{2x})$ — функция параболического цилиндра.

Решение (4) является приближенным выражением для звукового давления, т. к. получено в предположении о том, что точка наблюдения находится на большом расстоянии от пучка, $r \gg a$. При помощи численного интегрирования на ЭВМ нами проведено сравнение решений (3) и (4). Графики, описывающие форму звуковых импульсов и полей, представлены на рис. 1 (а, б, в). Сплошные линии — точное решение, штриховые — приближенное. Как видно из рисунков, предположение $r \gg a$, используемое при выводе формулы (4), делает ее практически неприменимой при малых значениях времени, особенно в области пучка. Однако приближенное решение с хорошей точностью может применяться при расчетах звукового поля даже в пучке, если время $t \geq \frac{6a}{u}$. Для численных же расчетов предпочтительнее решение (3), позволяющее оценить звуковое давление на любом расстоянии от оси пучка и в любой момент времени, что имеет большое значение при решении практических задач.

Следует отметить, что во всех случаях временной модуляции размерные коэффициенты в формулах для $p(\bar{r}, \bar{t})$ не учитывались, т. к. они определяют величину звуковых импульсов, а не их форму. Расчет безразмерных значений $p(\bar{r}, \bar{t})$ проводился по правилу трапеций с экстраполяцией по методу Ромберга для дискретной последовательности значений \bar{r} и \bar{t} . Верхний предел интегрирования ограничивался областью определения подынтегральной функции. В результате проведенного расчета для каждого случая построены семейства кривых, характеризующие изменение звукового давления в зависимости от времени для набора значений \bar{r} и от расстояния для набора значений \bar{t} .

Из рис. 1, а следует, что акустический отклик от ступенчатого переднего фронта лазерного импульса достаточно медленно уменьшается с увеличением расстояния от оси и на $r = 2a$ составляет 53% от максимального значения отклика в центре пучка. А общую картину изменения $p_{\max}(\bar{r})$ можно аппроксимировать функцией $\frac{1}{\sqrt{1+r^2}} + 0,08$ на расстояниях от 0 до $2a$ $\frac{1}{\sqrt{1+r^2}} - 0,06$ и $-0,06$ при $r > 2a$. Точность аппроксимации в этом случае (как и в последующих) составляет 5%.

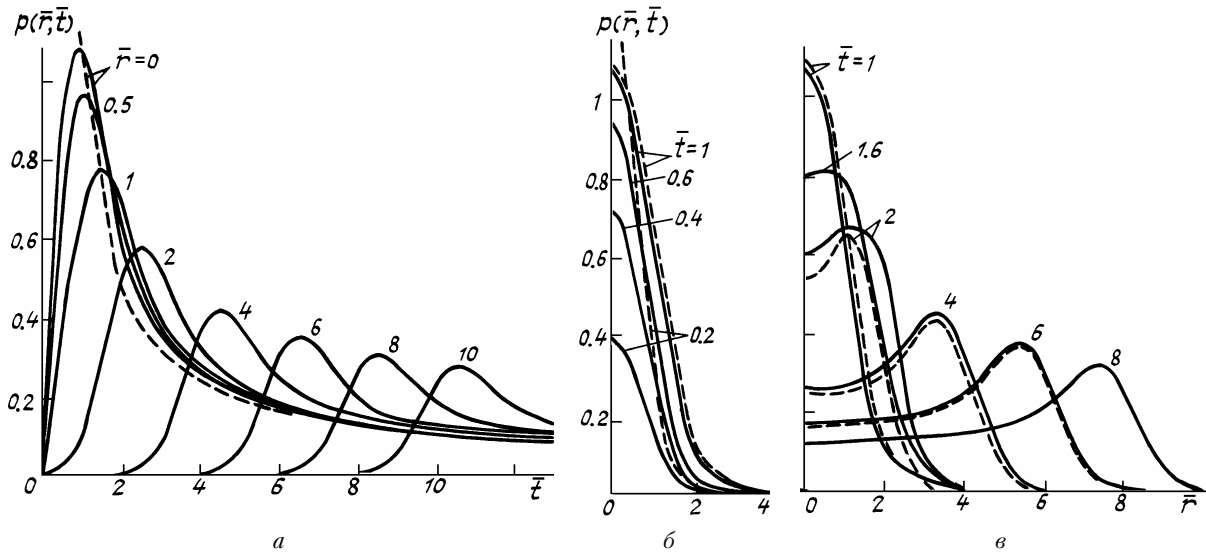


Рис. 1. Звуковые импульсы от ступенчатого переднего фронта лазерного сигнала на разных расстояниях от оси пучка \bar{r} , указанных у соответствующих кривых, (а) и звуковые поля от ступенчатого переднего фронта в разные моменты времени \bar{t} , указанные у кривых, (б, в). Сплошные линии — точное решение, штриховые — приближенное

2. Короткий лазерный импульс

В случае короткого лазерного импульса длительности $\tau \ll \frac{a}{u}$, $f_2(t) = \frac{E}{W} \delta(t)$, где E — энергия, решение (2) для возмущения давления принимает вид

$$p_2(r, \bar{t}) = \alpha(\gamma - 1) \frac{E}{2\pi a^2} \int_0^{\infty} e^{-\frac{x^2}{4}} \cos(x\bar{r}) J_0(x\bar{r}) x dx. \quad (5)$$

Звуковые импульсы на оси пучка и на расстояниях, кратных a , от оси изображены на рис. 2, а. Изменение звукового поля в зависимости от времени можно проследить по рис. 2, б, в.

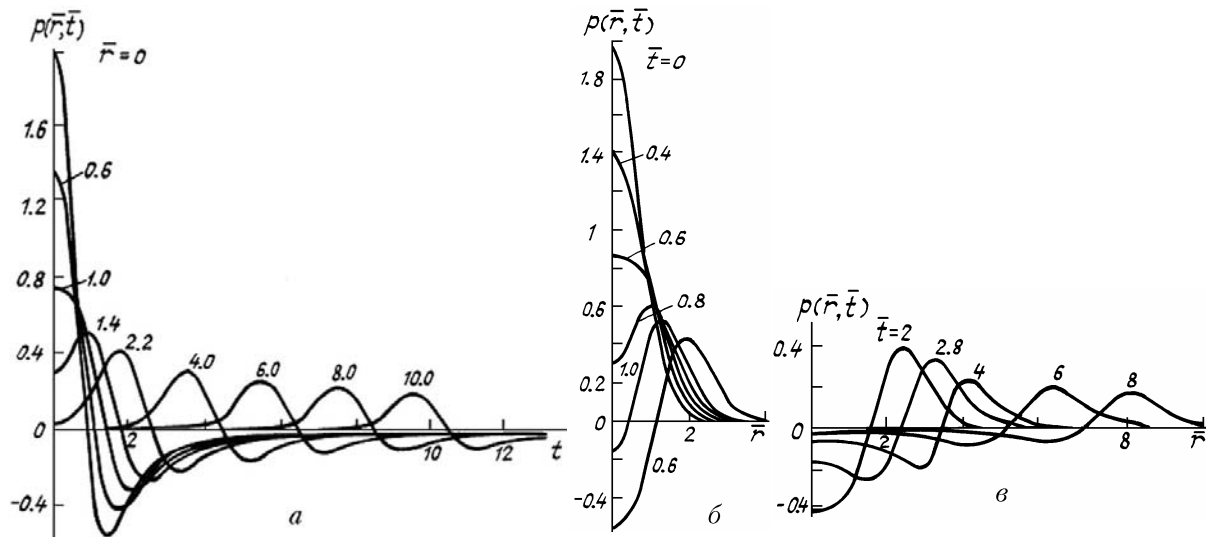


Рис. 2. Звуковые импульсы от короткого лазерного импульса на разных расстояниях от оси пучка \bar{r} , указанных у соответствующих кривых, (а) и звуковые поля от короткого лазерного импульса в разные моменты времени \bar{t} , указанные у кривых, (б, в)

Акустический отклик в центре пучка почти в 2 раза превышает соответствующий отклик от ступенчатого переднего фронта лазерного сигнала. Однако, на $r = 2a$ максимальное звуковое давление составляет уже 21% от соответствующего значения отклика на оси, см. рис. 2, а. Изменение $p_{\max}(r)$ в

данном случае можно аппроксимировать функциями $2\exp(-r^2)$ в области пучка и $\frac{1}{\sqrt{(1+r)^2}}$ при $r > a$. На расстояниях [1,4; 5,0] к последней функции следует вводить поправку (-0,04).

3. Гармоническая модуляция

Для временной модуляции интенсивности излучения вида $f_3(t) = H(t)(1+\sin(\omega t))$ из [4] получаем следующее решение уравнения (1):

$$p_3(\bar{r}, \bar{t}) = p_1(\bar{r}, \bar{t}) + \alpha(\gamma - 1) \frac{W}{2\pi au} \bar{\omega} \int_0^{\infty} e^{-\frac{x^2}{4}} \frac{\cos(x\bar{t}) - \cos(\bar{\omega}\bar{t})}{\bar{\omega}^2 - x^2} J_0(x\bar{r}) x dx, \quad (6)$$

где $\bar{\omega} = \frac{\omega a}{u}$.

Звуковые импульсы и поля, рассчитанные по этой формуле и произвольной частоте $\bar{\omega} = 1,6$, изображены на рис. 3, а, б, в,

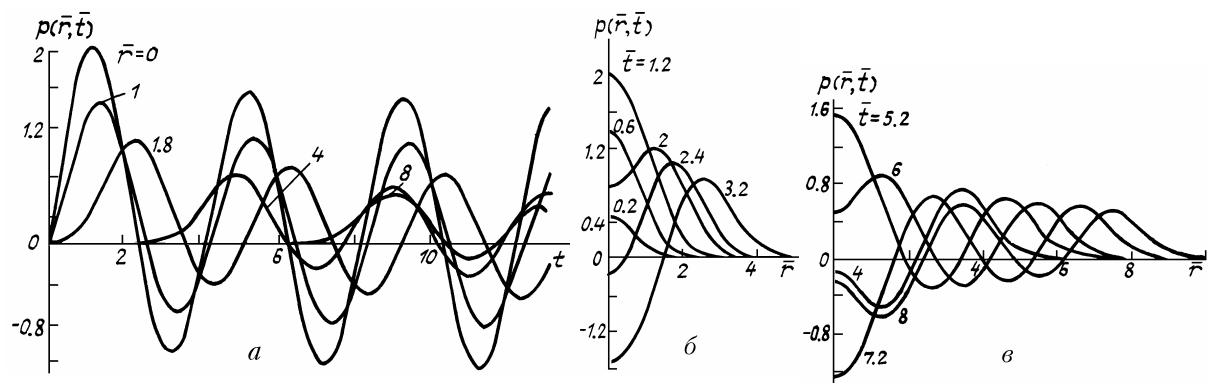


Рис. 3. Изменение звукового давления в зависимости от времени при гармонической модуляции интенсивности излучения с частотой $\bar{\omega} = 1,6$ на разных расстояниях от оси пучка \bar{r} , указанных у кривых, (а) и изменение звукового давления с расстоянием в разные моменты времени \bar{t} , указанные у кривых, (б, в)

Отметим, что частота следования импульсов на любом фиксированном расстоянии от оси пучка соответствует частоте модуляции излучения. Максимальное значение первого акустического отклика больше амплитуды последующих звуковых колебаний, что объясняется наложением на гармонически модулированное излучение импульса включения. Изменение максимального звукового давления с увеличением расстояния от оси, см. рис. 3, а, происходит медленнее, чем в предыдущем случае, и для первого звукового импульса его можно описать функцией $\frac{2}{\sqrt[3]{1+1,7r^2}}$ на расстояниях от 0 до $4a$ и

$\frac{2}{\sqrt[3]{1+r^2}}$ при $r > 4a$. Поведение амплитуды последующих звуковых колебаний с расстоянием от оси в прежних пределах описывается функциями $\frac{1}{1+r^2} + 0,54$ и $\frac{1}{\sqrt[3]{1+r^2}}$ соответственно. На расстояниях [4,0; 10,0] к последней из них следует вводить поправку (+0,05).

Зависимость периодической составляющей акустического сигнала на оси пучка от частоты модуляции из (6) определяется формулой:

$$\begin{aligned} \bar{p}_3(\bar{r} = 0, \bar{t}, \bar{\omega}) &= \alpha(\gamma - 1) \frac{W}{2\pi au} \bar{\omega} \cos(\bar{\omega}\bar{t}) \int_0^{\infty} e^{-\frac{x^2}{4}} \frac{x}{\bar{\omega}^2 - x^2} dx = \\ &= \alpha(\gamma - 1) \frac{W}{2\pi au} \bar{\omega} \cos(\bar{\omega}\bar{t}) e^{-\frac{\bar{\omega}^2}{4}} E_i\left(\frac{\bar{\omega}^2}{4}\right), \end{aligned} \quad (7)$$

где $E_i\left(\frac{\bar{\omega}^2}{4}\right)$ – интегральная показательная функция.

Отсюда получена частотная зависимость амплитуды периодической составляющей, которая представлена на рис. 4, а.

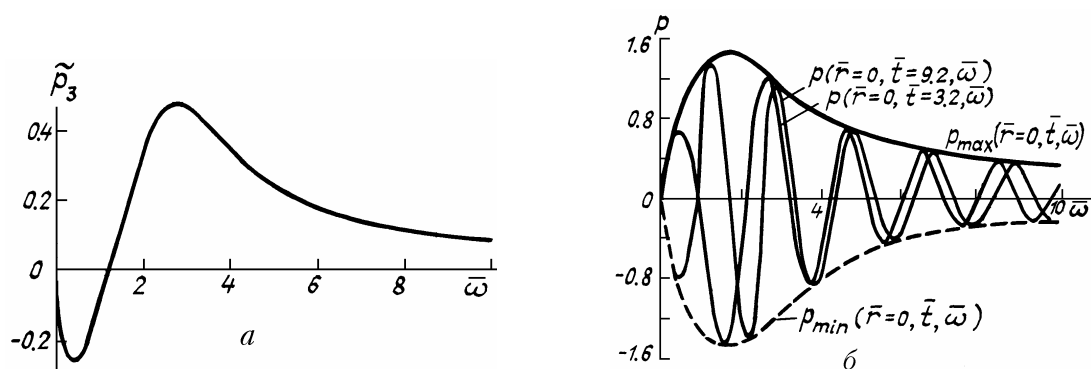


Рис. 4. Частотная зависимость амплитуды периодической составляющей акустического отклика на оси пучка, (а) и зависимость максимального (сплошные) и минимального (штриховые линии) значений звукового давления на оси пучка от частоты модуляции (б)

Расчеты подтверждают наличие двух экстремумов на частотах $f_1 = 0,07 \frac{u}{a}$ и $f_2 = 0,45 \frac{u}{a}$, о которых говорится в [4]. Уточнены их амплитудные значения:

$$p_3(\bar{r} = 0, \bar{\omega}_1) = -0,252\alpha(\gamma - 1) \frac{W}{\pi a u};$$

$$p_3(\bar{r} = 0, \bar{\omega}_2) = 0,474\alpha(\gamma - 1) \frac{W}{\pi a u}.$$

Из рис. 4, а следует, что амплитуда периодической составляющей звука максимальна на частоте $f_2 = 0,45 \frac{u}{a}$, кроме того существует частота $f_0 = 1,94 \frac{u}{a}$, на которой периодическая составляющая акустического сигнала равна нулю.

Для сравнения рассчитаны частотные зависимости максимального и минимального значений звукового импульса на оси пучка при временной модуляции излучения вида: $f_A(t) = H(t)\sin(\omega t)$, которые представлены на рис. 4, б и являются огибающими кривых, описывающих изменение звукового давления, от частоты модуляции для разных значений времени \bar{t} . Из рисунка видно, что отклонение вида модуляции от чисто гармонического ведет не только к сдвигу частоты, на которой наблюдается максимальное значение акустического сигнала ($f = 0,27 \frac{u}{a}$), но и к изменению вида частотной зависимости.

Таким образом, проведенные расчеты дают полное представление об акустических полях, возникающих при распространении рассмотренных нами модулированных лазерных пучков.

Совмещение эксперимента с численным расчетом для выбранного режима лазерного излучения позволит определить мощность излучения или коэффициент поглощения воздуха, т. к. отличие расчетного безразмерного значения звукового давления от измеренного определяется коэффициентом, который представляет постоянную величину для каждого случая временной модуляции в (3), (5), (6) и содержит искомые параметры.

1. Воробьев В. В. // Квантовая электроника. 1979. Т. 6. № 2. С. 327.
2. Божков А. И., Бункин Ф. В., Коломенский А. Л. // Тр. ФИАН. М.: Наука, 1984. Т. 156. С. 123–176.
3. Воробьев В. В., Грачёва М. Е., Гурвич А. С. // Акустический журнал. 1986. Т. XXXII. Вып. 4. С. 457.
4. Колосов В. В., Кузиковский А. В. // Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. № 3. С. 57.
5. Воробьев В. В. Тепловое самовоздействие лазерного излучения в атмосфере. М.: Наука, 1987. 200 с.

L.L. Afanasieva, L.K. Chistyakova. Calculation of an Acoustic Response at Laser Beam Propagation through the Atmosphere.

The paper deals with the numerical investigation of the amplitude and shape of the acoustic pulses generated at propagation of the laser pulses in the atmosphere. A family of curves is constructed which characterize the acoustic response at an arbitrary distance from the beamaxis and at an arbitrary moment of time, for three types of modulation, i.e. for the step-wise switching pulse, short laser pulse, and harmonic modulation. Approximate expressions describing (within 5% accuracy) the dependence of maximum amplitude of the acoustic pressure in the distance from the laser beam axis are derived in the paper. The frequency dependence of the harmonic component of the acoustic signal on the laser beam axis is also investigated.