«Оптика атмосферы и океана», **18,** № 5–6 (2005)

УДК 541.182

В.Г. Черняк, Н.С. Киселева

Акустическая левитация аэрозолей

Уральский государственный университет, г. Екатеринбург

Поступила в редакцию 11.01.2005 г.

Анализируются физические механизмы бесконтактного подвеса аэрозольных частиц в поле силы тяжести под действием бегущей и стоячей звуковых волн. Получены соответствующие принятым механизмам уравнения равновесия частицы. Эти уравнения устанавливают такую связь между характеристиками звуковой волны, аэрозольной частицы и газа, при которой реализуется усредненная по периоду колебаний левитация частицы. Параметры равновесия рассчитаны численно для взвешенной в воздухе водяной капли в зависимости от ее размера.

На основе численного расчета выявлен вклад в условие подвеса частицы различных механизмов в случае бегущей и стоячей звуковых волн при различных числах Кнудсена.

Введение

Качество экспериментальных исследований в области физикохимии аэрозолей в существенной степени зависит от возможности неконтактного подвеса частиц. Эта проблема имеет прямое отношение к исследованию процессов испарения и конденсации капель, форетических явлений (фотофорез, термофорез, диффузиофорез), коагуляции аэрозолей и т.п. В настоящее время используют электростатические, электромагнитные, криогенные и акустические подвесы. Каждый из этих методов имеет свои преимущества и недостатки, свою область применения. Подвес частиц в поле звуковой волны используется в акустических левитаторах — специальных устройствах, предназначенных для неконтактной установки и фиксации в определенных положениях жидких и твердых тел [1].

В настоящее время расчет условий акустической левитации частиц основан на учете только силы звукового давления [1]. Известно, что эта сила существенна только для частиц радиусом более 700 мкм в бегущей и более 25 мкм в стоячей волне [2, 3]. Частицы атмосферного аэрозоля имеют размеры в диапазоне 0,1÷10 мкм, где звуковое давление весьма мало. Поэтому представляется актуальным оценить вклад других возможных механизмов, обеспечивающих явление левитации высокодисперсных аэрозолей. При этом следует учитывать зависимость величин, характеризующих взаимодействие частицы с озвученным газом, от числа Кнудсена.

Цель данной работы состоит в теоретическом изучении возможности подвеса аэрозольной частицы в поле бегущей и стоячей звуковых волн, в установлении связи между характеристиками звуковой волны, с одной стороны, и свойствами газа и подвешенной частицы — с другой. Для оценки вклада тех или иных механизмов левитации частицы при различных условиях необходимо провести численный расчет параметров уравнений равновесия в случае бегущей и стоячей звуковых волн в зависимости от числа Кнудсена.

Постановка задачи

Рассмотрим сферическую частицу радиуса r, находящуюся в газе, состояние которого возмущено бегущей или стоячей звуковыми волнами. Пусть ω — циклическая частота, $\lambda = 2\pi c_g/\omega$ — длина волны, c_g — скорость звука в газе.

Ограничимся рассмотрением случая, когда средняя длина свободного пробега молекул газа l много меньше длины звуковой волны λ. Это означает, что по отношению к распространению звука газ является сплошной средой. С другой стороны, будем считать, что средняя длина свободного пробега молекул газа может быть любой по отношению к радиусу аэрозольной частицы (произвольное число Кнудсена, $\mathrm{Kn} = l/r$). Это означает, что по отношению к аэрозольной частице газ является разреженным. Пусть радиус частицы много меньше длины звуковой волны. Таким образом, имеем

$$l \ll \lambda,\ r \,\forall\, l,\ r \ll \lambda.$$

Подвес аэрозольной частицы возможен при условии, что сила тяжести частицы уравновешивается результирующей силой, действующей на частицу со стороны звуковой волны.

Рассмотрим следующие механизмы воздействия звука на частицу.

1. Радиационное давление звука на частицу

Импульс, передаваемый частице падающей волной, больше импульса, рассеиваемого частицей в направлении распространения падающей волны. Возникает избыточная сила, которая в среднем за период колебаний для невязкого газа имеет вид [2, 3]:

$$F_R = \frac{11}{9}\pi\left(\frac{\omega}{c_g}\right)^4 r^6\mu_g^2\frac{J}{c_g}, \qquad (1)$$

где μ_g — коэффициент обтекания частицы; J — интенсивность звуковой волны, Вт/м^2.

В поле стоячей волны приходится учитывать импульсы как прямой, так и обратной волн, величины которых зависят от места расположения частицы в звуковой волне. В конечном итоге получено следующее выражение для силы радиационного давления на частицу в стоячей звуковой волне [2, 3]:

$$F_R = \frac{8}{3}\pi\left(\frac{\omega}{c_g}\right)r^3\mu_g^2\frac{J}{c_g}\sin(2kx), \qquad (2)$$

где x — расстояние от узла стоячей волны.

Сила F_R направлена в сторону распространения бегущей волны, равна нулю в узлах и в пучностях колебаний стоячей волны.

2. Периодическое изменение вязкости среды

Происходящие в звуковом поле адиабатические сжатия и разрежения среды имеют своим результатом периодическое повышение и понижение ее температуры. Изменение температуры газа вызывает соответствующее изменение его вязкости. Различие вязкости среды в фазах сжатия и разрежения обусловливает определенное различие в величине силового воздействия, оказываемого газом на взвешенную частицу при прямом и обратном движениях. Результатом этого является возникновение силы, действующей на частицу в направлении источника звука, в бегущей волне или узла колебаний — в стоячей волне. Выражение для этой силы, полученное в среднем за период в гидродинамическом приближении, приведено в работе [3]. В случае, когда число Kn не мало, следует ввести поправку на фактор разреженности газа f. Тогда выражение для силы будет иметь следующий вид:

$$F_\eta = 3\pi(\gamma - 3)\frac{\nu}{c_g}r\mu_g^2\frac{J}{c_g}f, \qquad (3)$$

где γ — показатель адиабаты; ν — коэффициент кинематической вязкости газа, м^2/с. Выражение для фактора f, полученное в работе [4], имеет вид

$$f = \frac{0{,}619}{\mathrm{Kn} + 0{,}619}\left(1 + \frac{0{,}310\mathrm{Kn}}{\mathrm{Kn}^2 + 1{,}152\mathrm{Kn} + 0{,}785}\right). \qquad (4)$$

Для стоячей волны выражение (3) умножается на $\sin(2kx)$.

3. Искажение формы звуковой волны

Для ангармонических звуковых колебаний газа взвешенные в нем частицы совершают несинусоидальные колебательные движения. При этом возникает некоторая сила, смещающая положение равновесия, относительно которого взвешенная в газе частица совершает колебания. Механизм возникновения дрейфовой силы для пилообразной формы звуковой волны детально обсуждается в [3]. В работе [2] звуковая волна представлена в виде суперпозиции гармонических колебаний и в приближении второй гармоники вычислена действующая на частицу сила

$$F_h = -6h_2\sin\psi r^2\mu_g^2 J/c_g, \qquad (5)$$

где h_2 — отношение амплитуды второй гармоники звуковой волны к амплитуде основной гармоники; ψ — сдвиг фазы второй гармоники. Видно, что направление этой силы совпадает с направлением распространения звуковой волны, если сдвиг фазы ψ отрицателен. Если $\psi > 0$, то сила направлена навстречу звуковой волне.

Заметим, что выражение (5) получено из поправки Осеена к закону Стокса обтекания сферы вязкой жидкостью и потому справедливо только при малых числах Kn. Фактор разреженности f (4) получен в линейном по числу Рейнольдса приближении и не может быть использован для корректировки формулы (5). Однако численные оценки показывают, что с увеличением числа Kn сила F_h быстро убывает. Например, при $\mathrm{Kn} \approx 1$ сила F_h на четыре порядка меньше F_η и ее вклад в результирующую силу пренебрежимо мал. Силу F_h следует учитывать только при $\mathrm{Kn} \le 0{,}1$, т.е. в той области чисел Kn, где выражение (5) является хорошим приближением.

Как отмечается в [3], вычисление силы F_h в стоячей волне «...представляет серьезные трудности, связанные с тем, что при конечных амплитудах колебаний форма волны изменяется со временем».

4. Асимметрия колебательного движения в стоячей волне

В стоячей звуковой волне амплитуды смещения и скорости газа синусоидально возрастают при удалении от узла колебаний. Это приводит к ускоренному движению газа при движении его в сторону пучности и замедлению при обратном движении. Взвешенная в газе частица, обладающая определенной инерцией, отстает от движения газа при прямом и опережает при обратном смещении. В результате асимметрия колебательного движения газа приводит к возникновению силы, действующей на аэрозольную частицу [5]:

$$F_a = \frac{\pi}{3}kr^3\mu_p\left[\frac{9}{2}\left(b^2 + b\right)\mu_g - \left(3 + \frac{9}{2}b\right)\mu_p\right]\frac{J}{c_g}\sin(2kx), \qquad (6)$$

где

$$b = \sqrt{2\nu/\omega}/r; \quad \mu_p = \sqrt{1 - \mu_g^2}$$

— коэффициент увлечения, определяемый отношением амплитуд колебаний частицы и газа; k — волновое число.

Условие подвеса частицы определяется равенством нулю результирующей силы, действующей на частицу, включая силу тяжести $m\mathbf{g}$.

Для бегущей волны

$$m\mathbf{g} + \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_\eta + \mathbf{F}_h = 0, \qquad (7)$$

для стоячей

$$m\mathbf{g} + \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_\eta + \mathbf{F}_a = 0. \qquad (8)$$

Заметим, что частица совершает колебания относительно положения равновесия. Амплитуда и сдвиг фазы колебаний частицы относительно колебаний газа зависят от ее размера и плотности, а также от свойств газа (давление, температура, вязкость) и частоты звука. Соответствующие расчеты представлены в работе [6].

Как показывают численные оценки, при нормальных условиях в случае циклической частоты $62{,}8 \cdot 10^3$ с$^{-1}$ радиационная сила F_R существенна только для частиц радиусом $r > 700$ мкм в бегущей и $r > 25$ мкм в стоячей волне. Движение таких частиц хорошо описывается гидродинамической теорией. Нас интересуют частицы радиуса 10 мкм и меньше, что соответствует атмосферным аэрозолям. В этом случае вклад F_R в результирующую силу ничтожен. Поэтому в дальнейшем радиационную силу в уравнениях (7) и (8) будем опускать.

Результаты и обсуждение

Уравнения равновесия (7), (8) позволяют установить такую связь между характеристиками звуковой волны, с одной стороны, частицы и газа — с другой, при которой имеет место подвес аэрозольной частицы. Из уравнения (7), пренебрегая силой радиационного давления, получаем

$$\frac{\mu_g^2 J}{\rho_p} = \frac{4}{3}\frac{\pi g r^2 c_g^2 \rho_g}{6 h_2 \rho_g c_g \sin(\psi) r + 3\pi(3-\gamma)\eta f}. \qquad (9)$$

Обычно $\psi > 0$ [3] и $\gamma < 3$. Тогда силы $\mathbf{F}_\eta$ и $\mathbf{F}_h$ направлены в сторону излучателя, т.е. против направления распространения бегущей волны. Поэтому мелкие частицы ($r \le 10$ мкм) могут быть подвешены лишь в том случае, если звуковая волна распространяется в направлении силы тяжести.

Правая часть выражения (9) включает только характеристики газа и радиус частицы. Результаты ее численного расчета в случае акустического подвеса частицы в воздухе в зависимости от числа Kn приведены в табл. 1. При этом использовались следующие значения определяющих параметров:

$\gamma = 1{,}4$; $c_g = 331{,}2$ м/с; $\eta = 1{,}85 \cdot 10^{-5}$ Па·с;

$\rho_g = 1{,}29$ кг/м^3; $p = 10^5$ Па; $h_2 = 0{,}5$; $\psi = \pi/2$.

Из уравнения (8), пренебрегая силой радиационного давления, для стоячей волны получаем

$$\frac{\mu_g^2 J}{\rho_p}\sin(2kx) = a_1\left(1 + \frac{a_2}{\sqrt{\omega}} + \frac{a_3}{\omega} - \frac{a_4}{\omega\sqrt{\omega}}\right)^{-1}, \qquad (10)$$

где

$$a_1 = \frac{4}{9}\frac{c_g^2 g r^2}{(3-\gamma)\nu f}, \quad a_2 = \frac{9\sqrt{2\nu}\,\rho_g}{4(3-\gamma) r \rho_p},$$
$$a_3 = \frac{3\rho_g\left(3\nu - r^2/\tau\right)}{2\rho_p(3-\gamma) r^2}, \quad a_4 = \frac{9\rho_g\sqrt{2\nu}}{4\rho_p(3-\gamma)\tau r}. \qquad (11)$$

Таблица 1

Расчет соотношения (9), определяющего подвес частицы в поле бегущей звуковой волны

r, мкм	Kn	f	$\mu_g^2 J/\rho_p$, м^3/с^3
10	0,01	0,991	$4{,}4\cdot10^{-2}$
5	0,02	0,977	$2{,}2\cdot10^{-2}$
2	0,05	0,941	$8{,}0\cdot10^{-3}$
1	0,1	0,889	$4{,}0\cdot10^{-3}$
0,5	0,2	0,800	$2{,}0\cdot10^{-3}$
0,2	0,5	0,606	$5{,}0\cdot10^{-4}$
0,1	1	0,422	$2{,}0\cdot10^{-4}$
0,05	2	0,257	$1{,}0\cdot10^{-4}$
0,02	5	0,116	$4{,}0\cdot10^{-5}$
0,01	10	0,060	$2{,}0\cdot10^{-5}$

В узлах ($x = 0, \lambda/2, \lambda$) и в пучностях ($x = \lambda/4, 3\lambda/4$) колебаний уравновешивающие силы равны нулю. Эти силы максимальны в середине участков между узлами и пучностями колебаний, где $\sin 2kx = 1$. Таким образом, положениями равновесия подвешенных в стоячей волне частиц являются точки $x = \lambda/8, 3\lambda/8, 5\lambda/8$ и $7\lambda/8$.

Коэффициенты a_2, a_3 и a_4 пропорциональны отношению плотностей газа и частицы. Если $\rho_g/\rho_p \ll 1$ и частота ω достаточно велика, то правая часть уравнения (10) определяется в основном величиной a_1. Ее зависимость от числа Kn учитывается фактором разреженности газа f. Из выражения (4) следует, что $f \to 1$ при Kn $\to 0$ (гидродинамический предел) и $f \to 0$ (Kn^{-1}) при Kn $\to \infty$ (свободномолекулярный режим). Таким образом, коэффициент a_1 монотонно уменьшается при увеличении числа Kn. Это означает, что при фиксированных значениях давления газа и частоты звука для подвеса крупных частиц интенсивность звуковой волны должна быть больше, а для мелких частиц интенсивность должна быть уменьшена в соответствии с выражением (10). В качественном отношении полученный результат кажется очевидным. Практическая значимость выражения (10) в том, что оно устанавливает такие количественные отношения между характеристиками волны, частицы и газа, которые обеспечивают левитацию частиц. Коэффициент a_2 не зависит от числа Kn. Зависимость коэффициентов a_3 и a_4 от Kn определяется через время релаксации частицы τ, которое рассчитано в работе [6] и приведено в табл. 2. Результаты численного расчета коэффициентов a_i по формулам (11) для капель воды ($\rho_p = 10^3$ кг/м^3) при тех же значениях определяющих параметров, которые использовались в случае бегущей волны, представлены также в табл. 2.

Таблица 2

Рассчитанные значения параметров (11) для капель воды в зависимости от радиуса и числа Кнудсена

r, мкм	Kn	τ, с	f	a_1, м^3/с^3	a_2, с$^{-1/2}$	a_3, с$^{-1}$	a_4, с$^{-3/2}$
10	0,01	$1,22 \cdot 10^{-3}$	0,991	2,12	0,971	$5,20 \cdot 10^{2}$	$0,795 \cdot 10^{3}$
5	0,02	$3,08 \cdot 10^{-4}$	0,977	0,537	1,94	$20,8 \cdot 10^{2}$	$6,30 \cdot 10^{3}$
2	0,05	$5,10 \cdot 10^{-5}$	0,941	$8,90 \cdot 10^{-2}$	4,85	$1,30 \cdot 10^{4}$	$95,2 \cdot 10^{3}$
1	0,1	$1,35 \cdot 10^{-5}$	0,889	$2,40 \cdot 10^{-2}$	9,70	$5,20 \cdot 10^{4}$	$71,9 \cdot 10^{4}$
0,5	0,2	$3,75 \cdot 10^{-6}$	0,800	$6,0 \cdot 10^{-3}$	19,4	$20,8 \cdot 10^{4}$	$51,9 \cdot 10^{5}$
0,2	0,5	$7,93 \cdot 10^{-7}$	0,606	$1,0 \cdot 10^{-3}$	48,5	$13,0 \cdot 10^{5}$	$61,1 \cdot 10^{6}$
0,1	1	$2,84 \cdot 10^{-7}$	0,422	$5,0 \cdot 10^{-4}$	97,0	$52,0 \cdot 10^{5}$	$34,2 \cdot 10^{7}$
0,05	2	$1,17 \cdot 10^{-7}$	0,257	$2,0 \cdot 10^{-4}$	194,1	$20,8 \cdot 10^{6}$	$16,7 \cdot 10^{8}$
0,02	5	$4,14 \cdot 10^{-8}$	0,116	$7,0 \cdot 10^{-5}$	485,2	$13,0 \cdot 10^{7}$	$11,7 \cdot 10^{9}$
0,01	10	$2,0 \cdot 10^{-8}$	0,060	$3,0 \cdot 10^{-5}$	971,4	$52,0 \cdot 10^{7}$	$48,6 \cdot 10^{9}$

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 03-01-00049).

1. *Красильников В.А., Крылов В.В.* Введение в физическую акустику. М.: Наука, 1984. 403 с.
2. *Westervelt P.J.* The theory of steady forces caused by sound waves // J. Acoust. Soc. Amer. 1951. V. 23. N 3. P. 312–315.
3. *Медников Е.П.* Акустическая коагуляция и осаждение аэрозолей. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 263 с.
4. *Береснев С.А., Черняк В.Г., Фомягин Г.А.* Сила сопротивления и тепловая поляризация сферической частицы в потоке разреженного газа // Теплофиз. высок. температур. 1989. Т. 27. № 5. С. 951–961.
5. *Духин С.С.* Теория дрейфа аэрозольной частицы в стоячей звуковой волне // Коллоид. ж. 1960. Т. 22. № 1. С. 128–130.
6. *Черняк В.Г., Киселева Н.С.* Движение аэрозольной частицы в звуковом поле // Оптика атмосф. и океана. 2004. № 5–6. С. 504–507.

V.G. Chernyak, N.S. Kiseleva. **Acoustic levitation of aerosols.**

Physical mechanisms of acoustic suspension of aerosol particles in gravitational field under action of traveling and standing sound waves are analyzed. The equations of particle equilibrium are obtained taking into account these mechanisms. These equations establish the relation between the properties of the sound wave, aerosol particle, and gas, so that the levitation averaged over the period of oscillations occurs. Parameters of equilibrium are calculated numerically for the water drop suspended in air, depending on its size.

On the basis of numerical calculation, the contribution of various mechanisms to the particle suspension conditions is revealed for the traveling and standing sound waves at arbitrary Knudsen numbers.