

А.В. Протасов, В.А. Огородников

## Динамико-вероятностное моделирование климатических процессов переноса примеси в локальной области

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, г. Новосибирск

Поступила в редакцию 25.11.2003 г.

Для заданной локальной области Северного полушария с использованием динамико-вероятностного моделирования строится локальный климатический ансамбль шестичасовых пространственно-временных реализаций полей метеоэлементов. Этот ансамбль согласован на основе вариационного метода усвоения информации с соответствующим фоновым климатическим региональным ансамблем. Для построения ансамблей реализаций используется совместное статистическое и гидродинамическое моделирование с привлечением реальной информации о статистической структуре соответствующих полей метеоэлементов.

С использованием этого ансамбля предлагается многошаговый метод климатического переноса пассивной примеси для локальной области и исследуются некоторые статистические свойства климатических траекторий.

### Введение

Основной подход, используемый в работе, заключается в известном представлении климата атмосферы в виде ансамбля возможных реализаций соответствующих многомерных гидрометеорологических полей для выбранного интервала времени и заданного региона:

$$\{\xi_{(n)}^i, i = 1, 2, \dots\}, \quad (1)$$

где

$$\xi_{(n)}^i = [U^i(\mathbf{X}_j, t_k), T^i(\mathbf{X}_j, t_k), H^i(\mathbf{X}_j, t_k), \dots]^T$$

— вектор реализаций полей вектора скорости, температуры, геопотенциала и так далее в пространственно-временных точках  $(\mathbf{X}_j, t_k)$  рассматриваемой сеточной области размерности  $n$ .

Для построения ансамбля реализаций используется совместное статистическое и гидродинамическое моделирование с привлечением реальной информации о статистической структуре соответствующих полей метеоэлементов. Совместное моделирование основано на согласовании гидродинамических численных моделей регионального и локального масштабов и соответствующих вероятностных моделей, а также реальных данных на базе вариационного усвоения информации. В результате численного моделирования получен соответствующий климатический ансамбль реализаций для локальной области.

При этом динамическая модель, заданная системой дифференциальных уравнений, служит интерполантом в пространственно-временные точки рассматриваемых полей, их взаимного согласования и фильтрации нефизичных составляющих, а статистическая модель обеспечивает заданную вероятностную структуру рассматриваемого процесса и задает соответствующий ансамбль независимых реализаций этих полей. Использование вариационного

метода усвоения информации позволяет оптимизировать процесс объединения динамических и статистических методов численного моделирования, а также динамических моделей различного масштаба и физического содержания.

Основная сущность этого метода состоит в следующем. Мы предполагаем, что статистическая структура рассматриваемых полей известна приближенно. Согласно этой структуре строится ансамбль реализаций этих полей с использованием приближенных методов статистического моделирования [1]. Реализации полей из этого ансамбля используются как входные для задачи вариационного усвоения информации с помощью динамической модели. В результате получаем новый ансамбль, в котором каждая реализация удовлетворяет динамической модели, а статистическая структура полученного нового ансамбля близка к исходной в пределах точности задачи усвоения.

В данной статье этот подход используется для совместного моделирования ансамбля климатических полей для локальной и региональной областей [2].

### 1. Вариационное усвоение

Метод вариационного усвоения основан на решении проблемы минимизации функционала качества [1, 2] с использованием метода градиентного спуска. Величина функционала качества характеризует меру различия между реализацией стохастического поля и соответствующим полем, полученным путем решения системы динамических уравнений. Для определения градиента функционала качества используются решения основных и сопряженных задач, соответствующих рассматриваемой динамической модели. В конечном итоге средняя величина функционала качества, очевидно, определяет меру отличия исходной статистической струк-

туры и статистической структуры, полученной путем совместного моделирования.

Суть метода вариационного усвоения заключается в следующем. Рассматривается численная модель [1–4], которую запишем в операторном виде

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + A(\mathbf{Y}, \Phi)\Phi = 0, \quad (2)$$

где  $\Phi$  – вектор состояния;  $\mathbf{Y} = \Phi|_{t=0}$  – вектор параметров;  $A(\mathbf{Y}, \Phi)$  – нелинейный конечно-разностный оператор, определяемый системой уравнений рассматриваемого процесса и соответствующими граничными условиями в области  $G_t = G \otimes [0, \hat{t}]$ . Система уравнений (2) порождает множество решений, зависящих от вектора параметров  $\mathbf{Y}$ . Задача заключается в том, чтобы среди этого множества решений найти наиболее близкое к заданному вектору измерений в смысле некоторого функционала качества  $J_0$ , который запишем как

$$J_0 = \frac{1}{2} \sum_k (L\Phi^j - \Phi_S^k, L\Phi^j - \Phi_S^k)_{D_S},$$

где  $(\cdot)_{D_S}$  – скалярное произведение в пространстве измеренных данных  $\Phi_S^k$ ;  $L$  – соответствующий оператор интерполяции, а  $\Phi^j$  – решение задачи (2) в момент времени  $t_j$ . Таким образом, необходимо найти минимум функционала  $J_0$  относительно вектора параметров  $\mathbf{Y}$  при ограничениях (2).

Для решения этой задачи используется итерационный метод градиентного спуска, основанный на методе Лагранжа и решении соответствующих прямых и сопряженных задач. Заметим, что в общем случае минимум функционала  $J_0$  является не единственным, что определяется нелинейностью системы (2) и степенью полноты усваиваемых данных  $\Phi_S^k$ . В этом случае минимум определяется начальным значением вектора  $\mathbf{Y}$  соответствующего итерационного процесса.

Таким образом, рассмотренные выше алгоритмы в целом определяют динамико-вероятностную модель для численного построения ансамблей реализаций многомерных полей, в которой оптимально учитываются как физические, так и вероятностные свойства исследуемых процессов.

## 2. Использование динамико-вероятностной модели для решения прикладных задач

В результате решения последовательности задач усвоения для каждой реализации из (1) получаем новый ансамбль реализаций

$$\{\tilde{\mathbf{X}}_{(n)}^i, i = 1, 2, \dots\}, \quad (3)$$

свойства которого достаточно подробно приведены в [2].

Свойства вертикальной структуры для поля температуры находятся в пределах среднего по ансамблю значения функционала  $J_0$  в соответствующих задачах вариационного усвоения. В таблице

ниже главной диагонали приводятся соответствующие корреляции, вычисленные по ансамблю (3) с использованием специальной интерполяции значений корреляций с расчетных уровней на стандартные. Эти корреляции достаточно хорошо согласуются с соответствующими значениями, рассчитанными по реальным данным [2].

P, мбар	P, мбар							
	1000	850	700	500	400	300	200	100
1000	1,00	0,78	0,62	0,52	0,46	0,23	-0,24	-0,10
850	0,67	1,00	0,75	0,55	0,43	0,16	-0,29	-0,15
700	0,56	0,74	1,00	0,68	0,52	0,16	-0,34	-0,23
500	0,45	0,66	0,78	1,00	0,77	0,26	-0,35	-0,31
400	0,40	0,50	0,64	0,90	1,00	0,51	-0,26	-0,29
300	0,30	0,20	0,38	0,46	0,66	1,00	0,21	-0,05
200	-0,24	-0,48	-0,54	-0,60	-0,58	-0,08	1,00	0,45
100	-0,13	-0,42	-0,48	-0,61	-0,71	-0,49	0,52	1,00

Анализ статистической структуры ансамбля (3) показывает, что этот ансамбль можно применять в качестве климатического для дальнейшего использования при решении прикладных задач и в том числе для задачи распространения примеси в атмосфере [3, 4].

При моделировании климатического ансамбля для локальной области естественно учитывать фоновые атмосферные процессы в области, включающей данную локальную область, а также соответствующие фоновые статистические характеристики этих процессов. Статистическая структура фоновых атмосферных процессов, как уже сказано, может быть задана либо в виде набора различных статистических характеристик, либо в виде соответствующего ансамбля реализаций, что является в нашем случае наиболее предпочтительным. Однако основная трудность заключается в том, что поля гидрометеоэлементов из реализаций фонового ансамбля заданы по отношению к локальной области на достаточно редкой и нерегулярной сетке.

Использование вариационного метода усвоения информации, описанного выше, позволяет эффективно преодолеть эту трудность. При этом, как было отмечено, локальная численная модель выступает как пространственно-временной интерполянт, что в конечном итоге позволяет осуществить так называемый процесс «телескопизации» для фонового климатического ансамбля в целом. Численная модель локального масштаба получена путем соответствующей адаптации региональной модели для локальной области с введением в нее блоков моделирования соответствующих физических процессов в атмосфере.

Для получения локального климатического ансамбля была выбрана сферическая область размером  $10 \times 20^\circ$  по широте и долготе с центром в точке с координатами  $\varphi_0 = 60,56^\circ$  с. ш. и  $\lambda_0 = 77,7^\circ$  в. д. Задача рассматривалась в системе координат  $x, y, p$  в прямоугольнике на плоскости, касательной в точке  $(\varphi_0, \lambda_0)$  Северного полушария, с разрешением  $24 \times 20$  по  $x$  и  $y$  и шагами  $\Delta x = 48,069$  и  $\Delta y = 58,74$  км соответственно. По вертикальной координате  $p$  для расчетов были выбраны 10 стандартных уровней атмосферы из региональной модели [1].

Прямоугольник включает в себя проекцию на плоскость выбранной локальной сферической области. В соответствии с описанной выше процедурой вариационного усвоения для задачи (2) входными данными являются реализации из ансамбля (3) для региональной области со значениями в точках, принадлежащих соответствующим проекциям в прямоугольнике. В результате решения задачи вариационного усвоения с помощью локальной численной модели мы получаем ансамбль реализаций

$$\{\tilde{\eta}_{(n)}^i, i = 1, 2, \dots\}, \quad (4)$$

некоторые свойства которого приведем ниже.

В таблице выше главной диагонали также приведены межуровневые корреляции поля температуры, которые показывают качественно близкий характер полученных корреляций к соответствующим корреляциям фонового климатического ансамбля, значения которых приведены ниже главной диагонали. Горизонтальная корреляционная структура наиболее характерно представлена корреляционной функцией поля скоростей и приведена на рис. 1,

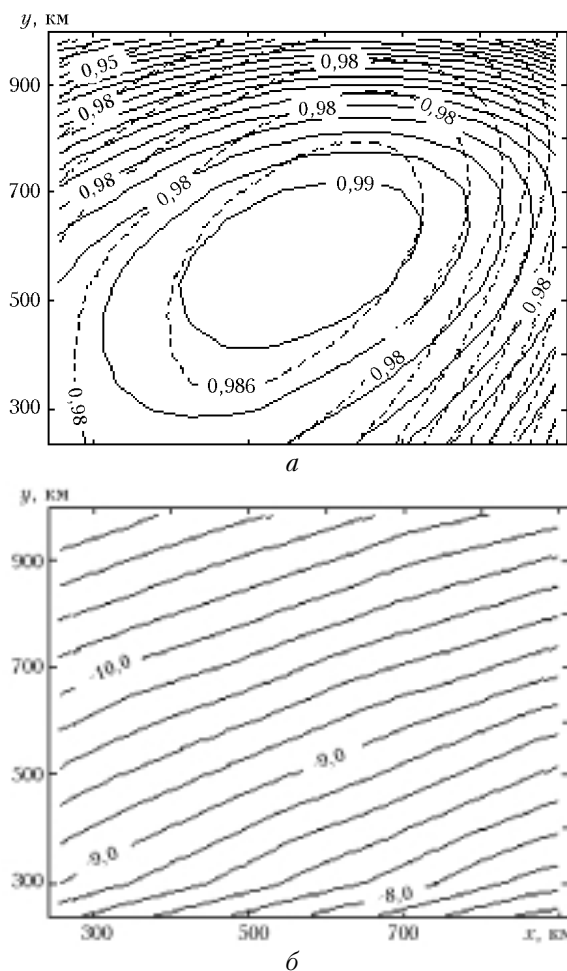


Рис. 1. Изокорреляты компонентов скорости ветра на уровне 500 мбар, рассчитанные по климатическому ансамблю для локальной области (а), и соответствующее среднее поле температуры, °С, на уровне 450 мбар (б)

из которого видно, что характер корреляционных зависимостей для локальной области качественно изменился незначительно с учетом проведенной интерполяции на более мелкую сетку.

Поскольку построенные реализации являются статистически независимыми и составляют климатический ансамбль, то можно использовать эти реализации для переноса пассивной примеси в атмосфере и получения целого ансамбля реализаций пространственно-временных полей примеси в пределах выбранного интервала времени. Процесс переноса примеси осуществлялся с помощью трехмерной модификации численной модели переноса на основе квазимоноотонной численной схемы Ван-Леера [2].

Климатическим распределением примеси в локальной области будем считать соответствующее среднее значение по полученному ансамблю реализаций полей примеси. В силу статистической независимости реализаций этот процесс можно повторять до тех пор, пока возмущение примеси, представленное средним по ансамблю, не выйдет за пределы локальной области. Таким образом, получаем некоторую последовательность ансамблей реализаций полей примеси в локальной области

$$\{\mathbf{c}_{(n)}^{(i,k)}, i = 1, 2, \dots; k = 1, 2, \dots, M\}, \quad (5)$$

где  $i$  – номер реализации  $k$ -го ансамбля;  $M$  – число локальных ансамблей. При численном моделировании реализаций  $k$ -го ансамбля в качестве начального поля примеси используется либо исходное поле примеси ( $k = 1$ ), либо поле, полученное в результате осреднения реализаций предшествующего ансамбля с номером  $k - 1$  ( $k > 1$ ) из (5) в конечный момент времени. В результате после осреднения всех ансамблей последовательности (5) получаем некоторое приближение климатической траектории распространения примеси от заданного начального распределения источника примеси. Для анализа этой траектории воспользуемся известным методом индикаторных функций. С этой целью введем в рассмотрение функцию

$$\chi(f, lev) = \begin{cases} 1, & \text{если } f \geq lev, \\ 0, & \text{если } f < lev, \end{cases} \quad (6)$$

где  $f$  – значение тестируемой функции; а  $lev$  – некоторое заданное число. Значения этой функции, равные единице в рассматриваемой области, от осредненной последовательности реализаций из ансамблей (5) определяют приближенную климатическую траекторию  $Tr$  распространения примеси при заданном пороговом значении  $lev$ .

В численных экспериментах в качестве начального поля примеси, определяющего мгновенный источник загрязнения, было выбрано модельное поле примеси, локализованное в области  $5 \times 5$  точек на уровне  $p = 850$  мбар с центром, обозначенным звездочкой (рис. 2,а), и максимальным значением в этом центре, равным 1.

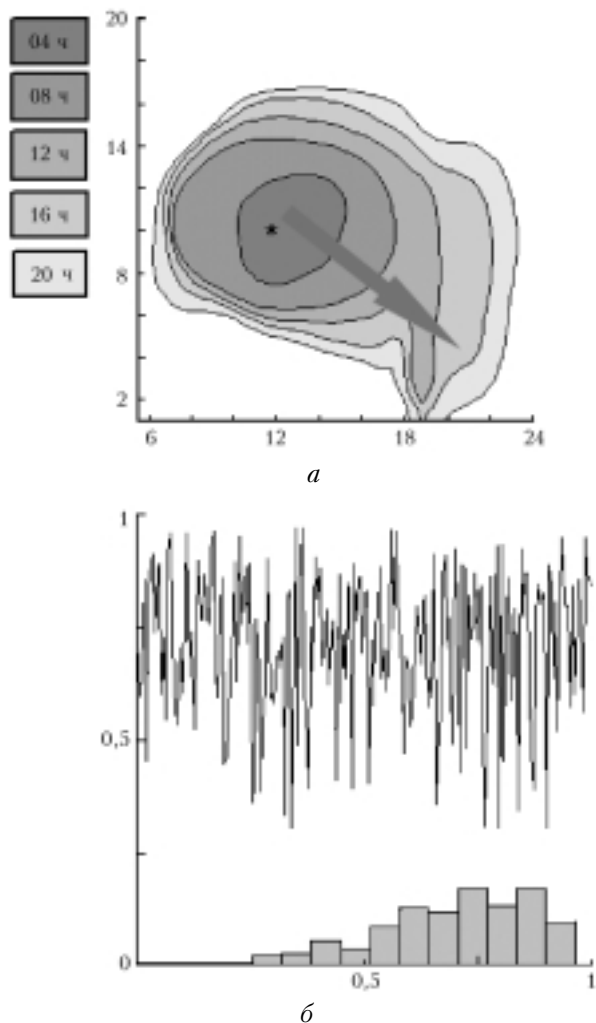


Рис. 2. Статистические свойства климатической траектории распространения примесей

Горизонтальный срез этой четырехмерной траектории  $Tr$  для  $lev = 0,05$  в рассматриваемой области представлен на рис. 2,а для уровня 500 мбар, на котором по осям координат отложены номера узлов сеточной области по горизонтали. Стрелкой

*Protasov A.V., Ogorodnikov V.A. Dynamic-probabilistic simulation of climatic processes of local pollutant transport.*

For the given local area of the Northern Hemisphere with use of dynamic-probabilistic modeling, the local climatic ensemble of six-hour spatiotemporal realizations of the weather element fields is constructed. This ensemble is coordinated on the basis of the variational method of assimilation of the information with the appropriate background climatic regional ensemble. For construction of ensembles of realizations, the joint statistical and hydrodynamical modeling with the real information about the statistical structure of the appropriate weather element fields is used.

With use of this ensemble, the multistep-by-step method of climatic transport of a passive pollutant for a local area is proposed and some statistical properties of climatic trajectories are investigated.

обозначено общее климатическое направление распространения области загрязнения на этом уровне, хотя каждая конкретная реализация траекторий из последовательности ансамблей (5) может отличаться от траектории  $Tr$ . На рис. 2,б вверху приведен график величины, представляющей собой отношение числа точек траектории конкретной реализации, принадлежащих к траектории  $Tr$ , к общему числу точек в реализации этой конкретной траектории. По оси абсцисс для этого графика отложены величины, представляющие собой отношение номера реализации к общему их числу. Из рис. 2,б видно, что при достаточно заметном разбросе этой величины среднее ее значение близко к 0,75. Гистограмма распределения этого отношения приведена на рис. 2,б внизу. Эти характеристики показывают, что в рассматриваемой постановке процессы распространения примеси имеют некоторое преобладающее направление, что позволяет локализовать наиболее вероятную область заданного уровня загрязнения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ «ЮГРА» (грант № 03-05-96817) и гранта ИШ-1271.2003.1.

1. *Ogorodnikov V.A. and Protasov A.V.* Dynamic probabilistic model of atmospheric processes and variational methods of data assimilation // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 1997. V. 12. N 5. P. 461–479.
2. *Ogorodnikov V.A. and Protasov A.V.* Variational method of data assimilation in the dynamic probabilistic modelling of climatic fields in the atmosphere // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2000. V. 15. N 5. P. 435–454.
3. *Ogorodnikov V.A. and Protasov A.V.* On one method of investigation of sensitivity to perturbation of random fields in dynamic-probabilistic modeling // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2001. V. 16. N 5. P. 445–552.
4. *Protasov A.V., Ogorodnikov V.A.* Динамико-вероятностная модель идентификации климатического местоположения источников загрязнения в атмосфере // Тр. Междунар. конф. ENVIROMIS-2002. Т. 2. Россия. Томск: Изд-во ГУ «Томский ЦНТИ», 2002. С. 310–315.