«Оптика атмосферы», **4**, № 5 (1991)

АДАПТИВНАЯ ОПТИКА

УДК 621.37:535

С.В. Буцев

СИНТЕЗ АДАПТИВНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ АПЕРТУРНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

Произведен синтез адаптивной оптической системы апертурного зондирования. Задача синтеза адаптивной оптической системы сведена к задаче оптимальной нелинейной фильтрации и решена на основе метода инвариантного погружения. Получены итоговые соотношения алгоритма функционирования системы.

Разработка эффективных алгоритмов функционирования адаптивных оптических систем (АОС) является в настоящее время актуальной научно-технической проблемой. В работах [1, 2] показано, что синтез алгоритмов функционирования АОС фазового сопряжения может быть произведен на основе методов теории оптимальной линейной фильтрации. Причем адаптивный алгоритм, синтезированный в [2], позволяет частично компенсировать влияние априорной неопределенности статистических характеристик фазовых флуктуаций на качество функционирования АОС фазового сопряжения.

Данная статья посвящена синтезу алгоритма функционирования АОС апертурного зондирования. Известно, что в отличие от АОС фазового сопряжения функционирование АОС апертурного зондирования осуществляется на основе оптимизации некоторых сложных функционалов качества, выбираемых исходя из целевого назначения АОС, определенных физических требований и технических возможностей системы [3]. При этом метод апертурного зондирования предполагает непосредственное измерение оптимизируемого показателя, а определение требуемых фазовых коррекций (управляемых величин) $\alpha(\kappa T)$, связанных с измеряемыми величинами, как правило, нелинейным образом, осуществляется лишь косвенно. Это позволяет широко использовать данный метод в адаптивных системах фокусировки, системах формирования изображений и пучков заданной формы. Все они отличаются видами оптимизируемых функционалов качества, однако общее для них то, что вектор контролируемых в процессе функционирования АОС апертурного зондирования параметров $\alpha(\kappa T)$ (здесь и далее рассматривается функционирование системы в дискретном времени) нелинейно связан с полезным сигналом $\mathbf{u}_c[\alpha(\kappa T), \kappa T]$, на который при формировании входного поля системы $\mathbf{u}_{вх}(\alpha, \kappa T)$ аддитивно накладывается помеха, так что

$$\mathbf{u}_{вх}(\boldsymbol{\alpha}, \kappa T) = \mathbf{u}_c[\boldsymbol{\alpha}(\kappa T), \kappa T] + \mathbf{n}(\kappa T), \tag{1}$$

где T — период дискретизации, $\mathbf{n}(\kappa T)$ — дискретный белый шум с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей $M\{\mathbf{n}(iT)\mathbf{n}^T(jT)\} = R\delta_{ij}$; R — симметрическая неотрицательно определенная матрица; $M\{\cdot\}$ — оператор математического ожидания.

В качестве критерия качества функционирования АОС апертурного зондирования может быть выбран функционал J, учитывающий степень «сходства» принятого поля $\mathbf{u}_{вх}(\alpha, \kappa T+T)$ и изучаемого (заданного) поля

$$\mathbf{u}_з(\boldsymbol{\alpha}, \kappa T + T) = \mathbf{u}_c[\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T + T/\kappa T), \kappa T + T],$$

вида

$$J = \frac{1}{2}\sum_{\kappa=0}^{l-1} \{\mathbf{u}_{вх}(\boldsymbol{\alpha}, \kappa T + T) - \mathbf{u}_c[\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T + T/\kappa T), \kappa T + T\}^T R^{-1} \times$$
$$\times \{\mathbf{u}_{вх}(\boldsymbol{\alpha}, \kappa T + T) - \mathbf{u}_c[\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T + T/\kappa T), \kappa T + T]\}, \tag{2}$$

где $\hat{\alpha}(\kappa T+T/\kappa T)$ — экстраполированная сценка параметра (наклона волнового фронта) полезного сигнала.

Тогда задача синтеза АОС апертурного зондирования, как нелинейной системы, в достаточно общем виде может быть сформулирована следующим образом: при заданных характеристиках полезного сигнала $\mathbf{u}_с[\alpha(\kappa T),\ \kappa T]$ и шума $\mathbf{n}(\kappa T)$ определить, каким физически возможным преобразованиям необходимо подвергнуть входное поле системы $\mathbf{u}_{вх}(\alpha,\ \kappa T)$, наблюдаемого с момента времени $\kappa_0 T$, с целью получения в каждый момент времени $\kappa \geq \kappa_0$ такой оценки $\hat{\alpha}(\kappa T)$ параметра полезного сигнала, при которой достигается минимальное значение показателя качества (2). При этом полагается, что оцениваемый параметр может быть описан уравнением вида

$$\boldsymbol{\alpha}(\kappa T + T) = F[\boldsymbol{\alpha}(\kappa T),\ \kappa T] + \Gamma[\boldsymbol{\alpha}(\kappa T),\ \kappa T]\,\boldsymbol{\xi}(\kappa T), \tag{3}$$

где $F[\alpha(\kappa T),\ \kappa T]$, $\Gamma[\alpha(\kappa T),\ \kappa T]$ — нелинейные функции; $\xi(\kappa T)$ — дискретный белый шум с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $M\{\xi(iT)\xi^T(jT)\} = Q\delta_{ij}$, Q — симметрическая неотрицательно определяемая матрица, а $M\{\mathbf{n}(iT)\xi^T(jT)\} = 0$.

Сформулированная задача относится к классу задач оптимальной нелинейной фильтрации. В статье будет рассмотрен подход к решению данной задачи на основе метода инвариантного погружения [4]. Этот метод применяется к решению двухточечной краевой задачи, связанной с определением разностного уравнения или коэффициентов этого уравнения, описывающего физические явления в АОС в соответствии с некоторым заранее выбранным критерием (в данном случае (2)), и обладает идейной простотой и большой гибкостью. Данный факт подтверждается работой [2], в которой на основе данного метода синтезирован адаптивный алгоритм фильтрации сигналов в АОС фазового сопряжения.

Найдем оценку $\hat{\alpha}(\kappa T)$, которая минимизирует функционал (2). Для этого запишем гамильтониан [4]

$$Z[\boldsymbol{\alpha}(\kappa T),\ \boldsymbol{\lambda}(\kappa T + T)] = \frac{1}{2}\{\mathbf{u}_{вх}(\boldsymbol{\alpha},\ \kappa T + T) - \mathbf{u}_с[\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T + T/\kappa T),\ \kappa T + T]\}^T R^{-1}\{\mathbf{u}_{вх}(\boldsymbol{\alpha},\ \kappa T + T) -$$

$$- \mathbf{u}_с[\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T + T/\kappa T),\ \kappa T + T]\} + \boldsymbol{\lambda}^T(\kappa T + T)\,\boldsymbol{\alpha}(\kappa T),$$

где $\lambda(\kappa T{+}T)$ — неопределенные множители. Канонические уравнения для $\lambda(\kappa T{+}T)$ и $\alpha(\kappa T)$ в рассматриваемом случае имеют вид

$$\boldsymbol{\alpha}(\kappa T + T) = \frac{\partial Z[\boldsymbol{\alpha}(\kappa T),\ \boldsymbol{\lambda}(\kappa T + T)]}{\partial \boldsymbol{\lambda}(\kappa T + T)},$$

$$\boldsymbol{\lambda}(\kappa T) = \frac{\partial Z[\boldsymbol{\alpha}(\kappa T),\ \boldsymbol{\lambda}(\kappa T + T)]}{\partial \boldsymbol{\alpha}(\kappa T)},$$

с граничными условиями на концах интервала $[0,\ eT]$

$$\boldsymbol{\alpha}(0) = \boldsymbol{\alpha}_0,\ \boldsymbol{\lambda}(eT) = 0.$$

Таким образом, задача минимизации функционала (2) сведена к двухточечной краевой задаче, решение которой методом инвариантного погружения [4] дает следующие рекуррентные уравнения функционирования АОС апертурного зондирования, оптимальные в квазилинейном приближении

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T + T) = \hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T + T/\kappa T) + K(\kappa T + T)\frac{\partial \mathbf{u}_с^T[\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T + T/\kappa T),\ \kappa T + T]}{\partial \hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T + T/\kappa T)} R^{-1}\{\mathbf{u}_{вх}(\boldsymbol{\alpha},\ \kappa T + T) -$$

$$- \mathbf{u}_с[\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T + T/\kappa T),\ \kappa T + T]\}, \tag{4}$$

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T + T/\kappa T) = F[\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T),\ \kappa T], \tag{5}$$

$$K^{-1}(\kappa T + T) = \left\{\frac{\partial F[\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T),\ \kappa T]}{\partial \hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T)} K(\kappa T)\frac{\partial F^T[\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T),\ \kappa T]}{\partial \hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T)} + \Gamma[\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T),\ \kappa T]\,Q\Gamma^T[\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T),\ \kappa T]\right\}^{-1} +$$

$$+ \frac{\partial \mathbf{u}_с^T[\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T + T/\kappa T),\ \kappa T + T]}{\partial \hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T + T/\kappa T)} R^{-1}\frac{\partial \mathbf{u}_с[\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T + T/\kappa T),\ \kappa T + T]}{\partial \hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T + T/\kappa T)} -$$

$$- \{\mathbf{u}_{вх}(\boldsymbol{\alpha},\ \kappa T + T) - \mathbf{u}_с[\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T + T/\kappa T),\ \kappa T + T]\} \times$$

$$\times R^{-1}\frac{\partial}{\partial\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T+T/\kappa T)}\,\frac{\partial\mathbf{u}_c^T[\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T+T/\kappa T),\ \kappa T+T]}{\partial\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T+T/\kappa T)}, \tag{6}$$

при начальных условиях ($\kappa = 0$)

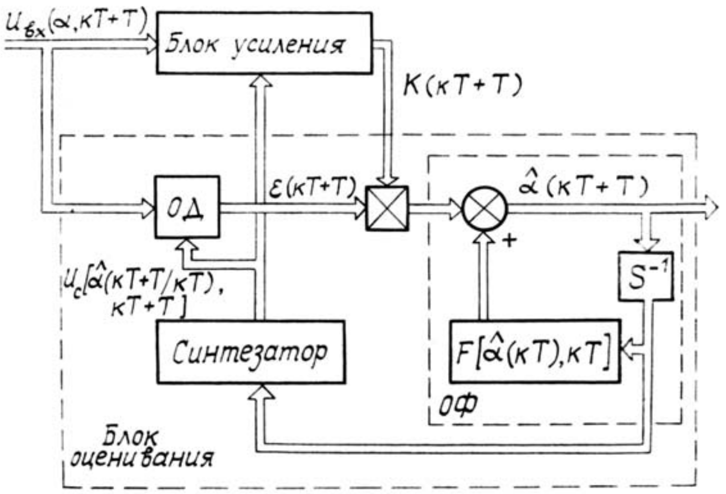
$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}(0)=m_\alpha;\ K(0)=d_\alpha, \tag{7}$$

где m_α, d_α — математическое ожидание и дисперсия параметра полезного сигнала.

В соответствии с уравнениями (4)—(6) структурную схему АОС апертурного зондирования можно представить в виде, приведенном на рисунке. Структурная схема АОС включает два блока. На входы обоих из них поступает входное поле $\mathbf{u}_{вх}(\alpha,\ \kappa T+T)$. На выходе первого, описываемого уравнением (4) и называемого блоком оценивания, формируется текущая оценка $\hat{\alpha}(\kappa T+T)$. В соответствии с уравнением (4) блок оценивания включает оптимальный дискриминатор (ОД), сглаживающий оптимальный фильтр (ОФ) и синтезатор, представляющие собой нелинейные звенья. Выходной сигнал дискриминатора

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\kappa T+T)=\frac{\partial\mathbf{u}_c^T[\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T+T/\kappa T),\ \kappa T+T]}{\partial\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T+T/\kappa T)}\,R^{-1}\{\mathbf{u}_{вх}(\boldsymbol{\alpha},\ \kappa T+T)-\mathbf{u}_c[\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T+T/\kappa T),\ \kappa T+T]\}$$

характеризует степень отличия входного поля системы от изучаемого поля. Структура сглаживающего оптимального фильтра описывается уравнениями (4), (5). Синтезатор определяет основную часть системы апертурного зондирования, через которую на основе оценок $\hat{\alpha}(\kappa T)$ осуществляется управление излучаемым полем $\mathbf{u}_c[\hat{\alpha}(\kappa T+T/\kappa T),\ \kappa T+T]$ и замыкание контура цепи обратной связи АОС. Коэффициент усиления блока оценивания $K(\kappa T+T)$, характеризующий точность оценивания, реализуется вторым блоком — блоком усиления. Структура этого блока определяется уравнением (6) и для упрощения рисунка не раскрыта.



В практических задачах всегда можно выделить некоторую область изменения оцениваемого параметра $\alpha(\kappa T)$, в пределах которой допустима линеаризация нелинейного дискретного во времени процесса (3). Тогда уравнение (3) может быть преобразовано к виду

$$\boldsymbol{\alpha}(\kappa T+T)=F\boldsymbol{\alpha}(\kappa T)+\Gamma\xi(\kappa T), \tag{8}$$

где F, Γ — матрицы, учитывающие статистические свойства процессов $\alpha(\kappa T)$ и $\xi(\kappa T)$.

В этом случае рекуррентные уравнения функционирования АОС апертурного зондирования (5) и (6) преобразовываются к виду

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T+T/\kappa T)=F\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T), \tag{9}$$

$$\boldsymbol{K}^{-1}(\kappa T+T)=\{F\boldsymbol{K}(\kappa T)F^T+\Gamma Q\Gamma^T\}^{-1}+$$

$$
+\frac{\partial \mathbf{u}_c^T[\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T+T/\kappa T),\ \kappa T+T]}{\partial\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T+T/\kappa T)}R^{-1}\frac{\partial \mathbf{u}_c[\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T+T/\kappa T),\ \kappa T+T]}{\partial\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T+T/\kappa T)}-
$$

$$
-\{\mathbf{u}_{\text{вх}}(\boldsymbol{\alpha},\ \kappa T+T)-\mathbf{u}_c[\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T+T/\kappa T),\ \kappa T+T]\}\times
$$

$$
\times R^{-1}\frac{\partial}{\partial\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T+T/\kappa T)}\frac{\partial \mathbf{u}_c^T[\hat{\alpha}(\kappa T+T/\kappa T),\ \kappa T+T]}{\partial\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\kappa T+T/\kappa T)}. \qquad (10)
$$

Тогда, в соответствии с уравнениями (4), (9) и (10), структурная схема (рисунок) АОС апертурного зондирования упрощается: в блоке оценивания сглаживающий оптимальный фильтр будет линейным в (общем случае — нестационарным), а нелинейные преобразования будут осуществляться только оптимальным дискриминатором.

Достоинством приведенного метода является то, что оптимальный дискриминатор и оптимальный фильтр синтезируются раздельно, причем при изменении спектральных характеристик $\alpha(\kappa T)$ оптимальный дискриминатор остается прежним, а ищется лишь новый сглаживающий оптимальный фильтр.

Предложенный в работе подход позволяет применять аппарат теории оптимальной нелинейной фильтрации при разработке АОС различного целевого назначения, функционирующих на основе метода апертурного зондирования.

1. Буцев С.В., Хисматуллин В.Ш. //Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 2. С. 222–224.
2. Буцев С.В. //Оптика атмосферы. 1990. Т. 3. № 12. С. 1300–1303.
3. Воронцов М.А., Шмальгаузен В.И. Принципы адаптивной оптики. М.: Наука, 1985. 335 с.
4. Сейдж Э.П., Мелс Дж. Идентификация систем управления. М.: Наука, 1974. 248 с.

Поступила в редакцию
11 декабря 1990 г.

S.V. Butsev. **Synthesis of the Multidither Adaptive Optical System**.

Synthesis of the multidither adaptive optical system is made. The problem ort synthesis of the adaptive optical system is reduced to the problem on an optimum nonlinear filtration and is solved on the basis of invariant immersion method. The final ratios of the system functioning algorithm are derived.