

Эволюция эффективных характеристик мощного фемтосекундного лазерного излучения в режиме оптической турбулентности. Приближение гауссовой формы пучка

А.А. Землянов, А.Д. Булыгин*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 12.02.2010 г.

Найдено приближенное аналитическое решение уравнения для эффективного радиуса мощного лазерного пучка фемтосекундной длительности в приближении гауссова профиля интенсивности при его самофокусировке в воздухе. Данное уравнение было получено на основе уравнения для функции Вигнера поля лазерного излучения в режиме развитой оптической турбулентности. Приведены оценки дистанции глобальной самофокусировки в зависимости от пиковой мощности излучения, а также его расходимость после нелинейного фокуса.

Ключевые слова: фемтосекундное излучение, эффективные характеристики, оптическая турбулентность; femtosecond laser radiation, effective characteristics, optical turbulence.

Введение

Распространение мощных фемтосекундных лазерных импульсов в воздухе, пиковая мощность которых значительно превосходит некоторую критическую мощность, происходит в режиме множественной филаментации. Причиной разбиения лазерного пучка на множество нитей являются возмущения амплитуды и фазы световой волны, вызванные флуктуациями светового поля, порожденными самим источником излучения, а также приобретенными им при распространении в турбулентной атмосфере.

Исследование эволюции мощных фемтосекундных лазерных импульсов, претерпевающих при распространении в атмосфере сложные пространственные и временные трансформации, можно конструктивно осуществлять на основе эффективных характеристик [1–3]. Такими характеристиками являются: коэффициент передачи энергии, среднеквадратический радиус пучка, эффективная угловая расходимость, эффективный радиус кривизны фазового фронта пучка (дистанция глобального фокуса лазерного пучка). Для регулярированной среды с нелинейностью исключительно керровского типа удается получить аналитические выражения для этих характеристик на основе нелинейного уравнения Шредингера [4].

При распространении мощного лазерного излучения фемтосекундной длительности в воздухе кроме нелинейности керровского типа становятся

важными и другие типы нелинейностей, такие как: многофотонное поглощение, рефракция излучения в плазме, образующейся в результате ионизации воздуха. Наличие этого типа нелинейностей обеспечивает формирование филаментов [3, 4].

Решение нелинейного волнового уравнения для комплексной огибающей светового поля, при наличии таких нелинейных слагаемых, возможно численными методами [2–4]. Исследование распространения мощного случайного широкоапертурного фемтосекундного лазерного излучения в атмосфере методом численного решения нелинейного параболического уравнения, когда пучок достигает дистанции нескольких десятков метров, удалось осуществить в [5]. Также оказалось возможным численно изучать распространение мощного фемтосекундного лазерного импульса на километровые дистанции в турбулентной атмосфере до зарождения первых филаментов [6].

Таким образом, можно отметить, что на данный момент отсутствует количественная информация о поведении характеристик мощного фемтосекундного лазерного излучения в атмосфере при широком диапазоне длин трасс и параметров лазерных пучков.

Одним из эффективных методов решения указанной проблемы является предложенный в работе [7] метод, основанный на исследовании уравнения для функции Вигнера [8]. Это уравнение было получено в [7] на основе стохастического варианта нелинейного параболического уравнения с использованием модели филаментации как последовательности фокусов [9, 10]. В настоящей статье, являющейся логическим продолжением этих работ, пред-

* Александр Анатольевич Землянов (zaa@iao.ru); Андрей Дмитриевич Булыгин (b.a.d@iao.ru).

ложен аналитический метод исследования уравнений для эффективных характеристик, полученных, в свою очередь, на основе уравнения для функции Вигнера.

1. Функция Вигнера

На основе стохастического нелинейного уравнения Шредингера в работе [7] сформулированы уравнения для усредненной по времени функции Вигнера [8]:

$$\bar{J}(\mathbf{R}, z, \mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{\infty} J(\mathbf{R}, z, \mathbf{k}, t) dt / t_p, \quad (1)$$

где мгновенная функция Вигнера является Фурье-образом от функции когерентности второго порядка Γ :

$$J(\mathbf{R}, z, \mathbf{k}, t) = \frac{cn_0}{8\pi} (2\pi)^{-3} \int d\mathbf{p} \exp[-ik_0 \mathbf{k} \mathbf{p}] \Gamma(\mathbf{R}, z, \mathbf{p}, t),$$

$$\int d\mathbf{p} \equiv \int \int d\rho_x d\rho_y.$$

Функция когерентности Γ определяется как второй двухточечный момент огибающей комплексной напряженности светового поля \tilde{U} в момент времени t :

$$\Gamma(\mathbf{R}, z, t, \mathbf{p}) = \langle \tilde{\psi} \rangle_{\tilde{\epsilon}, \tilde{U}_0},$$

$$\tilde{\psi} = \tilde{U}(z, \mathbf{R} - \mathbf{p}/2, t) \tilde{U}^*(z, \mathbf{R} + \mathbf{p}/2, t)^*.$$

Здесь угловые скобки означают усреднение как по случайным реализациям граничных условий для лазерного поля \tilde{U}_0 , так и по случайным значениям диэлектрической проницаемости атмосферного воздуха $\tilde{\epsilon}$; t – время; t_p – длительность лазерного импульса; $\mathbf{p} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ – координата разности двух точек в поперечном сечении пучка $\mathbf{r} = (x, y)$ и $\mathbf{r}' = (x', y')$; $\mathbf{R} = (\mathbf{r} + \mathbf{r}')/2$ – координата их центра тяжести; z – продольная координата, соответствующая дистанции распространения лазерного импульса; k_0 – волновое число на основной длине волны лазерного излучения; n_0 – линейная часть показателя преломления воздуха; $\mathbf{k} = \mathbf{k}/k_0$, \mathbf{k} – волновой вектор в поперечном сечении лазерного импульса; c – скорость света.

Ниже будем исследовать закономерности распространения мощного лазерного пучка с фемтосекундной длительностью в режиме так называемой оптической турбулентности [11]. Данный режим характеризуется устойчивым равновесным состоянием многофокусной поперечной структуры мощного фемтосекундного лазерного излучения, параметрически зависящим от интенсивности лазерного поля. На основе проведенного качественного анализа этого режима предлагаются приближения, позволяющие замкнуть уравнение для функции Вигнера.

Первое приближение формулируется как приближение локальных, обладающих одинаковыми свойствами фокусов [7]. Выбор второго приближения основан на гипотезе о критическом значении интенсивности I_{cr} , при котором число фокусов на единицу площади N_f достигает некоторого значения N_{cr} , характерного для режима оптической турбулентности. Относительно N_f предполагалась простая ступенчатая зависимость от усредненной по времени интенсивности

$$\bar{I} = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{J}(\mathbf{R}, z, \mathbf{k}) d\mathbf{k};$$

$$N_f(\bar{I}) \approx N_{cr} \vartheta(\bar{I} - I_{cr}), \quad (2)$$

где ϑ – единичная функция Хевисайда. Выбор таких приближений позволил сформулировать уравнение для \bar{J} в режиме оптической турбулентности в следующем виде [9]:

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + \mathbf{k} \nabla_{\perp} + \frac{1}{2} \nabla_{\perp} \varepsilon_{ker}(\bar{I}) \nabla_{\mathbf{k}} \right] \bar{J} = f(\mathbf{k}) \Gamma_f N_f. \quad (3)$$

Здесь $\varepsilon_{ker}(\bar{I}) = 2n_2^* \bar{I}$ – нелинейная добавка, связанная с действием эффекта Керра; $n_2^* = n_2/b$. Коэффициент $b = 1,62$ учитывает влияние инерционности керровской нелинейности на эволюцию эффективного радиуса. Значения функции $f(\mathbf{k})$ характеризуют рассеивающие и поглощающие свойства локального фокуса и находятся либо из численного, либо из лабораторного эксперимента; $\Gamma_f(\bar{I})$ – коэффициент, зависящий от усредненной по времени интенсивности лазерного излучения \bar{I} . Качественный анализ показал, что для исследования эффективного радиуса и коэффициента передачи энергии лазерного пучка достаточно иметь информацию для двух угловых моментов функции $f(\mathbf{k})$, а именно: $\alpha_0 = \int_{\mathbf{n}} f(\mathbf{k}) d\mathbf{k}$ – мощность, поглощаемая

одним фокусом, $\gamma_0 = \int_{\mathbf{n}} f(\mathbf{k}) \mathbf{k}^2 d\mathbf{k}$ – приращение разности квадратов эффективной дифракционной и рефракционной расходимости лазерного пучка при прохождении одного фокуса.

2. Эффективные характеристики

Рассмотрим эффективные характеристики, определенные через функцию Вигнера \bar{J} , а именно: коэффициент передачи энергии

$$T_{ef}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{I}(z, \mathbf{R}) d\mathbf{R} / P_0,$$

где

$$P_0 \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \bar{I}(0, \mathbf{R}) d\mathbf{R} = \eta P_{cr}; \quad (4)$$

эффективный радиус и угловая расходимость лазерного пучка

$$R_{ef}^2(z) \equiv \widehat{R}_{ef}^2(z)/T_{ef}(z), \quad \theta_{ef}^2(z) \equiv \widehat{\theta}_{ef}^2(z)/T_{ef}(z), \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \widehat{R}_{ef}^2(z) &= \frac{1}{\eta P_{cr}} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{I}(z, \mathbf{R}) \mathbf{R}^2 d\mathbf{R}; \\ \widehat{\theta}_{ef}^2(z) &= \frac{2}{\eta P_{cr}} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{J}(z, \mathbf{R}, \mathbf{\kappa}) \kappa^2 d\mathbf{\kappa} d\mathbf{R}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $\eta = P_0/P_{cr}$. Из уравнения (3) получим следующие соотношения:

$$\frac{\partial}{\partial z} T_{ef}(z) = -\frac{1}{\eta} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha N_f d\mathbf{R}, \quad \alpha \equiv \Gamma_f(\bar{I}) \alpha_0 / P_{cr}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \widehat{R}_{ef}^2 &= 2H, \quad H = (\widehat{\theta}_{ef}^2 - \widehat{\theta}_{ker}^2), \\ \widehat{\theta}_{ker}^2 &= \frac{1}{2\eta P_{cr}} \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_{ker}(\bar{I}) \bar{I} d\mathbf{R}. \end{aligned} \quad (8)$$

Но в соответствии с [7] имеем следующее соотношение:

$$H(z) = H(0) + \gamma[1 - T_{ef}(z)], \quad (9)$$

где $\gamma = \gamma_0/\alpha_0$. При расчете интегралов в правых частях (7), (8) будем использовать приближение гауссовости усредненной по времени интенсивности:

$$\bar{I}(\mathbf{R}, z) = \bar{I}_0(z) \exp[-\mathbf{R}^2/R_{ef}(z)^2]. \quad (10)$$

Далее, линеаризуем αN_f по интенсивности \bar{I} :

$$\alpha N_f \approx \bar{\alpha} \mathfrak{g}(\bar{I} - I_{cr}) \bar{I} / P_{cr},$$

где

$$\bar{\alpha} = \alpha_0 N_{cr} \left(\frac{\partial \Gamma_f}{\partial \bar{I}} \right) \Big|_{\bar{I}=I_{cr}}. \quad (11)$$

Для этих случаев вместо (7)–(9) будем иметь систему замкнутых уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial z} T_{ef} = -\bar{\alpha} \mathfrak{g}(\bar{I}_0(z) - I_{cr}) T_{ef} \left(1 - \frac{I_{cr}}{P_{cr}} \frac{\pi \widehat{R}_{ef}^2}{\eta T_{ef}} \right), \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \widehat{R}_{ef}^2 = 2[H(0) + \gamma(1 - T_{ef})]. \quad (13)$$

Будем считать, что на входе в нелинейную среду усредненная по времени комплексная огибающая светового поля лазерного пучка имеет вид

$$\bar{U}(R) = \bar{U}_0 \exp\{-R^2/2R_0^2(1 + ik_0 R_0^2/F)^2\}.$$

Для этого случая выполняется следующее соотношение:

$$H(0) \equiv H_0 = (1 - \eta/b) \left(\widehat{R}_0^2/4L_R^2 \right) + \widehat{R}_0^2/F^2,$$

где F – фокусное расстояние передающей апертуры; $R_0 = \sqrt{R_{ef}^2(0)}$ – радиус лазерного пучка на выходе из апертуры; $L_R = k_0 R_0^2/2$ – длина Рэлея гауссова лазерного пучка. Граничные условия для системы (12), (13) на входе в зону филаментации определяются из следующих выражений:

$$T_{ef}(z_{mf}) = 1;$$

$$\widehat{R}_{ef}^2(z_{mf}) = \widehat{R}_0^2 \left[\left(1 - \frac{\eta}{b} \right) \left(\frac{z_{mf}}{2L_R} \right)^2 + \left(1 - \frac{z_{mf}}{F} \right)^2 \right]. \quad (14)$$

Согласно (12) точка начала множественной филаментации z_{mf} находится из условия

$$\bar{I}_0(z_{mf}) = \frac{P_0}{\pi \widehat{R}_{ef}^2(z_{mf})} = I_{cr}. \quad (15)$$

Для $V_{mf} \equiv \partial \widehat{R}_{ef}^2 / \partial z \Big|_{z=z_{mf}}$ найдем:

$$V_{mf} = 2(H_0 z_{mf} - \widehat{R}_0^2/F). \quad (16)$$

Уравнения (12), (13) с граничными условиями, определенными из (14), (15), могут быть исследованы как численно, так и приближенно аналитически.

3. Приближенное аналитическое решение уравнений для эффективных характеристик

Решения уравнений (12), (13) являются аналитическими функциями $\widehat{R}_{ef}^2(\bar{\alpha}, \gamma_\alpha, z)$, $T_{ef}(\bar{\alpha}, \gamma_\alpha, z)$, где $\gamma_\alpha \equiv \gamma \bar{\alpha}$, от параметра $\bar{\alpha}$ при фиксированном γ_α в некотором круге сходимости, т.е. возможно следующее представление этих функций:

$$\widehat{R}_{ef}^2(\bar{\alpha}, \gamma_\alpha, z) = \widehat{R}_{ef}^2(0, \gamma_\alpha, z) - \Delta \widehat{R}_{ef}^2(\bar{\alpha}, \gamma_\alpha, z); \quad (17)$$

$$T_{ef}(\bar{\alpha}, \gamma_\alpha, z) = T_{ef}(0, \gamma_\alpha, z) - \Delta T_{ef}(\bar{\alpha}, \gamma_\alpha, z), \quad (18)$$

где введены невязки $\Delta \widehat{R}_{ef}^2(\bar{\alpha}, \gamma_\alpha, z)$ и $\Delta T_{ef}(\bar{\alpha}, \gamma_\alpha, z)$.

Решение $\widehat{R}_{ef}^2(0, \gamma_\alpha, z)$ и $T_{ef}(0, \gamma_\alpha, z)$ имеет простое физическое содержание и соответствует ситуации, когда прохождение каждого фокуса сопровождается приращением угловой расходимости лазерного пучка, определяемой величиной γ_α , без потерь энергии. Мету адекватности этого приближения будем определять величинами относительных ошибок

$$\delta \widehat{R}_{ef}^2 = \Delta \widehat{R}_{ef}^2 / \widehat{R}_{ef}^2 \quad \text{и} \quad \delta T_{ef} = \Delta T_{ef} / T_{ef}.$$

Найдем решение $\widehat{R}_{ef}^2(0, \gamma_\alpha, z)$ и $T_{ef}(0, \gamma_\alpha, z)$ в области множественной филаментации $\bar{I}_0 > I_{cr}$. Для

этого продифференцируем (13) по z , а затем подставим в правую часть выражение (12) в приближении заданной энергии лазерного импульса $T_{ef} \approx 1$, что приведет к следующему уравнению:

$$\frac{\partial^3}{\partial z^3} \hat{R}_{ef}^2 = 2\gamma_\alpha \left(1 - \frac{I_{cr}}{P_{cr}} \frac{\pi}{\eta} \hat{R}_{ef} \right). \quad (19)$$

Решение (19) имеет вид

$$\begin{aligned} \hat{R}_{ef}^2 = & \frac{\eta P_{cr}}{\pi I_{cr}} + A \exp\left(-\frac{gz}{\eta^{1/3}}\right) + \\ & + B \exp\left(\frac{gz}{2\eta^{1/3}}\right) \cos\left(\frac{gz\sqrt{3}}{\eta^{1/3}2} + \varphi\right), \end{aligned} \quad (20)$$

где $g \equiv (2\gamma_\alpha \pi I_{cr} / P_{cr})^{1/3}$ – параметр модели.

Константы интегрирования A , B и φ в (20) могут быть найдены из начальных условий для уравнения (19), соответствующего лазерному импульсу, входящему в зону множественной филаментации:

$$\begin{aligned} A = & \hat{R}_{ef}^2(z_{mf}) - \frac{\eta P_{cr}}{\pi I_{cr}} - B \cos\varphi; \\ \sin\varphi = & -(V_{mf} + H_0/g)/(Bg\sqrt{3}); \end{aligned} \quad (21)$$

$$B = \frac{2}{3} \sqrt{\left(\frac{V_{mf}}{2g} - \hat{R}_{ef}^2(z_{mf}) + \frac{\eta P_{cr}}{I_{cr}} - \frac{H_0}{2g^2}\right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{V_{mf}}{g} + \frac{H_0}{g^2}\right)^2}.$$

Таким образом, в полученное нами решение входят два свободных параметра: g и I_{cr} . Значения этих параметров могут быть найдены из сопоставления решения (20) с экспериментальными данными. Для этого возьмем эксперимент, который был проведен с использованием лазера системы Teramobile [5], имеющего фокусное расстояние 40 м, радиус лазерного пучка на выходе из апертуры 5 см, энергию 250 мДж и длительность 100 фс, что соответствует мощности лазерного импульса 2,5 ТВт. На основе этих экспериментальных результатов найдем значения g и I_{cr} .

В эксперименте [5] множественная филаментация наблюдалась с 33 м и заканчивалась на расстоянии 41 м, тогда в соответствии с формулами (20), (21) свободные параметры модели должны быть следующими: $I_{cr} = 3,34 \cdot 10^{11}$ Вт/см², $g = 2,8$ м⁻¹.

Вернемся к вопросу оценки невязок $\Delta \hat{R}_{ef}^2$ и ΔT_{ef} . Заметим, что в соответствии с уравнением (13) $\Delta \hat{R}_{ef}^2$ и ΔT_{ef} связаны следующим интегральным соотношением:

$$\Delta \hat{R}_{ef}^2 = -2\gamma \int_{z_{mf}}^z dz' \int_{z_{mf}}^{z'} \Delta T_{ef} dz''. \quad (22)$$

Для оценки ΔT_{ef} перепишем (12) в интегральной форме:

$$T_{ef}(z) = \exp\left(-\bar{\alpha} \int_{z_{mf}}^z \left(1 - \frac{I_{cr}}{P_{cr}} \frac{\pi}{\eta} \hat{R}_{ef}^2\right) dz'\right). \quad (23)$$

Откуда для невязки получим следующую оценку сверху:

$$\Delta T_{ef} = \langle (1 - e^{-\bar{\alpha}z}) \rangle < \bar{\alpha}z. \quad (24)$$

И в соответствии с (22) для абсолютного значения невязки $|\Delta \hat{R}_{ef}^2|$ найдем

$$|\Delta \hat{R}_{ef}^2| < \gamma_\alpha (z - z_{mf})^2. \quad (25)$$

Оценки относительной ошибки $\delta \hat{R}_{ef}^2$, полученной по формулам (20), (24), показывают, что она составляет менее нескольких процентов, это свидетельствует об адекватности выбранного приближения $\hat{R}_{ef}^2(0, \gamma_\alpha, z)$. Зная параметры I_{cr} и g , можно в соответствии с формулами (22), (23) найти зависимость эффективных характеристик мощного фемтосекундного лазерного импульса в зоне множественной филаментации от дистанции распространения при различных значениях начальной мощности и фокусного расстояния.

Как уже указывалось во введении, для универсального описания эволюции эффективных характеристик мощных фемтосекундных лазерных импульсов нам необходимо знать: координаты глобального фокуса, радиус перетяжки в нем, а также коэффициент распространения.

С помощью решения (20) была найдена следующая простая аппроксимационная формула для положения глобального фокуса мощного фемтосекундного лазерного импульса при распространении в режиме оптической турбулентности:

$$\begin{aligned} z_g^m/L_R = & \frac{F/L_R}{(F/2L_R) \left(\sqrt{0,4(\eta^*)^{3/2} - 1} \right) + 1}, \\ \eta^* = & \eta/1,62. \end{aligned} \quad (26)$$

Соотношение (26) отличается от формулы для положения глобального фокуса в случае одиночной филаментации [2]:

$$z_g^s/L_R = \frac{F/L_R}{(F/2L_R) \left(\sqrt{\eta^* - 1} \right) + 1}. \quad (27)$$

Зависимость эффективного радиуса мощного фемтосекундного лазерного импульса в точке перетяжки R_w^2 от фокусного расстояния и начальной мощности лазерного пучка определяется соответственно как сложная функция по формулам (20) и (26):

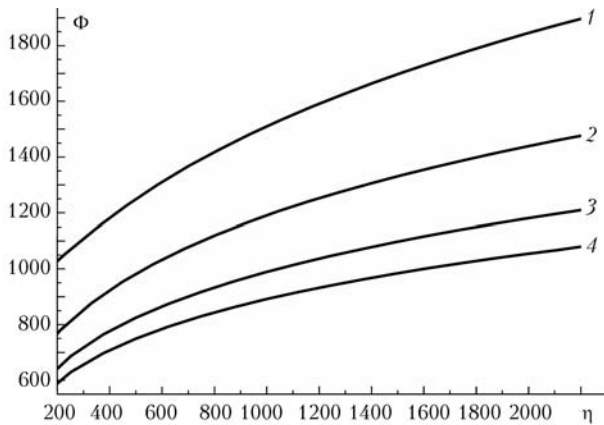
$$R_w^2 \equiv \hat{R}_{ef}^2(z_g^m(F, \eta)). \quad (28)$$

Таким образом, для полного набора параметров, определяющих эволюцию эффективных характеристик универсальным образом, необходимо найти лишь значение коэффициента распространения

$$\Phi \equiv \frac{2L_R}{R_0} \lim_{z \rightarrow \infty} \sqrt{\partial^2 R_{ef}^2 / \partial z^2}. \quad (29)$$

Коэффициент распространения Φ связан с хорошо известным коэффициентом критерия качества пучка M^2 [2]: $\Phi = M^2 \sqrt{1 + 4L_R^2 / F^2}$.

По формулам (29) и (20) построен график для Φ (рисунок).



Коэффициент распространения Φ после окончания филаментации в зависимости от начальной мощности $\eta = P_0 / P_{cr}$ при различных значениях фокусного расстояния: 1 – 40; 2 – 240; 3 – 320; 4 – 360 м

Заметим, что приближение гауссовости профиля интенсивности мощного фемтосекундного лазерного импульса практически всегда справедливо, если пучок на входе в среду имел гауссову форму, а длина линейной фокусировки F много меньше длины нелинейной фокусировки:

$$F \ll 4L_R^2 / z_g^m \eta^*. \quad (30)$$

Нелинейное распространение изначально коллимированных широкоапертурных лазерных пучков в условиях нестационарной самофокусировки требует отдельного рассмотрения.

Заключение

Найдено приближенное аналитическое решение уравнений для эффективных характеристик мощного фемтосекундного лазерного импульса в приближении гауссова профиля интенсивности.

Установлено, что для лазерных пучков, имеющих гауссов профиль интенсивности, в режиме

множественной филаментации сохраняются основные закономерности глобальной самофокусировки, происходящей в условиях одиночной филаментации. Увеличение начальной пиковой мощности приводит к увеличению радиуса перетяжки в глобальном фокусе пучка, к росту эффективного коэффициента распространения и к уменьшению длины дистанции до нелинейного фокуса. Положение глобального фокуса для рассматриваемых лазерных пучков находится ближе к источнику, чем при одиночной филаментации, и это отличие проявляется тем больше, чем больше мощность лазерного пучка и фокусное расстояние излучающей апертуры.

1. Зуев В.Е., Землянов А.А., Копытин Ю.Д., Кузиковский А.В. Мощное лазерное излучение в атмосферном аэрозоле. Новосибирск: Наука, 1984. 224 с.
2. Zemlyanov A.A., Geints Y.E. Zonal model of nonstationary self-focusing of femtosecond laser radiation in air: effective beam characteristics evolution // The European Physical Journal D – Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics. Publ. online. Doi:10.1140/epj/e2007-00008-x.
3. Boyd R.W., Lukishova S.G., Shen Y.R. Self-focusing: Past and Present // Springer Science+Business Media, LLC, 2009. 605 p.
4. Власов С.Н., Таланов В.И. Самофокусировка волн. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1997. 220 с.
5. Skupin S., Berge L., Peschel U., Lederer F., Mejean G., Yu J., Kasparian J., Salmon E., Wolf J.P., Rodriguez M., Woste L., Bourayou R., Sauerbrey R. Filamentation of femtosecond light pulses in the air: Turbulent cells versus long-range clusters // Phys. Rev. E. 2004. V. 70. P. 046602-1–046602-15.
6. Шленов С.А., Федоров В.Ю., Кандидов В.П. Филаментация фазово-модулированного фемтосекундного лазерного импульса на километровых трассах в турбулентной атмосфере // Оптика атмосфер. и океана. 2007. Т. 20. № 4. С. 308–318.
7. Булыгин А.Д., Землянов А.А., Гейнц Ю.Э. Эволюция эффективного радиуса лазерного пучка фемтосекундной длительности после его глобальной самофокусировки в воздухе // Оптика атмосфер. и океана. 2007. Т. 20. № 11. С. 973–979.
8. Wigner E. On the Quantum Correction for thermodynamic // Phys. Rev. 1932. V. 40. N 6. P. 749–759.
9. Землянов А.А., Булыгин А.Д. Эффективный радиус фемтосекундного лазерного излучения при его самовоздействии в газовой среде в режиме множественной филаментации // Оптика атмосфер. и океана. 2008. Т. 21. № 12. С. 1064–1069.
10. Lugovoi V.N., Prochorov A.M. Possible explanation of small-scale filaments of self focusing // JETP Lett. 1968. V. 7. P. 117–119.
11. Mlejnek M., Kolesik M., Moloney J.V., Wright E.M. Optically turbulent femtosecond light guide in air // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 83. N 15. P. 2938–2941.

A.A. Zemlyanov, A.D. Bulygin. Evolution of the effective characteristics of high-power femtosecond laser radiation in air under the optical turbulence conditions. The Gauss beam approximation.

Approximate analytical solution of equation for effective radius of high-power femtosecond laser beam in the approximation of Gauss intensity profile at its self-focusing in the air is found. This equation was derived based on the equation for Wigner function of laser radiation field in the developed optical turbulence conditions. Estimations for global self-focusing distance versus peak radiation power are presented as well as laser beam propagation coefficient characterizing its divergence after nonlinear focus.