

ОПТИКА СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

УДК 550.388.2; 554.510.535

Оптимизация параметров линзового растра в датчике волнового фронта Шэка–Гартмана

В.В. Лавринов, Л.Н. Лавринова*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 27.01.2021 г.

Выбор параметров линзового растра в датчике волнового фронта Шэка–Гартмана, обеспечивающий минимальную остаточную ошибку реконструкции волнового фронта, является одним из решений проблемы точности измерений датчика. В настоящей работе представлены результаты численных экспериментов по оцениванию реконструкции волнового фронта, искаженного атмосферной турбулентностью, с учетом передаточных функций между телескопом и датчиком, между растром и светочувствительной матрицей приемного устройства.

Ключевые слова: датчик волнового фронта Шэка–Гартмана, турбулентные искажения светового поля, алгоритм расчета параметров линзового растра; Shack–Hartmann wavefront sensor, turbulent distortions of the light field, algorithm for calculating lenslet parameters.

Введение

Для каждой астрономической обсерватории создается конкретная адаптивная оптическая система с характерными параметрами элементов [1–8]. Датчик волнового фронта является одним из ключевых элементов системы адаптивной оптики. Основная функция датчика заключается в получении информации об искажениях светового поля и ее преобразовании к представлению, удобному для конкретной адаптивной системы. Преимущество датчика волнового фронта Шэка–Гартмана – возможность проведения измерений как для когерентного, так и для некогерентного оптического излучения [9].

На этапе разработки фазосопряженной адаптивной системы гарантией ее эффективной работы является предварительный расчет параметров элементов оптической части датчика. В приложении к астрономическим исследованиям параметры линзового растра должны быть, с одной стороны, согласованы с характеристиками астрономического телескопа и светочувствительной матрицы видеокамеры, с другой – учитывать свойства корректирующего устройства. При этом увеличение точности реконструкции волнового фронта по измерениям датчика в оптическом диапазоне обеспечивается уменьшением субапертур и минимизацией интерференционных эффектов микролинз при увеличении фокусного расстояния.

Оптическая часть датчика выполняет преобразование волновой функции светового поля в изменение интенсивности, которое далее считывается

светочувствительной матрицей приемного устройства, работающего в оптическом диапазоне. Падающее световое поле в приближении геометрической оптики делится линзовым растром на парциальные пучки, которые фокусируются в плоскости приемного устройства. Исходя из поставленной задачи подбор линзового растра предполагает определение числа микролинз в растре и их фокусного расстояния.

В совокупность контролируемых параметров должны быть включены не только параметры датчика, но и параметры объекта измерения, т.е. светового поля, искаженного турбулентной атмосферой, и канала передачи информации. Необходимо учесть, что в экспериментах по распространению оптического излучения для комплектации датчика важными характеристиками являются разрешающая способность (ограничение по дифракции) и угловое увеличение (наибольший угол видения объекта) телескопа, а также центральное экранирование в схеме телескопа.

Выбор наилучшего способа оценки светового поля, попадающего в пределы субапертуры линзового растра, и оптимального размера пикселя светочувствительной матрицы приемного устройства остается актуальной темой многих современных исследований по адаптивной оптике, однако общие рекомендации до сих пор отсутствуют.

Множество статей в рейтинговых зарубежных журналах посвящено решению проблем погрешности в измерениях датчика Шэка–Гартмана и попыткам подобрать способ повышения точности измерений локальных наклонов волнового фронта путем, например, применения искусственных нейросетей [10] или дополнительного управления монохроматическими аберрациями [11, 12]. Авторы статьи [13]

* Виталий Валериевич Лавринов (lvv@iao.ru); Лидия Николаевна Лавринова (lnl@iao.ru).

предлагают, помимо вычисления локальных наклонов, проводить дополнительные интегральные оценки каждого фокального пятна, полагая, что результирующая ошибка реконструкции волнового фронта пропорциональна линейной составляющей интенсивности освещения [14]. Все предложения по повышению точности измерений локальных наклонов волнового фронта в конечном счете являются альтернативными решениями конкретных задач в отличие от приема, предложенного в настоящей работе.

Цели работы: 1) на основе статистического анализа информации об искажениях светового поля на входной апертуре системы оценить степень согласованности параметров линзового раstra с измеренными локальными наклонами волнового фронта и результатами его реконструкции; 2) опираясь на результаты анализа, выработать рекомендации для расчета параметров линзового раstra в датчике Шэка–Гартмана, обеспечивающих наименьшую остаточную ошибку реконструкции волнового фронта при наличии в его распределении флуктуаций различной интенсивности.

Алгоритм расчета необходимо оформить в виде программного продукта, что позволит решать конструктивные и оптические проблемы, возникающие на этапе разработки адаптивных систем. Сформулированы условия проведения измерения локальных наклонов для эффективной работы алгоритма.

Условия корректности измерений локальных наклонов

Для компенсации турбулентных искажений светового поля в системах адаптивной оптики, как правило, используются микролинзовые растры [15], которые представляют собой матрицы из идентичных микролинз с большими фокусными расстояниями и малой апертурой. Требования к микролинзовым растрам: равные фокусные расстояния линз, малый диаметр фокального пятна, стремящийся к дифракционному пределу, а также высокая плотность упа-

ковки микролинз. На рис. 1 иллюстрируется ход лучей через микролинзу в условиях идеальной турбулентной атмосферы.

Изображение фокального пятна в плоскости регистрации определяется дифракцией и для идеальной атмосферы представляет картину Эйри [16] с центром в точке O' на расстоянии F (рис. 1). В условиях турбулентной атмосферы к искажениям светового поля, обусловленным дифракцией, добавляются локальные наклоны, которые вызваны турбулентностью и пропорциональны смещениям фокального пятна в плоскости регистрации f_0 , расположенной на фокусном расстоянии F от микролинзы (дифракционный фокус). Угол BAC – угол наклона волнового фронта светового поля в пределах одной субапертуры, равный углу прихода α и пропорциональный длине отрезка $|PO'|$. Изображение фокального пятна в условиях турбулентной атмосферы становится нечетким. Чтобы сделать его более четким, необходимо регистрировать изображение в плоскости f_1 , т.е. увеличить фокусное расстояние (геометрический фокус).

Локальные наклоны пропорциональны смещениям центроидов (энергетических центров тяжести фокальных пятен) относительно центроидов, полученных при отсутствии фазовых искажений светового поля [17]. В [14, 18] на основе анализа равномерности освещенности гартманограммы по выборке кадров показано, что смещение центроидов для дифракционного фокуса больше, чем для геометрического фокуса.

Одним из условий корректных измерений локальных наклонов датчиком Шэка–Гартмана является то, что максимальное смещение центроидов не должно превышать одной трети от размера заданной области [9], т.е. $N_s \cdot p_{\text{size}}/3$, где N_s – это отношение размерности светочувствительной матрицы видеокамеры в пикселях к размерности линзового раstra: $N_s = N_{\text{grid}}/N_{\text{lens}}$; p_{size} – размер пикселя.

В пределах субапертуры флуктуации углов прихода пропорциональны флуктуациям локальных наклонов волнового фронта [19]. Дисперсия угла прихода α в пределах субапертуры D_a имеет вид

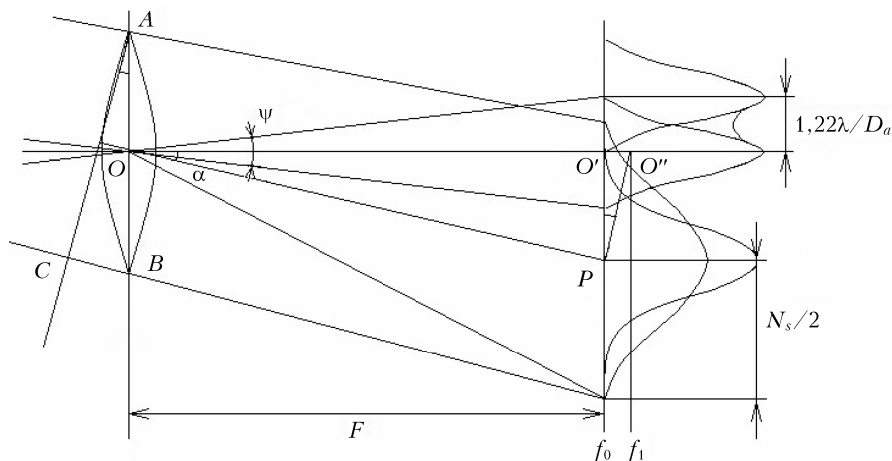


Рис. 1. Ход лучей через микролинзу в условиях идеальной турбулентной атмосферы: $\angle BAC = \angle O'OP = \angle O'PO'' = \alpha$

$\sigma_\alpha^2 = 0,175 \left(\frac{D_a}{r_0} \right)^{5/3} \left(\frac{\lambda}{D_a} \right)^2$ при $l_0 < D_a < \sqrt{\lambda L}$, где r_0 – параметр Фрида, характеризующий интенсивность фазовых флуктуаций светового поля, обусловленных турбулентностью; λ – длина волны; l_0 – масштаб неоднородностей; L – длина трассы; при прохождении через микролинзу $L = F$.

Среднеквадратическое отклонение координаты фокального пятна соответствует угловому расстоянию $0,418 \frac{\lambda}{D_a} \left(\frac{D_a}{r_0} \right)^{5/6}$ [20].

Второе условие корректности измерений заключается в том, что для каждого изображения фокального пятна формируется окно анализа размером, равным диаметру первого темного кольца картины Эйри [9], которое находится на угловом расстоянии $\psi = 1,22\lambda/D_a$.

Таким образом, в численных экспериментах будут рассмотрены значения фокусного расстояния микролинз из интервала

$$\left(1,068 \left(\frac{D_a}{r_0} \right)^{-5/6} - 0,82 \right) \frac{D_a^2}{\lambda} \leq F \leq \left(1,068 \left(\frac{D_a}{r_0} \right)^{-5/6} + 0,82 \right) \frac{D_a^2}{\lambda}. \quad (1)$$

Описание численных экспериментов

Реконструкция волнового фронта выполняется по результатам измерений датчика волнового фронта и является основным способом оценки его работы. Датчик Шэка–Гартмана состоит из микролинзового раstra и видеокамеры, при этом плоскость светочувствительной матрицы видеокамеры совмещена с фокальной плоскостью микролинз, а сам микролинзовый растр установлен в плоскости выходного зрачка телескопа [9].

В численных экспериментах, согласно сценарию (рис. 2, в), световое поле приходит на входную апертуру телескопа схемы Кассегрена 1, где 3 – первичное зеркало; 2 – вторичное. Микролинзовый растр 4, размещенный в плоскости выходного зрачка телескопа, разбивает световое поле на парциальные пучки, которые фокусируются в плоскости светочувствительной матрицы видеокамеры 5, где регистрируется гартманограмма. Анализ гартманограммы

(определение локальных наклонов и реконструкция по ним волнового фронта) выполняется на компьютере 6.

Комплексная амплитуда светового поля

$$E(x, y) = A(x, y) \exp(i\Phi(x, y)) \quad (2)$$

формируется амплитудным распределением, задаваемым функцией Гаусса (рис. 2, а),

$$A(x, y) = \exp\left[A_0 i(x^2 + y^2) \right] \quad (3)$$

и фазовым распределением, моделируемым в виде случайного фазового экрана (рис. 2, б), который представляет двумерный массив из спектральных отсчетов [21]:

$$\Phi(x, y) = \left[F_S(\alpha_{K,M}) \right]^{1/2} \Delta \alpha \exp(i\varphi_{\text{rand}}), \quad (4)$$

где $\alpha_{K,M} = \Delta \alpha \sqrt{K^2 + M^2}$; K, M – индексы, соответствующие узлам расчетной сетки размерностью $N_{\text{grid}} \times N_{\text{grid}}$, $N_{\text{grid}} = 1024$; $\Delta \alpha = 2\pi/(N_{\text{grid}} \Delta \rho)$ – шаг дискретизации по пространственной частоте, $\Delta \rho$ – расстояние между разнесенными точками с координатами $\rho = (x, y)$; φ_{rand} – равномерно распределенная фаза Фурье-образа в интервале $[0; 2\pi]$.

Спектральная плотность флуктуаций показателя преломления атмосферы $F_S(\alpha_{K,M})$ моделируется спектром фон Кармана:

$$F_S(\alpha_{K,M}) = 0,489 r_0^{-5/3} (\alpha_{K,M}^2 + \alpha_0^2)^{-11/6} \times \exp(-\alpha_{K,M}^2 / \alpha_m^2), \quad (5)$$

где $\alpha_0 = 2\pi/L_0$, $\alpha_m = 5,92/l_0$; турбулентные искажения светового поля варьируются в пределах инерционного интервала $l_0 \ll \rho \ll L_0$; L_0, l_0 – внешний и внутренний масштабы неоднородностей, в наших исследованиях $l_0 = 1$ мм и $L_0 = 10$ м [22].

Реконструкция волнового фронта, содержащего турбулентные искажения светового поля, выполняется по оценкам локальных наклонов аппроксимацией волновой функции $\Phi(x, y)$ полиномами Цернике $Z_j(x, y)$, ортогональными в круге единичного радиуса:

$$W(x, y) = \sum_{j=1}^{N_{\text{basis}}} C_j Z_j(x, y), \quad (6)$$

где j – номер aberrации в разложении волновой функции; C_j – весовые коэффициенты aberrаций; $N_{\text{basis}} = 35$ – число полиномов.

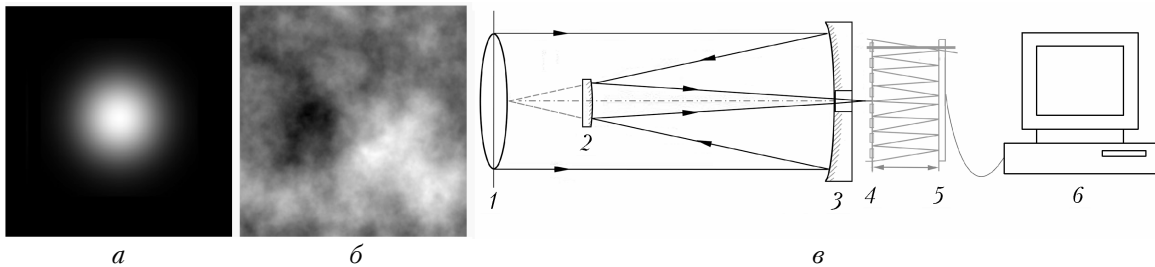


Рис. 2. Амплитудное (а) и фазовое (б) распределения светового поля; сценарий численных экспериментов по реконструкции волнового фронта на основе датчика Шэка–Гартмана (в)

Статистический анализ реконструкции волнового фронта

Известно [23], что каждый коэффициент в разложении (6) характеризует вклад аберрации заданного типа и порядка в общую волновую функцию, создавая определенные соотношения всех типов аберраций. Пусть Δ_j означает абсолютную долю вклада конкретной аберрации в разложении волновой функции (6), тогда общий вклад всех аберраций в разложение волновой функции стремится к единице $\sum_{j=1}^{N_{\text{basis}}} \Delta_j \approx 1$.

Статистический анализ реконструкции волнового фронта по измерениям датчика проводится усреднением абсолютной доли вклада каждой аберрации в совокупности распределений $W_i(x, y)$, соответствующих N случайным фазовым экранам (4):

$$\bar{\Delta}_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (|C_{ij}|/B_j), \quad B_j = \sum_{i=1}^N |C_{ij}|, \quad (7)$$

где i – номер случайного фазового экрана.

В наших численных исследованиях будут оцениваться вклады наклонов $\bar{\Delta}_{1,2}$ и дефокусировки $\bar{\Delta}_4$.

Точность реконструкции анализируется для турбулентных искажений различной интенсивности (r_0 варьируется в пределах 1–10 см) и оценивается величиной среднеквадратической остаточной ошибки Δ распределения реконструированного волнового фронта $W(x, y)$ относительно распределения измеряемого волнового фронта $\Phi(x, y)$:

$$\Delta = \frac{1}{N_r N_r - 1} \sum_{-N \leq i, j \leq N} [\Phi(x_i, y_j) - W(x_i, y_j)]^2, \quad (8)$$

где N_r – число значений волнового фронта в распределении размерностью $N_{\text{grid}} \cdot N_{\text{grid}}$, нормированных на $N_{\text{grid}}/2$ и входящих в круг единичного радиуса.

Усредненная по выборке из N случайных фазовых экранов остаточная ошибка вычисляется по формуле

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta_i. \quad (9)$$

Остаточная ошибка реконструкции волнового фронта по 35-ти полиномам Цернике, согласно таблице Нолла [24], равна $\Delta_{35} = 0,0135(D/r_0)^{5/3}$ рад², где D – диаметр входной апертуры системы, и является той величиной, к которой будем стремиться в проводимых исследованиях.

Результаты статистического анализа реконструкции волнового фронта

Отношение диаметра входной апертуры системы к значению параметра Фрида D/r_0 характеризует разрешение системы (телескопа). В настоящем чис-

ленном эксперименте диаметром входной апертуры служит диаметр круга, вписанного в распределение линзового раstra размерностью $N_{\text{grid}} = 512$ и размером пикселя 0,001 мм: $D = 0,512$ см. Для параметра Фрида $r_0 = 5$ см, нормированного на масштаб расчетной сетки, остаточная ошибка реконструкции волнового фронта составляет 0,654 рад².

В численных экспериментах при прохождении светового поля через микролинзу фокусное расстояние нормируется на дифракционную длину $Z_d = \kappa a_0^2$: a_0 – радиус входного парциального пучка, который в наших исследованиях соответствует половине диаметра микролинзы $D_a/2$; $\kappa = 2\pi/\lambda$ – волновое число.

В наших исследованиях F и Z_d подобраны таким образом, что изображение фокального пятна в пределах элемента светочувствительной матрицы, соответствующего субапертуре раstra, при отсутствии фазовых искажений светового поля представляет картину Эйри [16]. Значения фокусного расстояния микролинз F , нормированные на длину дифракции Z_d , варьируются в интервале от 4,64 до 6,2. Для $\lambda = 0,633$ мкм этот интервал соответствует интервалу от 12 до 16,1 мм, для $\lambda = 0,532$ мкм – от 14 до 19,2 мм.

На рис. 3 представлены результаты численных экспериментов по оценке точности реконструкции волнового фронта в зависимости от фокусного расстояния микролинзы из диапазона от 4,64 до 6,2. Параметры экспериментов: $N_{\text{grid}} = 512$; $N_{\text{lens}} = 64$; $r_0 = 5$ см; $N = 50$.

На рис. 3, а профили двумерных фазовых распределений $\Phi(x, y)$ представляют значения строк с номером $N_{\text{grid}}/2$. Профили реконструированных волновых фронтов соответствуют значениям $F = 4,64$ (кривая 2) и 6,2 (кривая 3). Из результатов реконструкции (рис. 3, б) следует, что точность реконструкции волнового фронта значительно зависит от фокусного расстояния микролинзы F .

Минимальное значение остаточной ошибки единичного экрана (ряд 1 на рис. 3, б) соответствует 0,4432 рад² при $F = 5,64$. Значения вкладов наклонов $\Delta_{1,2}$ в разложении волновой функции (6) для единичного случайного экрана меняются неоднозначно с увеличением F : по одной координате растут, по другой – уменьшаются с тем же коэффициентом пропорциональности; вклад дефокусировки Δ_4 в сравнении с вкладами наклонов незначителен (рис. 3, в).

Совершенно иная картина складывается для результатов экспериментов по выборке наборов турбулентных неоднородностей. Очевидно, что для различных наборов случайных фазовых неоднородностей минимальное значение остаточной ошибки будет различаться. На рис. 3, б показано, как в интервале значений F от 4,64 до 6,2 усредненная по выборке случайных фазовых экранов остаточная ошибка реконструкции (ряд 2) сначала уменьшается до 0,6028 рад² ($F = 5,36$), а затем возрастает до 1,0641 рад² ($F = 6,2$). Достоверность вычисления остаточной ошибки реконструкции $P_N(0,4 \leq \Delta \leq 1,2) \sim 8\%$. Усредненные по выборке экранов значения вкладов наклонов и дефокусировки в разложении волновой функции

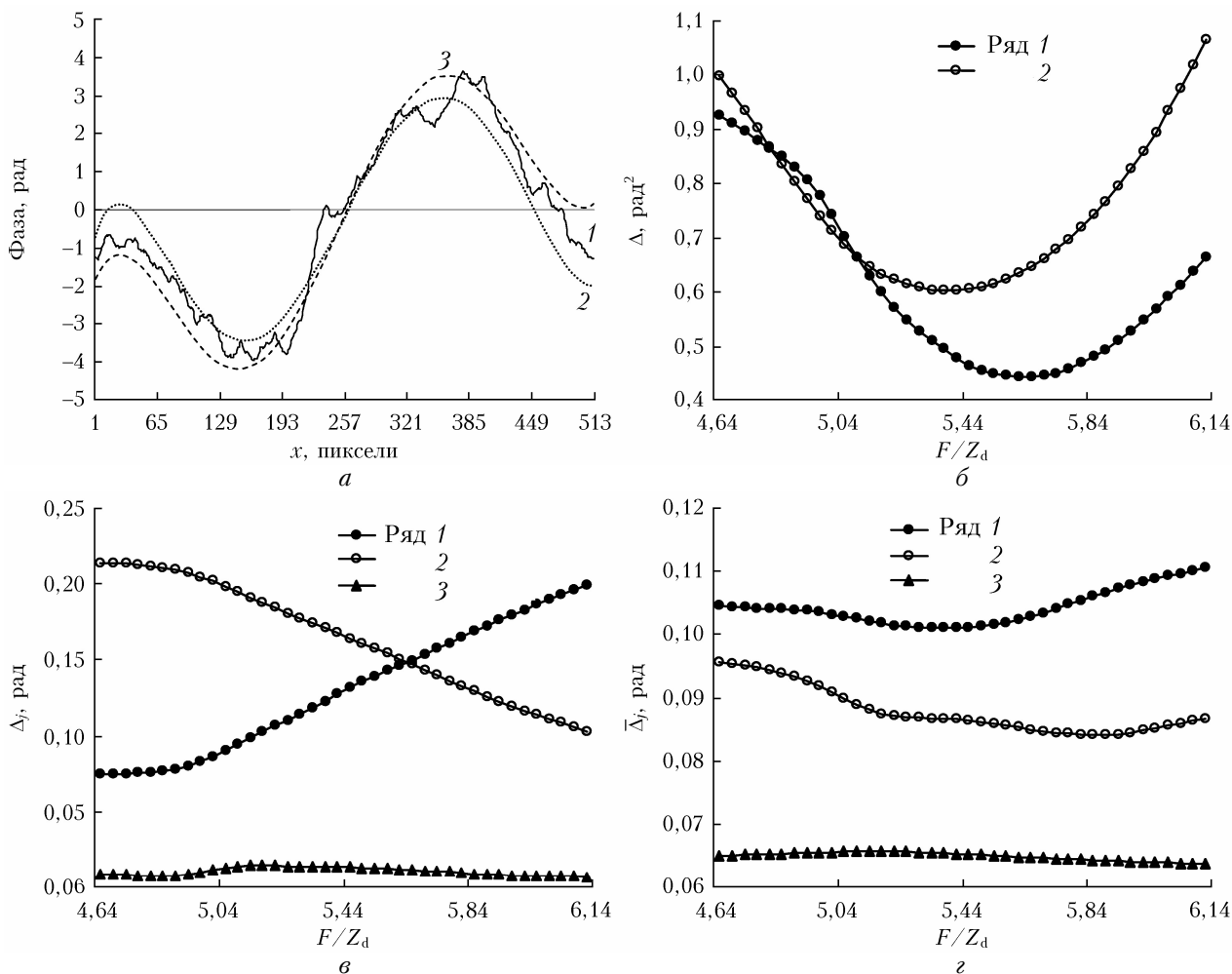


Рис. 3. Профили распределений измеряемого волнового фронта (кривая 1), реконструированных волновых фронтов (кривые 2 и 3) (а); остаточная ошибка реконструкции: ряд 1 соответствует единичному случайному фазовому экрану, 2 – средним значениям по выборке экранов (б); вклады наклонов (ряды 1 и 2) и дефокусировки (ряд 3) для единичного экрана (в); вклады, усредненные по выборке экранов (г)

незначительно уменьшаются с увеличением F , но при этом вклад наклона по одной координате превышает значения вклада по другой независимо от значения фокусного расстояния; вклад дефокусировки существенно возрастает – приблизительно в 10 раз. Достоверности вычисления вкладов наклонов $P_N(0,08 \leq \Delta_{1,2} \leq 0,12)$ и вклада дефокусировки $P_N(0,06 \leq \Delta_4 \leq 0,07)$ составляют ~6%.

Минимальное значение остаточной ошибки будет различаться и для разной интенсивности турбулентных искажений, задаваемой параметром Фрида.

В таблице представлены значения остаточной ошибки реконструкции волнового фронта по 35-ти полиномам Цернике по формуле Нолла Δ_{35} ; мини-

мальные значения остаточной ошибки реконструкции $\bar{\Delta}_{\min}$, усредненной по выборке из 50-ти различных экранов, и соответствующие им значения F для различных значений r_0 .

Характерное значение F , соответствующее $\bar{\Delta}_{\min}$, убывает с уменьшением интенсивности турбулентных искажений. Очевидно, что между параметром Фрида, характеризующим интенсивность турбулентных искажений, и фокусным расстоянием микролинз присутствует функциональная зависимость (1).

Из таблицы следует, что значения $\bar{\Delta}_{\min}$ отличаются от остаточной ошибки по Ноллу Δ_{35} : $\Delta_{35} - \bar{\Delta}_{\min} > 0$ при $1 \text{ см} \leq r_0 \leq 3 \text{ см}$; $\Delta_{35} - \bar{\Delta}_{\min} < 0$ при $4 \text{ см} \leq r_0 \leq 10 \text{ см}$.

Оценки остаточной ошибки реконструкции волнового фронта

Параметр	r_0 , см									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δ_{35} , рад ²	9,5613	3,0116	1,5322	0,9486	0,6539	0,4826	0,3733	0,2988	0,2455	0,206
$\bar{\Delta}_{\min}$, рад ²	8,1441	2,7466	1,4765	0,9514	0,6764	0,515	0,4229	0,3452	0,2989	0,2445
F	5,96	5,56	5,48	5,44	5,4	5,36	5,32	5,28	5,24	5,20

Результаты статистического анализа реконструкции волнового фронта с учетом объема регистрируемой информации

Объем регистрируемой информации в датчике Шэка–Гартмана определяется диаметром входной апертуры системы, областью центрального экранирования телескопа [25], а также распределением амплитуды светового поля (3). На рис. 4 представлены особенности оптической части датчика, влияющие на объем регистрируемой информации в нем.

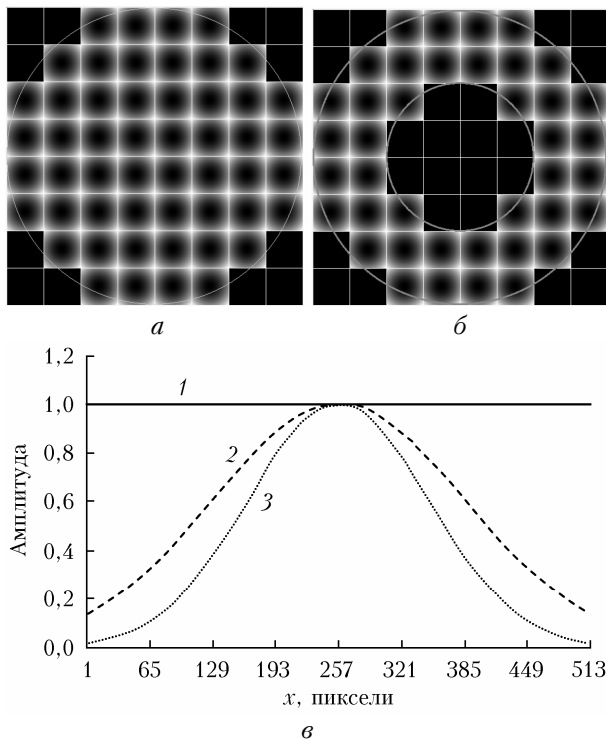


Рис. 4. Полутоновые изображения линзового раstra с учетом круглой формы входной апертуры системы (а) и области центрального экранирования телескопа (б); профили амплитудных распределений светового поля на входной апертуре системы (в)

Линзовому раstrу размерностью 8×8 суб-апертур в фокальной плоскости видеокамеры, согласно входной апертуре телескопа круглой формы (рис. 4, а), будет соответствовать гартманогрaмма из 52 фокальных пятен, и с учетом центрального экранирования телескопа, составляющего 20% от 52 суб-апертур (рис. 4, б), число анализируемых изображений фокальных пятен $N_{\text{sub}} = 40$.

Профили амплитудных распределений светового поля на входной апертуре системы представлены на рис. 4, в: кривая 1 соответствует константе; 2 и 3 – функции Гаусса (3) с $A_0 = 0,5$ и $1,0$. Распределение поля будет гауссово в любой плоскости, меняться будет лишь ширина этого распределения. Другими словами, коэффициент A_0 задает скорость уменьшения амплитуды поля при удалении от оси

распространения и тем самым определяет мощность парциальных пучков, на которые линзовый растр разбивает световое поле на входной апертуре системы.

Результаты экспериментов по оценке остаточной ошибки реконструкции в зависимости от фокусного расстояния микролинз раstra для светового поля с интенсивностью фазовых искажений $r_0 = 5$ см и различными амплитудными распределениями (рис. 4, в) представлены на рис. 5.

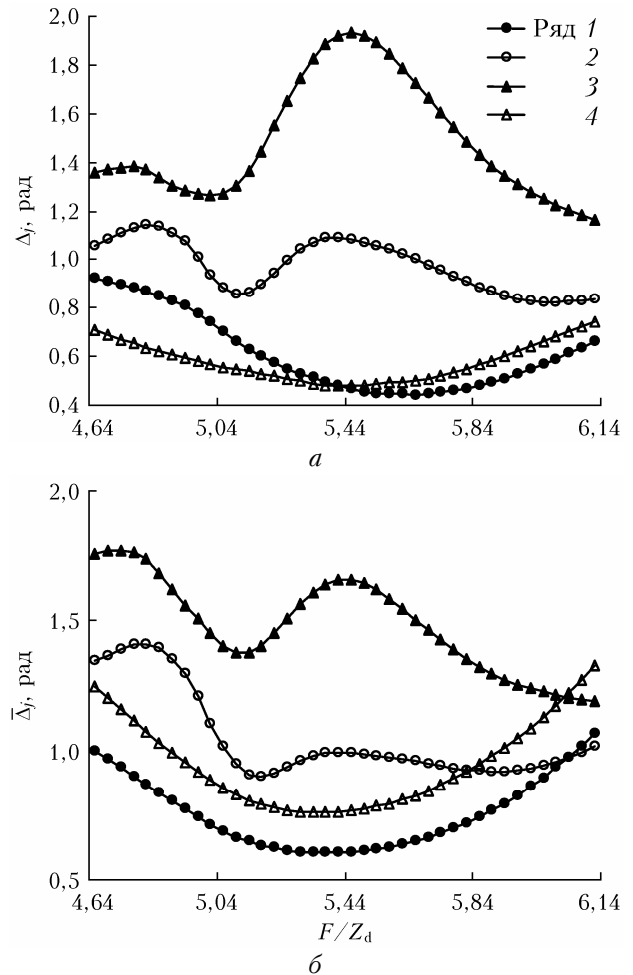


Рис. 5. Остаточная ошибка реконструкции для единичного экрана (а); результат усреднения по выборке экранов в зависимости от F (б): ряды 1 и 4 соответствуют световому полю с амплитудным распределением в виде константы (ряд 4 с учетом центрального экранирования телескопа); ряды 2 и 3 – в виде функции Гаусса ($A_0 = 0,5$ и $1,0$ соответственно)

Очевидно, что задание амплитудного распределения в виде функции Гаусса сужает диапазон значений фокусного расстояния: следует рассматривать интервал от 4,76 до 5,44. Чем больше скорость уменьшения амплитуды поля при удалении от оси распространения, тем больше остаточная ошибка реконструкции для всех значений F и для единичного фазового случайного экрана, и для результата усреднения по выборке экранов. Учет центрального экранирования не влияет на диапазон значений F ,

при этом усредненная по выборке экранов остаточная ошибка реконструкции возрастает на $\sim 25\%$ при всех значениях F ; для единичного экрана однозначный рост отсутствует.

Известно, что величина остаточной ошибки реконструкции зависит от числа микролинз в растре [26]. На рис. 6 представлены зависимости остаточной ошибки от значений F для двух датчиков: 8×8 и 16×16 микролинз размером 64 пикселя.

Датчик с растром размерностью 8×8 микролинз дает большую остаточную ошибку реконструкции, чем датчик 16×16 при всех значениях F , при этом в датчике 16×16 остаточная ошибка меняется незначительно, а диапазон значений F увеличивается и начинается от 3,64. В сравнении с результатами для датчика с растром размерностью 8×8 (см. рис. 3, *в* и рис. 3, *г*) вклады обоих наклонов растут практически одинаково с увеличением F ; вклад дефокусировки значительно увеличивается для единичного случайного фазового экрана и не меняется для усредненной оценки по выборке экранов.

На основе проведенного статистического анализа согласованности параметров линзового растра с результатами реконструкции волнового фронта можно заключить, что проблему разницы геометрического и дифракционного фокусов, обуславливающей точность измерений датчика Шэка–Гартмана, следует предварительно решать путем компьютерных расчетов по ниже представленному алгоритму.

Алгоритм расчета фокусного расстояния микролинз

При изготовлении дифракционного микролинзового растра основными параметрами являются размерность растра N_{lens} , диаметр микролинзы D_d и фокусное расстояние единичной микролинзы F . Предварительные оценки этих параметров должны учитывать параметры источника излучения – длину волны λ ; параметры канала передачи, т.е. интенсивность турбулентных искажений оптического

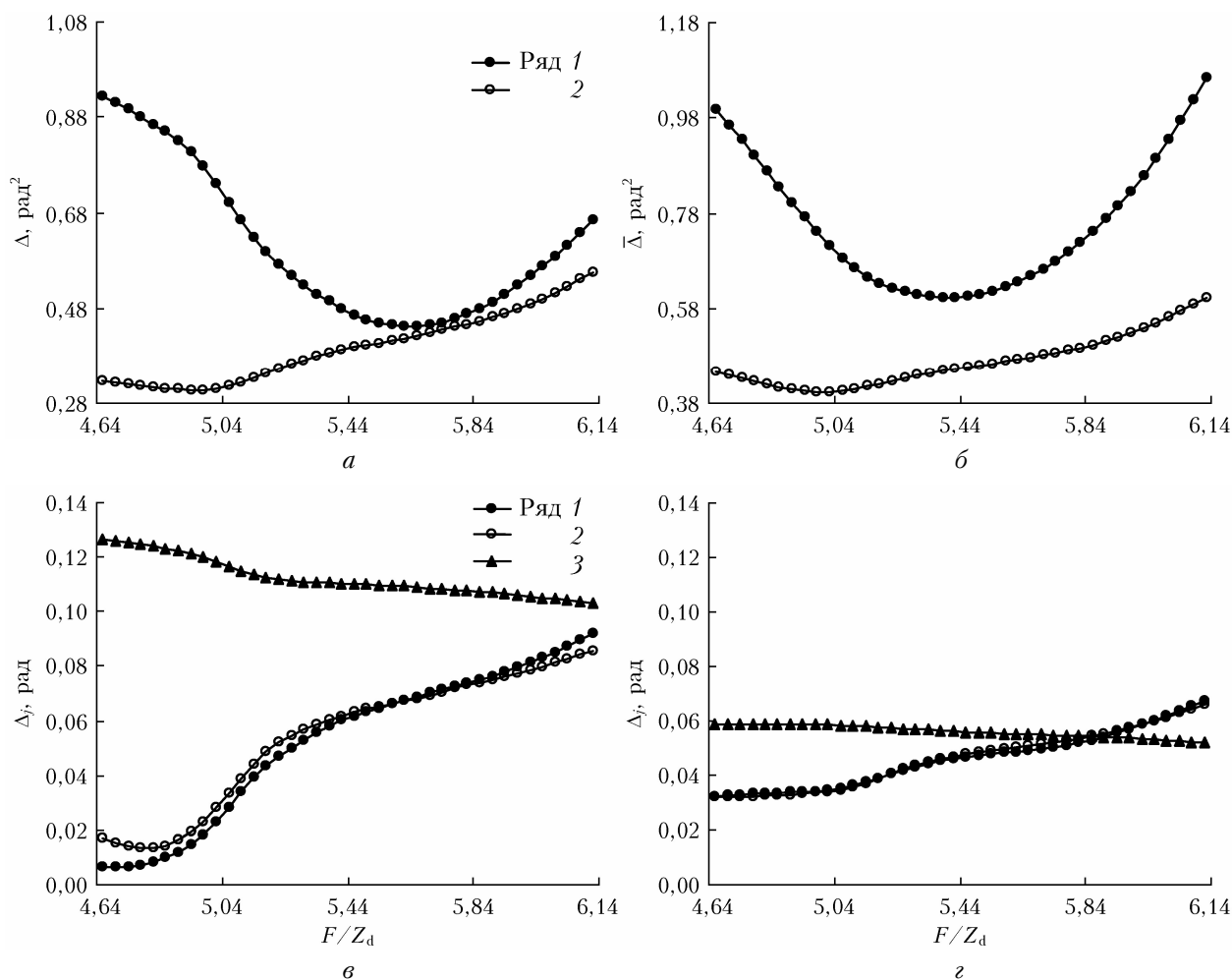


Рис. 6. Остаточная ошибка реконструкции для единичного экрана (ряд 1) и результат усреднения по выборке экранов (ряд 2) по измерениям датчика с растром размерностью 8×8 (*a*); 16×16 микролинз (*б*); вклады наклонов (ряды 1 и 2) и дефокусировки (ряд 3) для единичного экрана по измерениям датчика с растром размерностью 8×8 (*в*) и 16×16 микролинз (*г*)

излучения – параметр Фрида r_0 ; а также размер пикселя приемного устройства p_{size} .

Для линзового растра с полным заполнением его микролинзами D_a должен соответствовать размеру области на светочувствительной матрице, равной N_s пикселей. Следовательно, $D_a = (N_{\text{grid}} \cdot p_{\text{size}}) / N_{\text{lens}}$.

Алгоритм взвешенных центров тяжести [9, 20], который дает оптимальный результат независимо от отношения сигнал-шум, особенно для точечных источников [27], определяет координаты центров тяжести фокальных пятен в плоскости регистрации и накладывает ограничения, описанные в настоящей работе как условия корректности измерений локальных наклонов, на расчетную формулу фокусного расстояния микролинз

$$F = 0,5(N_s - \psi) \text{tg}(\alpha_{\text{max}}), \quad (10)$$

где ψ – диаметр первого кольца диска Эйри [16].

Поскольку максимальный угол прихода волнового фронта, согласно [23], равен $\alpha_{\text{max}} = 2,5\sigma_a^2$, то расчетная формула фокусного расстояния микролинз имеет вид

$$F = \left[0,5N_{\text{grid}} p_{\text{size}} - 2,44 \frac{\lambda}{N_{\text{grid}} p_{\text{size}}} \right] \times \text{tg} \left[0,455 \left(\frac{D}{r_0} \right)^{5/3} \left(\frac{\lambda}{D} \right)^2 \right]. \quad (11)$$

С одной стороны, компонента $(D/r_0)^{5/3}$ входит в угловое выражение тангенса, с другой, – пропорциональна Δ_{35} [25]. Поправка к этой компоненте в формуле (11), согласно представленным в таблице оценкам остаточной ошибки реконструкции волнового фронта Δ_{35} и $\bar{\Delta}_{\text{min}}$, составляет $74,1 \text{sign}(\Delta_{35} - \bar{\Delta}_{\text{min}})$.

Пусть система включает в себя телескоп Meade LX-200 (диаметр 356 мм), камеру Мако 223 NIR (размер пикселя 5,5 мкм, высота фотоприемной матрицы 1080 пикселей), источник излучения с $\lambda = 0,532$ мкм. Чтобы обеспечить работу системы в условиях турбулентных искажений ($r_0 \geq 5$ см), область светочувствительной матрицы, соответствующая субапертуре растра в датчике Шэка–Гартмана, должна составлять 60 пикселей. Тогда параметры растра размерностью 18×18 микролинз, согласно расчетам по формуле (11), следующие: $D_a = 330$ мкм; $F = 11760$ мкм.

При использовании растра с рассчитанными выше параметрами для другой длины волны источника излучения, например 1,064 мкм, при сохранении геометрических размеров линзлета и диаметра микролинзы 330 мкм фокусное расстояние микролинз составит 5880 мкм.

Таким образом, можно утверждать, что без перенастройки датчика волнового фронта работа адаптивной оптической системы на двух разных длинах волн с достаточной точностью невозможна. Остаточная ошибка реконструкции волнового фронта, измеряемого на двух разных длинах волн, может достигать 50% (см. рис. 3, б). Поэтому на этапе конструи-

рования адаптивной системы очень важно точно определить параметры оптической части датчика волнового фронта.

Заключение

В численных экспериментах получены оценки точности реконструкции волнового фронта, искаженного атмосферной турбулентностью, с учетом передаточных функций между телескопом и датчиком, между растром и светочувствительной матрицей приемного устройства в датчике волнового фронта Шэка–Гартмана.

На основе полученных оценок выработаны рекомендации, которые положены в основу алгоритма, реализующего расчет допустимых параметров линзового растра для эффективной работы датчика.

Показано, что точность измерений датчика Шэка–Гартмана при использовании одного и того же линзового растра, но для разных длин волн источника излучения существенно различается.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИОА СО РАН.

1. *Лукин В.П.* Формирование оптических пучков и изображений на основе применения систем адаптивной оптики // *Успехи физ. наук.* 2014. Т. 184, № 16. С. 599–640.
2. *Ботыгина Н.Н., Колобов Д.Ю., Ковадло П.Г., Лукин В.П., Чупраков С.А., Шиховцев А.Ю.* Двухзеркальная адаптивная система коррекции атмосферных помех Большого солнечного вакуумного телескопа // *Оптика атмосф. и океана.* 2018. Т. 31, № 7. С. 563–569; *Botygina N.N., Kolobov D.Yu., Kovadlo P.G., Lukin V.P., Chuprakov S.A., Shikhovtsev A.Yu.* Two-mirror adaptive system for correction of atmospheric disturbances of the Large Solar Vacuum Telescope // *Atmos. Ocean. Opt.* 2018. V. 31, N 6. P. 709–717. DOI: 10.1134/S1024856018060064.
3. *Лукин В.П., Ботыгина Н.Н., Антошкин Л.В., Борзилов А.Г., Емалеев О.Н., Коняев П.А., Ковадло П.Г., Колобов Д.Ю., Селин А.А., Соин Е.Л., Шиховцев А.Ю., Чупраков С.А.* Многокаскадная система коррекции изображения для Большого солнечного вакуумного телескопа // *Оптика атмосф. и океана.* 2019. Т. 32, № 5. С. 404–413; *Lukin V.P., Botygina N.N., Antoshkin L.V., Borzilov A.G., Emaleev O.N., Konyayev P.A., Kovadlo P.G., Kolobov D.Yu., Selin A.A., Soin E.L., Shikhovtsev A.Yu., Chuprakov S.A.* Multi-cascade image correction system for the Large solar vacuum telescope // *Atmos. Ocean. Opt.* 2019. V. 32, N 5. P. 597–606. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-725.
4. *Lukin V.P., Botygina N.N., Konyayev P.A., Kulagin O.V., Gorbunov I.A.* The combined use of adaptive optics and nonlinear optical wavefront reversal techniques to compensate for turbulent distortions when focusing laser radiation on distant objects // *Computer Optics.* 2020. V. 44, N 4. P. 519–532. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-725.
5. *Lukin V.P., Botygina N.N., Emaleev O.N., Lavrinov V.V.* Peculiarities of adaptive phase correction of optical wave distortions under conditions of "strong" intensity fluctuations // *Quantum. Electron.* 2020. V. 50, N 9. P. 866–875. DOI: 10.1070/QEL17302.
6. *Rukosuev A.L., Belousov V.N., Nikitin A.N., Sheldakova Yu.V., Kudryashov A.V., Bogachev V.A., Volkov M.V., Garanin S.G., Starikov F.A.* Smart adaptive

- optical system for correcting the laser wavefront distorted by atmospheric turbulence // *Quantum Electron.* 2020. V. 50, N 8. P. 707–709. DOI: 10.1070/QEL17382.
7. Венедиктов В.Ю., Венедиктов Д.В., Горелая А.В., Дмитриева А.Д., Дмитриев Д.И., Кудряшов А.В., Ловчий И.Л., Цветков А.Д., Шальмов Е.В., Шелдакова Ю.В., Шубенкова Е.В. Исследование распространения и адаптивно-оптической коррекции лазерного пучка на изолированной от внешнего воздействия атмосферной трассе // *Оптика атмосф. и океана.* 2016. Т. 29, № 11. С. 942–948. DOI: 10.15372/AOO20161107.
 8. Боршевников А.Н., Дементьев Д.А., Леонов Е.В., Ляхов Д.М., Сохарева Г.Н., Черных А.В., Шанин Ю.И., Щипалкин В.И. Управление адаптивной оптической системой с деформируемыми зеркалами низкого и высокого пространственных разрешений // *Автометрия.* 2018. Т. 54, № 3. С. 119–125. DOI: 10.15372/AUT20180315.
 9. Лукин В.П., Ботыгина Н.Н., Емалеев О.Н., Корольков В.П., Лавринова Л.Н., Насыров Р.К., Полещук А.Г., Черкашин В.В. Датчик Шэка–Гартмана на основе раstra низкоапертурных внеосевых дифракционных линз // *Автометрия.* 2009. Т. 45, № 2. С. 88–98.
 10. Zhiqiang Xu, Shuai Wang, Mengmeng Zhao, Wang Zhao, Lizhi Dong, Xing He, Ping Yang, Bing Xu. Wavefront reconstruction of a Shack–Hartmann sensor with insufficient lenslets based on an extreme learning machine // *Appl. Opt.* 2020. V. 59, N 16. P. 4768–4774. DOI: 10.1364/AO.388463.
 11. Vohnsen B., Carmichael M.A., Qaysi S., Sharmin N. Hartmann–Shack wavefront sensing without a lenslet array using a digital micromirror device machine // *Appl. Opt.* 2020. V. 57, N 22. P. E199–E204. DOI: 10.1364/AO.57.00E199.
 12. Aftab M., Choi H., Liang R., Kim D.W. Adaptive Shack–Hartmann wavefront sensor accommodating large wavefront variations // *Opt. Express.* 2018. V. 26, N 26. P. 34428–34441. DOI: 10.1364/OE.26.034428.
 13. Zhaoyi Zhu, Quanquan Mu, Dayu Li, Chengliang Yang, Zhaoliang Cao, Lifa Hu, Li Xuan. More Zernike modes' open-loop measurement in the sub-aperture of the Shack–Hartmann wavefront sensor // *Opt. Express.* 2016. V. 24, N 21. P. 24611–24623. DOI: 10.1364/OE.24.024611.
 14. Akondi V., Steven S., Dubra A. Centroid error due to non-uniform lenslet illumination in the Shack–Hartmann wavefront sensor // *Opt. Lett.* 2019. V. 44, N 17. P. 4167–4170. DOI: 10.1364/OL.44.004167.
 15. Полещук А.Г., Седухин А.Г., Трунов В.И., Максимов В.Г. Датчик Гартмана на основе многоэлементных амплитудных масок с аподизированными апертурами // *Компьютерная оптика.* 2014. Т. 38, № 4. С. 695–703.
 16. Токовинин А. Лекции по адаптивной оптике / пер. с англ. В.Д. Попова / под ред. А.А. Токовинина [Электронный ресурс]. 2005. URL: <http://www.ctio.noao.edu/~atokovin/tutorial/> (дата обращения 17.11.2020).
 17. Кудряшов А.В., Самаркин В.В., Шелдакова Ю.В., Александров А.Г. Анализ способа компенсации волнового фронта при использовании датчика Шэка–Гартмана как элемента адаптивной системы // *Автометрия.* 2012. Т. 48, № 2. С. 52–58.
 18. Akondi V., Dubra A. Accounting for focal shift in the Shack–Hartmann wavefront sensor // *Opt. Lett.* 2019. V. 44, N 17. P. 4151–4154. DOI: 10.1364/OL.44.004151.
 19. Антошкин Л.В., Ботыгина Н.Н., Емалеев О.Н., Лавринова Л.Н., Лукин В.П. Дифференциальный оптический измеритель параметров атмосферной турбулентности // *Оптика атмосф. и океана.* 1998. Т. 11, № 11. С. 1219–1223.
 20. Лавринов В.В., Лавринова Л.Н. Численный анализ реконструкции волнового фронта в условиях высокоинтенсивной атмосферной турбулентности // *Оптика атмосф. и океана.* 2020. Т. 33, № 2. С. 104–112; Lavrinov V.V., Lavrinova L.N. Numerical analysis of wavefront reconstruction under conditions of high-intensity atmospheric turbulence // *Atmos. Ocean.* 2020. V. 33, N 4. P. 332–339. DOI: 10.1134/S102485602004007.
 21. Лукин В.П., Фортес Б.В. Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 211 с.
 22. Антошкин Л.В., Лавринов В.В., Лавринова Л.Н. Численный анализ эволюции фазовых флуктуаций светового поля на входной апертуре адаптивной оптической системы // *Оптика атмосф. и океана.* 2016. Т. 29, № 11. С. 926–933.
 23. Шанин О.И. Адаптивные оптические системы коррекции наклонов. Резонансная адаптивная оптика. М.: Техносфера, 2013. 296 с.
 24. Noll R.J. Zernike Polynomials and atmosphere turbulence // *J. Opt. Soc. Am.* 1976. V. 66, N 3. P. 207–211.
 25. Kucherenko M.A., Lavrinova V.V., Lavrinova L.N. Reconstruction of a wavefront distorted by atmospheric turbulence with account for optical scheme of the telescope // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing.* 2019. V. 55, N 6. P. 631–637. DOI: 10.3103/S8756699019060153.
 26. Lechner D., Zepp A., Eichhorn M., Gladysz S. Adaptable Shack–Hartmann wavefront sensor with diffractive lenslet arrays to mitigate the effects of scintillation // *Opt. Express.* 2020. V. 28, N 24. P. 36188–36205. DOI: 10.1364/OE.410217.
 27. Lardiere O., Conan R., Clare R., Bradley C., Hubin N. Performance comparison of centroiding algorithms for laser guide star wavefront sensing with extremely large telescopes // *Appl. Opt.* 2010. V. 49, N 31. P. G78–G94.

V.V. Lavrinov, L.N. Lavrinova. **Optimization of lens raster parameters in a Shack–Hartmann wavefront sensor.**

Choice of the parameters of the lens raster in a Shack–Hartmann wavefront sensor with the minimal residual error in the wavefront reconstruction is one of the solutions to the problem of the sensor measurement accuracy. This paper presents the results of numerical experiments on estimating the accuracy of reconstruction of the wavefront distorted by atmospheric turbulence taking into account the transfer functions between the telescope and the sensor and between the raster and the photosensitive matrix of the receiving device.