

М.П. Ангелов, М.А. Афонин, Д.С. Бочков, В.А. Донченко, А.А. Землянов, М.В. Кабанов, А.В. Клюев, Н.Н. Латышев, В.М. Мохов, В.В. Соколов

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПРОФИЛЯ ОПТИЧЕСКОГО ПУЧКА ТОМОГРАФИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

Представляются результаты исследования возможности определения энергетической структуры светового пучка путем измерения рассеянного излучения с последующей обработкой экспериментальных данных томографическими методами.

Один из подходов к реализации бесконтактного измерителя энергетической структуры светового пучка может заключаться в регистрации при различных ракурсах проекций рассеянного излучения с последующим восстановлением распределения мощности в поперечном сечении пучка методами реконструктивной вычислительной томографии (РВТ). Возможность такого подхода достаточно детально исследуется в работах [1–3] на основе уравнения переноса излучения. Остается, однако, открытым вопрос о роли способа получения лучевых сумм, используемых в алгоритмах восстановления. В свете обсуждаемой проблемы этот вопрос имеет немаловажное значение в связи с малой энергетикой рассеянного излучения и возможным влиянием дифракционных эффектов на апертуре приемного устройства.

В настоящей статье исследуется практическая возможность применения методов РВТ для диагностики энергетической структуры рассеивающего канала в условиях фотоэлектрического приема с простейшим способом коллимации принимаемого излучения. Схема приема и механизм погрешностей, возникающих при измерениях, анализируются на базе эмиссионной модели с использованием волнового подхода к описанию излучения.

Рассеивающий канал представим в виде цилиндра с равномерно распределенными в нем частицами, являющимися источниками вторичного излучения; при этом интенсивность излучения от каждого такого источника пропорциональна интенсивности падающего излучения, а эффекты экранирования частиц в направлении, перпендикулярном оси цилиндра, пренебрежимо малы, что соответствует случаю линейного взаимодействия излучения со средой и однократного рассеяния света системой монодисперсных частиц.

Рассмотрим простейшую схему приема, в которой коллимация пучка осуществляется диафрагмой с круглым отверстием радиуса ρ , центр которого совпадает с началом координат, ось x перпендикулярна плоскости диафрагмы, а ось z параллельна оси рассматриваемого канала. Детектор регистрирует интенсивность рассеянного излучения в точках $\mathbf{r}_1(y_1, z_1)$ плоскости, параллельной плоскости (y, z) и отстоящей от нее на расстоянии x_1 . Пусть теперь плоскость (y_0, z_0) , параллельная (y, z) и отстоящая от нее на расстоянии x_0 , представляет собой продольное сечение канала и $t(x_0, \mathbf{r}_0)$ — пространственное распределение амплитуды поля прямого излучения в канале. Тогда в произвольной точке \mathbf{r}_1 приемной плоскости поле рассеянного излучения, даваемого плоскостью (y_0, z_0) , можно представить в виде интеграла суперпозиции

$$U(x_0, x_1, \mathbf{r}_1) = \frac{i}{\lambda x_1} \int t(x_0, \mathbf{r}_0) \sqrt{\chi(\theta)} \frac{P(\mathbf{r})}{x_0} \exp \left\{ ik \left[(x_1 - x_0) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2} \frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r})^2}{x_1} - \frac{1}{2} \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^2}{x_0} \right] \right\} d\mathbf{r} d\mathbf{r}_0, \quad (1)$$

где $\chi(\theta)$ — индикатриса рассеяния; $\theta = \theta(x_0, \mathbf{r}_0, \mathbf{r})$ — угол между направлением наблюдения и вектором поляризации падающей волны; \mathbf{r}_0 и \mathbf{r} — двумерные радиусы-векторы соответственно в плоскостях (y_0, z_0) и (y, z) ; $P(\mathbf{r}) = \text{circ}\left(\frac{r}{\rho}\right)$ — функция зрачка; $\kappa = \frac{2\pi}{\lambda}$; λ — длина волны.

Вклад всех рассеивающих центров канала в точку \mathbf{r}_1 можно получить интегрированием $U(x_0, x_1, \mathbf{r}_1)$ по всем сечениям канала.

Далее необходимо выяснить, при каких условиях интенсивность принимаемого излучения $I(x_1, \mathbf{r}_1) = \int dx_0 \langle |U(x_0, x_1, \mathbf{r}_1)|^2 \rangle$ хотя бы асимптотически представима в виде преобразования Радона интенсивности $I_0(x_0, \mathbf{r}_0) = \langle |t(x_0, \mathbf{r}_0)|^2 \rangle$ прямого излучения в канале.

Рассмотрим вначале случай, когда диафрагма находится в непосредственной близости к исследуемому каналу и поперечные размеры d самого канала достаточно малы, так что для всех точек, лежащих в пределах угла поля зрения детектора, выполняется условие

$$\rho^2/\lambda|x_0| \gg 1. \quad (2)$$

Приняв $\varkappa(\theta)$ медленно меняющейся функцией \mathbf{r} , выполнив проективное преобразование функции зрачка и проведя интегрирование по \mathbf{r} , получим

$$U(x_0, x_1, \mathbf{r}_1) = \int t(x_0, \mathbf{r}_0) V_{\varkappa}(\theta) \frac{\text{circ} \left[\frac{x_1}{\rho(x_1 - x_0)} \left| \mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1 \frac{x_0}{x_1} \right| \right]}{x_1 - x_0} \times \\ \times \exp \left\{ ik \left[(x_1 - x_0) + \frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0)^2}{x_1 - x_0} \right] \right\} d\mathbf{r}_0.$$

Считая далее рассеивающие центры статистически независимыми, легко получить

$$I(x_1, \mathbf{r}_1) = \int I_0(x_0, \mathbf{r}_0) \varkappa(\theta) \frac{\text{circ} \left[\frac{x_1}{\rho(x_1 - x_0)^2} \left| \mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1 \frac{x_0}{x_1} \right| \right]}{(x_1 - x_0)^2} dx_0 d\mathbf{r}_0.$$

Асимптотическое поведение полученного интеграла легко проследить, воспользовавшись известным определением δ -функции

$$\delta(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{N^2}{\pi} \text{circ}(Nr) \right].$$

Тогда, считая $\rho/x_1 \rightarrow 0$, имеем приближенно

$$I(x_1, \mathbf{r}_1) \simeq \frac{S \varkappa(\theta)}{x_1^2} \int I_0 \left(x_0, \mathbf{r}_1 \frac{x_0}{x_1} \right) dx_0, \quad (3)$$

где $S = \pi \rho^2$.

Чем меньше телесный угол S/x_1^2 конуса принимаемых детектором лучей, тем точнее выполняется записанное приближенное равенство. Уменьшение угла ограничено практически порогом чувствительности приемника, так что аддитивные погрешности, связанные с использованием формулы (3), сказываются на пространственном разрешении, линейную величину которого можно оценить как $\Delta \approx 2(d + x_1)\rho/x_1$.

Следует отметить, что нарушение условия (2), которое может возникнуть, в частности, при исследовании достаточно широких каналов, может привести к существенному искажению информации. Так, например, те точки (x_0, \mathbf{r}_0) вдоль трассы принимаемого пучка, для которых радиус отверстия ρ равен радиусам четных зон Френеля, будут давать энергетический вклад в точку приема существенно меньший, нежели точки, для которых ρ совпадает с радиусом нечетных зон. В этом случае не удастся получить соотношение, подобное (3), что, по-видимому, говорит о неприемлемости данного способа измерения в указанных условиях.

Рассмотрим теперь случай, когда $\frac{\rho^2}{\lambda|x_0|} \ll 1$ и $\frac{\rho^2}{\lambda x_1} \ll 1$, что соответствует приближению Фраунгофера поставленной дифракционной задачи. Выполняя интегрирование по \mathbf{r} в формуле (1), с учетом статистической независимости рассеивающих частиц в канале получим

$$I = \frac{S}{x_1^2} \int I_0(x_0, \mathbf{r}_0) \varkappa(\theta) \left[J_1 \left(\frac{2\pi\rho}{\lambda} \left| \frac{\mathbf{r}_1}{x_1} - \frac{\mathbf{r}_0}{x_0} \right| \right) \right]^2 / x_0^2 \pi \left(\frac{\mathbf{r}_1}{x_1} - \frac{\mathbf{r}_0}{x_0} \right)^2 dx_0 d\mathbf{r}_0,$$

где $J_1(x)$ — функция Бесселя 1-го рода.

Нетрудно проверить, что функция $\frac{[J_1(NR)]^2}{\pi r^2}$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ в пределе при $N \rightarrow \infty$ обладает всеми свойствами, присущими двумерной δ -функции, и в этом случае $I(x_1, \mathbf{r}_1)$ асимптотически представима в виде линейного интеграла (2) при условии $\rho/\lambda \rightarrow \infty$.

Ввиду практической невозможности одновременного выполнения условий $\rho^2/\lambda|x_0| \ll 1$ и $\rho\lambda \rightarrow \infty$ погрешности, возникающие при интерпретации $I(x_1, r_1)$ как лучевой суммы, обусловлены в основном дифракционными эффектами. Линейная величина пространственного разрешения в этом случае может быть оценена как $\Delta = \frac{0,61\lambda L}{\rho}$, где L — максимальное расстояние от отверстия до точек канала.

В эксперименте источниками излучения служили газовые лазеры ЛГ-75 в режиме генерации основной моды. С помощью коллиматоров и системы зеркал формировались два параллельных пучка, удаленных друг от друга на расстояние, сравнимое с их размерами d на уровне половинной мощности. Измерение распределения интенсивности рассеянного в воздухе под углом 90° излучения осуществлялось сканирующей приемной системой, позволяющей для углов наблюдения (ракурсов) от 0 до 360° получать проекции с интервалом дискретизации 1 мм, составляющим не более 20% от d . В качестве приемника использовался фотоэлектронный умножитель ФЭУ-79. Для улучшения отношения сигнал-шум проводилась модуляция излучения лазеров с частотой около 1 кГц, а фотокатод ФЭУ охлаждался до $t = -20^\circ\text{C}$. Перед входным окном ФЭУ размещалось коллимирующее устройство в виде трубки длиной 100 мм и диаметром $0,8$ мм.

Выбранная геометрия эксперимента отвечала неравенству (2), и обеспечивала условия уверенного приема излучения, когда отношение сигнал-шум много больше единицы.

Типичные проекции рассеянного излучения представлены на рис. 1, где кривая 1 характеризует излучение от первого пучка, кривая 2 — от второго пучка, кривая 3 — от двух пучков, расположенных друг за другом при $\theta = 0^\circ$, кривая 4 является арифметической суммой кривых 1 и 2, а кривая 5 представляет излучение пучков при $\theta = 90^\circ$. Практически полное совпадение кривых совместного рассеяния (3) и арифметической суммы рассеяния пучков (4) говорит об адекватности принятой модели взаимодействия излучения со средой, при этом значительная зависимость проекций от θ (см. кривые 1, 2 и 5) указывает на необходимость оценки и учета индикатрисы рассеяния $\chi(\theta)$.

Полученные результаты явились основанием для применения методов компьютерной томографии, при реализации которых в ЭВМ вводились данные, полученные в результате сканирования светового пучка в поперечном сечении, и над ними с учетом значений $\chi(\theta)$ и интервала дискретизации проекций в эксперименте осуществлялось прямое преобразование Радона, дающее с точностью до коэффициента набор проекций рассеянного излучения. С целью установления степени адекватности вычисленных проекций экспериментальным данным для них находилось значение коэффициента корреляции K_1 которое для $\theta = 0$ и 90° (пучки расположены рядом и друг за другом) составило более $0,99$, что при уровне значимости $1 \cdot 10^{-3}$ позволяет считать K_1 весьма значимым и говорить о полном соответствии вычисленных проекции экспериментальным данным.

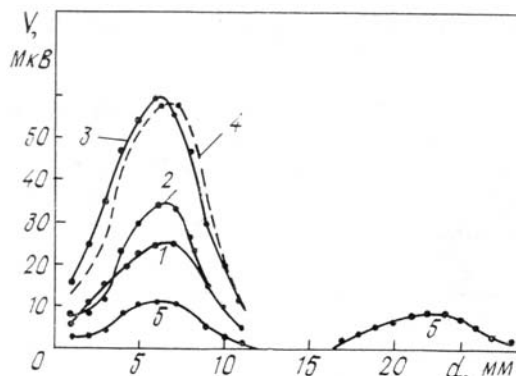


Рис. 1. Экспериментальные проекции рассеянного излучения

Восстановление профиля оптического пучка по вычисленным проекциям производилось методом обращения по Фурье [4], исходными данными для которого являлась матрица P дискретных отсчетов $p(m \cdot \Delta s, \theta_n)$, где $\theta_n = \Delta\theta \cdot n$, $\Delta\theta$ — дискрет угла ориентации θ проекций, $n = 1, N$ (N — число проекций); Δs — дискрет снятия M отсчетов расстояния s вдоль проекций, при этом если M четно, то $m = -M/2, M/2 - 1$.

На первом этапе восстановления на основе процедуры быстрого преобразования Фурье (БПФ), примененной к матрице P , на полярной сетке формировалась матрица значений спектра пространственных частот, элементы которой определялись из выражения

$$p_1(\mu \cdot \Delta R, \theta_n) = \Delta s \sum_{m=-M/2}^{M/2-1} p(m \cdot \Delta s, \theta_n) \exp(i2\pi\mu m/M),$$

где $\mu = \overline{1, M}$, $\Delta R = 1/M\Delta s$ — интервал дискретизации спектра.

Для обеспечения возможности повторного использования процедуры БПФ при выполнении обратного преобразования Фурье на втором этапе восстановления производилась интерполяция значений с полярной сетки на прямоугольную сетку на плоскости пространственных частот X, Y . Если $\Delta X, \Delta Y$ — интервалы дискретизации спектра, U и V — размерность матрицы спектра на прямоугольной сетке, то при четных U, V элементы матрицы $f_1(u \cdot \Delta X, v \cdot \Delta Y)$, $u = \overline{-U/2, U/2-1}$, $v = \overline{-V/2, V/2-1}$ определялись как взвешенная сумма значений $p_1(\mu \cdot \Delta R, \theta_n)$ в четырех соседних точках. На заключительном этапе восстановления в качестве элементов f матрицы размерностью $L \times K$ распределения интенсивности принимались значения

$$f(\kappa_1 \cdot \Delta x, l_1 \cdot \Delta y) = \Delta X \Delta Y \sum_{u=-U/2}^{U/2-1} \sum_{v=-V/2}^{V/2-1} f_1(u \cdot \Delta X, v \cdot \Delta Y) \times \\ \times \exp \{i2\pi [(\kappa_1 \Delta x)(u \cdot \Delta X) + (l_1 \cdot \Delta y) \cdot (v \cdot \Delta Y)]\},$$

где $l_1 = \overline{1, L}$, $\kappa_1 = \overline{1, K}$, $\Delta x = 1/U \Delta X$, $\Delta y = 1/V \Delta Y$ — дискреты представления f .

Алгоритм восстановления реализован на микроЭВМ «Электроника-60» и при $N = M = 32$ характеризуется временем реконструкции, не превышающим 1,5 мин. Оценка качества восстановления производилась по значению коэффициента корреляции K_2 между исходным и восстановленными распределениями. В качестве примера функционирования алгоритма на рис. 2 представлены исходное (рис. 2, а) и восстановленное при $N = 2, M = 32, \Delta\theta = 90^\circ$ распределение интенсивности (рис. 2, б; $K_2 < 0,5$), при этом на рис. 2, в представлены результаты реконструкции ($K_2 > 0,8$) при $N = 4, M = 32, \Delta\theta = 45^\circ$ и коррекции значений $p(m \cdot \Delta S, \theta_n)$ путем их умножения на функцию $f_k = [\chi(\theta_n)]^{-1}$, а на рис. 2, г результаты реконструкции ($K_2 > 0,6$) при $N = 4, M = 32, \Delta\theta = 45^\circ$ без проведения коррекции.

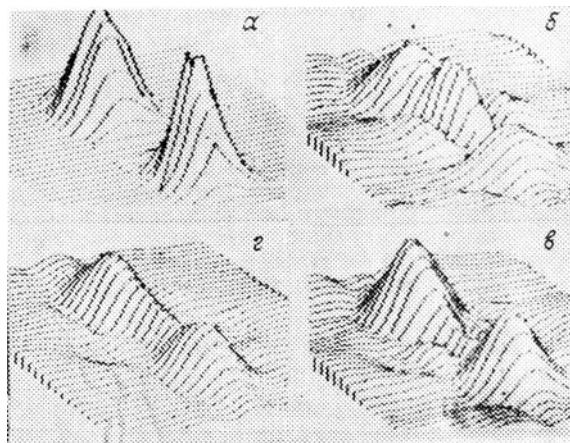


Рис. 2. Исходное и восстановленное распределение интенсивности

Как видно, в случае учета $\chi(\theta)$ и простой формы пучка в виде совокупности двух гауссоид, для которых d_1 сравнимо с d , выбранная геометрия эксперимента обеспечила удовлетворительное качество восстановления уже при $N = 4$. В целом же проведенные исследования показали лишь принципиальную возможность восстановления энергетической структуры пучка для достаточно простых профилей в условиях оговоренных приближений.

1. Левин Г. Г., Старостенко О. В. // Оптика и спектроскопия. 1983. Т. 64. Вып. 3. С. 626.
2. Левин Г. Г., Семенов Э. Г., Старостенко О. В. Оптика и спектроскопия. 1985. Т. 8. № 5. С. 1161.
3. Пикалов В. В., Преображенский Н. Г. // Реконструктивная томография в газодинамике и физике плазмы. Новосибирск: Наука, 1987. 229 с.
4. Луитт Р. М. // ТИИЭР. 1983. Т. 71. № 3. С. 125.

Сибирский физико-технический институт
им. В. Д. Кузнецова, Томск

Поступила в редакцию
24 июня 1988 г.

M. P. Angelov, M. A. Afonin, D. S. Bochkov, V. A. Donchenko,
A. A. Zemlyanov, M. V. Kabanov, A. V. Klyuev, N. N. Latyshev, V. M. Mokhov,
V. V. Sokolov. **Restoration of the Optical Beam Profile by Tomographic Methods.**

The paper presents the results of investigations into the problem on determination of the light beam energy structure based on the tomographic methods of processing the data of light scattering experiments.