

Пригодность критерия аппроксимации для распределения плотности вероятностей гармонического сигнала при независимых выборках.

1. Модельный эксперимент

Н.А. Вострецов, А.Ф. Жуков*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 19.07.2013 г.

В модельном эксперименте проведены измерения плотности вероятностей флуктуаций гармонического сигнала при изменении его частоты и времени между элементами выборок. Изучена возможность использования критерия первого выхода из области сравнения для аппроксимации распределений плотности вероятностей флуктуаций гармонического сигнала. Показана его пригодность для измерений в зависимых и независимых выборках.

Ключевые слова: критерий аппроксимации, плотность вероятностей, зависимые и независимые выборки, гармонический сигнал; *criterion approximation, density of probabilities, dependent and independent samples, harmonic signal.*

В [1] предложен и применен критерий первого выхода из области сравнения (КПВОС) для аппроксимации экспериментальных значений распределения вероятностей (РВ) сигнала на выходе фотоприемника, установленного вблизи оптической оси узкого расходящегося лазерного пучка, распространяющегося в приземной атмосфере в снегопадах, где выборки были зависимы. Цель настоящей статьи — показать пригодность КПВОС для независимых выборок. В отличие от натуральных экспериментов во время снегопадов, мы провели модельный эксперимент с использованием случайного гармонического сигнала. Это уменьшает неопределенность в решении о пригодности КПВОС, так как распределение плотности вероятностей остается неизменным, ибо амплитуда гармонического сигнала в измерениях близка на всех используемых частотах, а форма распределения сигнала не зависит от частоты. Кроме того, модельный эксперимент позволял целенаправленно изменять время корреляции t_k , варьируя частоту сигнала. При выбранном t_k также изменялся промежуток времени Δt между отсчетами (элементами выборки).

Таким образом создавалась возможность оценки применения КПВОС. В качестве источника гармонического сигнала мы использовали генератор Г6-31.

С выхода Г6-31 сигнал одновременно подавался на коррелятор Х6-4 и анализатор импульсов АИ-1024. Время корреляции рассчитывалось по результатам измерений на корреляторе Х6-4. Плотность вероятностей флуктуаций гармонического сигнала рассчитывалась по результатам измерений на АИ-1024. Для изменения частоты преобразования (f_n) непрерывного сигнала в импульсный [1] в анализаторе импульсов использовался генератор импульсов Г5-54, который имел ограниченные возможности: на нем можно было установить минимальную частоту преобразования, равную 10 Гц. Анализатор импульсов АИ-1024 также имел ограничения: максимальная частота преобразования $f_{n \max}$ равнялась 4 кГц. Согласно теореме Котельникова [2] максимальная частота гармонического сигнала f_{\max} , передаваемого без искажения, должна быть не более 2 кГц, а минимальный промежуток времени между отсчетами $\Delta t_{\min} = 1/(2f_{\max}) = 0,25 \cdot 10^{-3}$ с. Для изменения времени корреляции частота f случайного гармонического сигнала изменялась дискретно от 30 до 2000 Гц (30, 40, 50, 60, 100, 200, 500, 800, 1000, 1600 и 2000). Минимальное значение частоты гармонического сигнала было взято таким, чтобы его амплитуда изменялась во время измерения не более чем на 5% от среднего значения, равного 3 В. Для используемого генератора Г6-31 она составляла 30 Гц. На каждой выбранной частоте изучалось влияние Δt на изменение отношения $\delta = t_k/\Delta t$.

* Николай Арсеньевич Вострецов (vna@ioa.ru); Анатолий Фомич Жуков.

Время корреляции было равно времени, когда значение нормированной автокорреляционной функции равнялось нулю. Экспериментально установлено, что время корреляции в выбранном диапазоне частот изменялось от $0,1 \cdot 10^{-3}$ до $8,2 \cdot 10^{-3}$ с и описывалось соотношением $\lg t_k = -0,57 - 1,02 \lg f$. Минимальное значение отношения $\delta(\delta_{\min})$ по всем выбранным частотам изменялось от 0,44 до 0,51, а максимальное значение $\delta(\delta_{\max})$ определялось как частотой гармонического сигнала, так и минимальным значением промежутка времени между отсчетами (Δt_{\min}). Величина δ_{\max} уменьшалась с ростом частоты f сигнала, потому что t_k уменьшалось с ростом частоты, а Δt_{\min} осталось постоянным. Максимальное значение δ равнялось 33 на частоте сигнала 30 Гц, и диапазон изменения δ в нашем эксперименте был от 0,44 до 33. Далее определим диапазон пригодности КПВОС.

На рис. 1 приведен пример применения КПВОС для гармонического сигнала, когда выборки сигнала независимы ($\delta = -0,3$) и количественная мера определения качества аппроксимации $\kappa = 0,15$ [1].

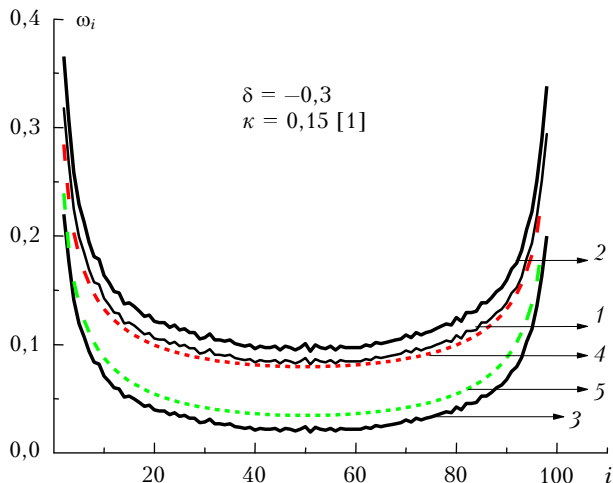


Рис. 1. Пример применения критерия КПВОС для гармонического сигнала: 1 – экспериментальные значения плотности вероятностей; 2 – верхняя граница области сравнения; 3 – нижняя граница области сравнения (смещена вниз по оси ординат на 0,05); 4 – значения аппроксимирующего распределения; 5 – значения того же аппроксимирующего распределения (кривая 4) смещены вниз по оси ординат на 0,05; i – номер канала анализатора импульсов

На оси ординат отложены значения плотности вероятностей гармонического сигнала (ω_i), а на оси абсцисс – номер канала анализатора импульсов i . Область сравнения строится от кривой экспериментального распределения. Вертикальный размер области сравнения равен разности между значениями верхней и нижней границ области сравнения и мал на краях распределений. Поэтому невозможно четко показать, что аппроксимирующее распределение не выходит из области сравнения на краях распределения. Для наглядности нижняя граница области сравнения (кривая 3) и аппроксимирующее распределение (кривая 5) смещены вниз по оси ординат на 0,05. Кривая 4 проведена, чтобы показать, что

аппроксимирующее распределение без смещения не выходит из области сравнения. Из рис. 1 видно, что значения аппроксимирующего распределения плотности вероятностей сигнала ($\omega_{iа}$) не выходят из области сравнения. КПВОС будет выполняться, когда максимальная разность между значениями экспериментальной и аппроксимирующей плотностей вероятностей меньше половины вертикального размера области сравнения. Поэтому за меру пригодности КПВОС мы взяли отношение δ_1 модуля максимального отклонения значения плотности вероятностей аппроксимирующего распределения ($\omega_{iа}$) от соответствующего значения измеренного распределения $\omega_{iэ}$ к половине вертикального размера области сравнения:

$$\delta_1 = \frac{\Delta_{\max} |\omega_{iа} - \omega_{iэ}|}{0,5(\omega_{iв} - \omega_{iн})},$$

где $\omega_{iв}$ – верхняя граница области сравнения, $\omega_{iн}$ – нижняя граница области сравнения для каждого i [1], $i = 1, 2, 3, \dots, 128$ – номер канала анализатора импульсов. Размер области сравнения свой для каждого канала. Модуль взят потому, что значение разности плотностей вероятностей может быть как положительным, так и отрицательным. Когда $\delta_1 \leq 1$, выполняется КПВОС, т.е. аппроксимирующее распределение не выходит из области сравнения. Когда $\delta_1 > 1$, КПВОС не выполняется и аппроксимирующее распределение выходит из области сравнения.

Пригодность КПВОС для зависимых и независимых выборок показана на рис. 2.

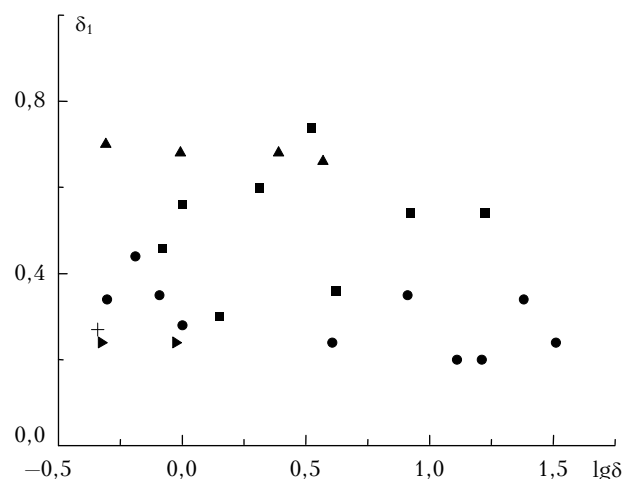


Рис. 2. Зависимость δ_1 от $\lg \delta$: ● – частота 30 ($n = 10$); ■ – 60 ($n = 8$); ▲ – 200 ($n = 4$); ▾ – 1000 ($n = 2$); + – 2000 Гц ($n = 1$), n – количество измерений на выбранных частотах сигнала

Чтобы не усложнять рис. 2, мы показали результаты не для всех выбранных частот. Из рис. 2 видно, что δ_1 меньше единицы как при независимых ($\lg \delta \leq 0$), так и при зависимых ($\lg \delta > 0$) выборках, т.е. выполняется КПВОС. Количество измерений на выбранных частотах уменьшается с ростом частоты сигнала.

В результате проведенного исследования выявлены возможности использования критерия первого выхода из области сравнения для аппроксимации экспериментальных распределений плотности вероятностей флуктуаций гармонического сигнала аппроксимирующим распределением. Установлено, что исследуемый критерий пригоден как для зависимых, так и независимых выборок.

1. *Вострецов Н.А., Жуков А.Ф.* Распределение вероятностей флуктуаций интенсивности расходящегося лазерного пучка в приземной атмосфере при снегопадах (0,63 мкм) // Оптика атмосф. и океана. 2011. Т. 24, № 8. С. 706–710.
2. *Котельников В.А.* О пропускной способности «эфира» и проволоки в электросвязи // Радиотехника. 1995. № 4–5. С. 42–55. Факсимильная статья. 1932 г.

N.A. Vostretsov, A.F. Zhukov. **Suitability of the approximation criterion for distribution of the harmonic signal probability density in independent samples. 1. Model experiment.**

The probability density fluctuations of the harmonic signal at the change of its frequency and time between elements of samples have been measured in a model experiment. The possibility of the use of the criterion of the first output from the field of comparison for the approximation of the distributions of probability density fluctuations of harmonic signal is studied. Its suitability for measurements in dependent and independent samples is shown.