

В.В. Стерлядкин

Рассеяние света дождевыми каплями

Московская государственная академия приборостроения и информатики

Поступила в редакцию 20.04.2000 г.

Представлен обзор результатов исследований оптических свойств несферических и осциллирующих дождевых капель. Эффект anomalно высокой модуляции света, рассеянного осциллирующей каплей, обнаружен в лабораторных условиях и подтвержден расчетами индикатрис рассеяния. Фоторегистрация треков anomalно высокой модуляции, формируемых падающими дождевыми каплями, позволила получить данные о размере, форме, моде и амплитуде колебаний каждой зарегистрированной капли. На основе статистической обработки свыше 1000 треков предложены два эмпирических соотношения: для зависимости средней амплитуды колебаний от размеров капли и для средней формы падающих дождевых капель.

Хорошо известно, что падающие дождевые капли не являются сферическими и, кроме того, могут осциллировать. Форма капель и ее периодическое изменение оказывают влияние на распространение и рассеяние света в осадках, что должно приниматься во внимание в задачах переноса излучения в атмосфере, при интерпретации данных дистанционного зондирования и т.д. Однако в большинстве работ учет несферичности и вибрации капель не проводится просто потому, что до последнего времени практически отсутствовала статистически обеспеченная информация о форме дождевых капель, о модах возбуждаемых колебаний, а также об оптических свойствах несферических и осциллирующих капель.

В настоящей статье проводится обзор результатов исследований, проведенных автором и направленных на решение перечисленных проблем.

Теория собственных колебаний капель разработана достаточно полно, начиная с классических работ Дж. Рэлея [1], Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица [2] и кончая последними работами американских авторов [3, 4]. В общем случае мода колебаний определяется двумя числами $n = 1, 2, \dots$, и $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm n$, причем для несжимаемой жидкости первое возможное колебание соответствует $n = 2$, а для всех осесимметричных мод $l = 0$ [2]. Для сферических капель собственная частота колебаний определяется только числом n и вырождена по параметру l :

$$f = \sqrt{s/(3\pi\rho V)} \sqrt{(n-1)n(n+2)},$$

где $n = 1, 2, \dots$; σ – коэффициент поверхностного натяжения жидкости; ρ – плотность жидкости; $V = \pi D^3/6$ – объем капли; D – эффективный сферический диаметр капли. Для основной моды колебаний ($n = 2, l = 0$) и при размерах каплей $D = (1 \dots 6$ мм) типичные значения частот составляют десятки герц для крупных капель и сотни герц у мелких.

Экспериментальные измерения вибрации в подавляющем большинстве случаев проводились с искусственными каплями воды в аэродинамических трубах и шахтах [3, 5, 6]. При этом исключались такие важные факторы, как атмосферная турбулентность, коагуляция и др. Натурные же исследования колебаний дождевых капель до работ [9–11, 4] были весьма ограничены и сводились в основном к фотопрографированию при помощи лампы-вспышки [7]. Откры-

тыми оставались вопросы: какая часть капель осциллирует во время падения, каковы амплитуды колебаний и их зависимость от размеров частиц, каков модовый состав деформаций, возбуждаемых у капель, свободно падающих в атмосфере, каковы оптические свойства у несферических и осциллирующих гидрометеоров. Для ответа на эти вопросы первым шагом явилось исследование оптических свойств несферических и осциллирующих капель в лабораторных условиях.

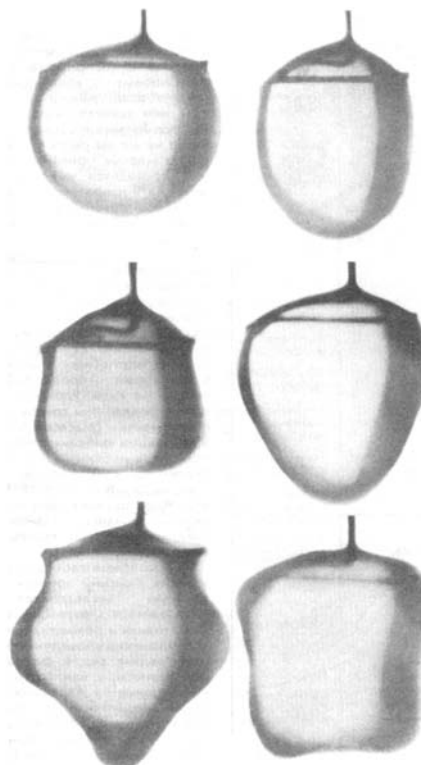


Рис. 1. Форма капли при резонансном возбуждении трех первых осесимметричных мод колебаний (ось симметрии вертикальна). Верхний ряд: $n = 2, l = 0$; средний ряд: $n = 3, l = 0$; нижний ряд: $n = 4, l = 0$. Правые фотографии отличаются от левых сдвигом по фазе на π

Лабораторные измерения проводились с каплей дистиллированной воды массой 15–25 мг, подвешенной на тонком гидрофильном колечке, периодическое смещение которого в вертикальном направлении приводило к резонансному возбуждению собственных капиллярных колебаний капли. На рис. 1 представлены фотографии капле при возбуждении первых трех осесимметричных мод.

Данный способ позволял не только фиксировать каплю, но и изменять ее размер, форму, возбуждать требуемые осесимметричные моды колебаний, в широких пределах регулировать амплитуду колебаний [8, 9]. Освещение проводилось вдоль оси симметрии колебаний снизу вверх коллимированным излучением в виде коротких импульсов постоянной интенсивности, частота которых несколько отличалась от частоты колебаний капли. Если бы частота следования импульсов совпадала с частотой ν_0 , то капля освещалась бы в момент прохождения одной и той же фазы и амплитуда рассеянного импульса была бы постоянной. При небольшой расстройке частот $\Delta\nu$ форма капли в момент освещения каждым следующим импульсом немного изменялась, соответственно изменялась и амплитуда рассеянного сигнала. В течение последовательности $N = \nu_0/\Delta\nu$ импульсов фаза капли в освещенные моменты плавно изменялась на 2π .

Данная методика позволяла одновременно регистрировать постоянную и переменную составляющие рассеянного излучения, исключив фоновую засветку [10]. Учитывая, что в дождевых каплях диаметром до 5 мм возбуждаются преимущественно осесимметричные колебания с $n = 2, l = 0$, основное внимание в лабораторных измерениях было уделено именно этой моде. (Отметим, что при данной моде колебаний капля имеет вид то сплюснутого, то вытянутого эллипсоида вращения, форму которого удобно задавать коэффициентом $\gamma = c/a$, где c – его вертикальная, а $a = b$ – горизонтальные полуоси.)

Очевидно, что при любом угле рассеяния θ излучение вибрирующей капли можно представить в виде суммы постоянной составляющей и переменной компоненты, обусловленной периодической деформацией капли. Соответственно наряду с традиционной индикатрисой рассеяния $I(V, \gamma, \theta)$, характеризующей свойства неподвижной капли, имеющей объем V и коэффициент формы γ , удобно рассматривать индикатрису переменной составляющей рассеянного излучения $I_a(V, \gamma, \Delta\gamma, \theta)$, которая дополнительно зависит от амплитуды деформации капли $\Delta\gamma$ и моды возбужденного колебания (угловая зависимость из-за осевой симметрии измерений определялась одним углом θ , отсчитываемым от вертикали).

Результаты измерений показали, что форма индикатрисы рассеяния $I(V, \gamma, \theta)$ для сферической капли в основном совпадала с классической кривой [13], в то время как индикатриса переменной составляющей $I_a(V, \gamma, \Delta\gamma, \theta)$ существенно отличалась от $I(V, \gamma, \theta)$. При относительной деформации $\Delta\gamma = 0,01$ ожидалось, что глубина модуляции рассеянного света будет примерно того же масштаба. Каково же было наше удивление, когда при некоторых углах рассеяния был зарегистрирован уровень модуляции, в сотни раз превышающий ожидаемый! В частности, при $\theta \approx 130 \dots 150^\circ$ осциллирующая капля формировала импульсы рассеянного излучения, амплитуда которых в десятки раз превышала интенсивность света, рассеянного неподвижной каплей. Обнаруженный эффект был назван эффектом anomalно высокой модуляции рассеянного света.

На рис. 2 представлены осциллограммы импульсов, зарегистрированных при $\Delta\gamma = 0,04$ и различных углах наблюдения. По фотографии видно, что по мере увеличения угла рассеяния при $\theta = 132^\circ$ (рис. 2,а) на фоне малого постоянного сигнала появлялись импульсы, амплитуда и длительность которых возрастали по мере увеличения угла рассеяния. При $\theta = 133^\circ$ (рис. 2,б) амплитуда всплесков в десять с лишним раз превышала постоянную составляющую сигнала (отношение этих величин зависело от спектрального диапазона измерений и угловых размеров источника и приемника излучения). При дальнейшем увеличении угла наблюдения $\theta = 136^\circ$ (см. фотографии, в и г) формируемые каплей импульсы начинали раздваиваться, приобретая гантелеобразную форму с максимумами на краях, а затем смыкались. Уменьшение амплитуды колебаний приводило к изменению формы всплесков и уменьшению диапазона углов, в котором они наблюдались.

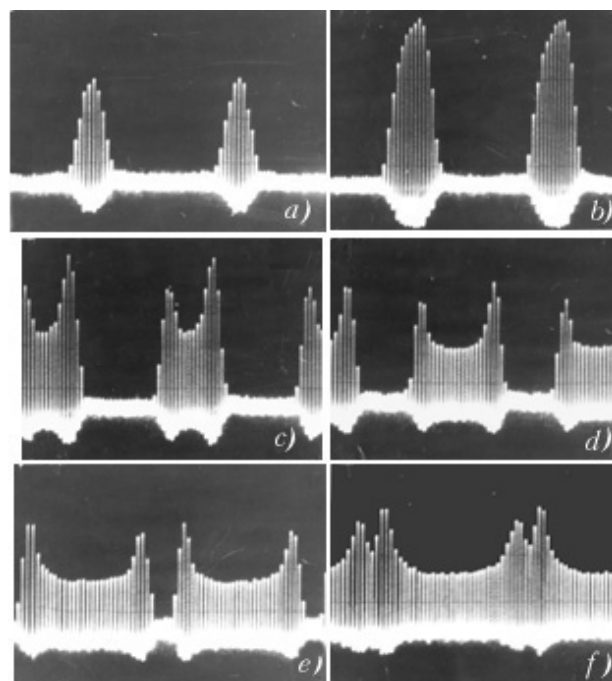


Рис. 2. Осциллограммы импульсов, формируемых осциллирующей каплей при амплитуде деформации $\Delta\gamma = 0,04$; а – при $\theta = 132^\circ$ появляются всплески, форма которых изменяется с изменением угла рассеяния; б – $\theta = 133$; в – $\theta = 136$; г – $\theta = 138$; д – $\theta = 140$; е – $\theta = 142^\circ$

Измерения индикатрис рассеяния несферических капле показали, что самое значительное влияние деформации проявляется в смещении углового положения радуги первого порядка. Как известно, радуги – это локальное увеличение интенсивности рассеянного света при определенных углах. Радуга первого порядка наиболее интенсивна и для сферических капле наблюдается при углах $\theta_{\text{рад}}^{(1)}(\lambda = 0,8 \text{ мкм}) = 137,2^\circ$, $\theta_{\text{рад}}^{(1)}(\lambda = 0,4 \text{ мкм}) = 139,35^\circ$. У сплюсненной ($\gamma < 1$) капли $\theta_{\text{рад}}^{(1)}$ смещалась к меньшим углам, а у вытянутой капли – к большим. Таким образом, лабораторные исследования позволили обнаружить эффект anomalно высокой модуляции света, рассеянного вибрирующими каплями, и предположить о его связи со свойствами радуг.

Следующим шагом явились расчеты индикатрис рассеяния несферических и осциллирующих капле в прибли-

жении геометрической оптики [11]. Форма капли аппроксимировалась эллипсоидом вращения. Предполагалось, что падающее излучение распространяется вдоль оси симметрии. Расчеты подтвердили выводы лабораторных измерений о том, что радуги первого и последующих порядков очень чувствительны к деформации эллипсоида. На рис. 3 представлены угловые зависимости радуг первого и второго порядков от коэффициента формы γ для двух значений показателя преломления $n = 1,343$ и $1,328$, что для воды при $t = 20^\circ\text{C}$ соответствует излучению в окрестности $\lambda = 0,4$ и $0,8$ мкм. Зависимости $\Delta\theta_{\text{рад}}^{(1)}$ можно аппроксимировать соотношениями $\Delta\theta_{\text{рад}}^{(1)}(n = 1,328) = 89^\circ \Delta\gamma$, $\Delta\theta_{\text{рад}}^{(1)}(n = 1,343) = 95^\circ \Delta\gamma$.

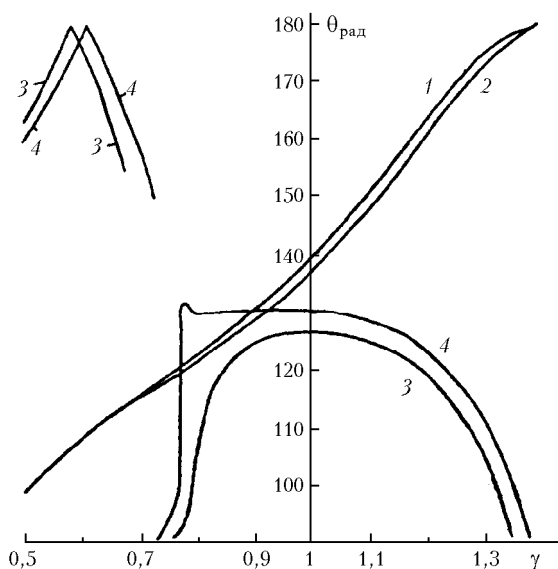


Рис. 3. Зависимость углового положения радуг первого (кривые 1 и 2) и второго (кривые 3 и 4) порядков от формы капли γ при различных значениях показателя преломления n . Кривые 1 и 3 соответствуют $n = 1,343$, а кривые 2 и 4 – $n = 1,328$

Объяснение эффекта anomalно высокой модуляции света, рассеянного вибрирующей каплей, основывается на двух факторах. Первый состоит в том, что угловое положение радуги первого порядка очень чувствительно к деформации капли. Второй обусловлен большой крутизной склонов индикатрисы рассеяния $\partial I(V, \gamma, \theta) / \partial \theta$ для радуги первого порядка. Очевидно, что в линейном приближении (здесь пренебрегаем изменением сечения рассеяния капли, поскольку его вклад невелик) амплитуда переменной составляющей рассеянного излучения определяется произведением первого и второго факторов:

$$I_a(V, \gamma, \Delta\gamma, \theta) = dI = \{ \partial I(V, \gamma, \theta) / \partial \theta \} \{ \partial \theta / \partial \gamma \} \Delta\gamma.$$

Важным этапом исследований оптических свойств дождей явились натурные измерения [9]. На основе эффекта anomalно высокой модуляции рассеянного света предполагалось зарегистрировать осцилляции капель в дождях и получить статистические данные об этом малоизученном процессе.

Использовалась следующая методика измерений. Дождь в темное время суток подсвечивался снизу вверх коллимированным, стабилизированным по интенсивности светом видимого диапазона длин волн, а рассеянное каплями

излучение регистрировалось на фотопленку при открытом затворе фотоаппарата. Дополнительно сбоку капли подсвечивались короткими импульсами стробоскопа с заданной частотой $f_{\text{стр}}$. Рядом с прожекторным лучом на вертикально натянутой нити располагались калиброванные в пространстве метки, служащие для геометрической привязки фотографий. На рис. 4 представлены типичные фотографии, полученные в дожде интенсивностью около 3 мм/ч при регистрации траектории капель в диапазоне углов рассеяния 120 – 145° . При этом каплям, находящимся на большей высоте, соответствовал больший угол рассеяния, а по мере падения капель угол рассеяния уменьшался.

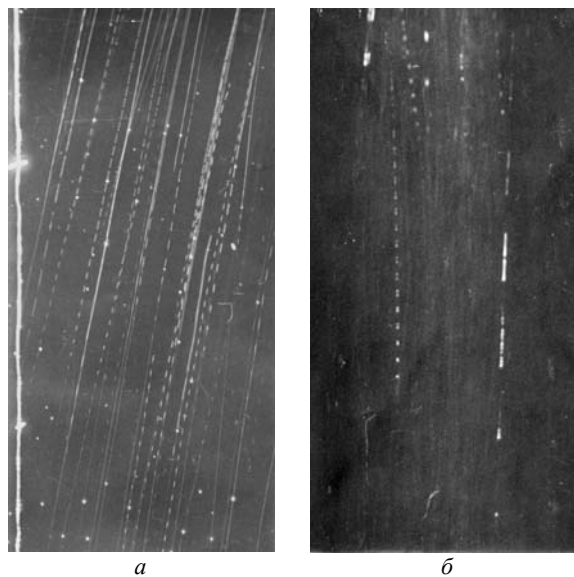


Рис. 4. Фотографии дождей, подсвеченных снизу стабилизированным светом. На левом снимке капли дополнительно подсвечивались стробоскопом (яркие точки). На правом снимке левый трек соответствует большой амплитуде осцилляций, при которой треки имеют форму «гантелек» с максимумами на краях (сравни с рис. 2,е). Правый трек обусловлен неосновной модой колебаний

Из фотографии видно, что при больших углах рассеяния (верхняя часть снимков) трек сплошной, хотя и несколько промодулирован по интенсивности. По мере падения и уменьшения угла рассеяния след становится прерывистым, капля «вспыхивает», затем длительность вспышек сокращается и при дальнейшем уменьшении угла рассеяния они исчезают, что соответствует данным, полученным при лабораторных измерениях.

Рассмотрим, какую информацию можно получить из таких фотографий. Отметим, что каждый трек имеет свой «почерк»: каждая мода колебаний формирует вспышки определенной формы и фиксированной пространственной протяженности, диапазон углов, в котором появляются вспышки anomalно рассеяния, отвечает за среднюю форму капли и амплитуду ее колебаний. Например, при большой амплитуде колебаний и возбуждении основной моды ($n = 2, l = 0$) при углах рассеяния меньших, чем направление на радугу, капля формирует импульсы гантелевидной формы, длительность которых укорачивается по мере падения и уменьшения углов рассеяния (рис. 4, б, левый трек). Справа на той же фотографии зарегистрирована траектория капли, имеющей более высокую гармонику колебаний ($n > 2$).

Нами разработана методика обработки треков, позволяющая определять все основные характеристики падающих капель дождя: размер, среднюю форму, моду и амплитуду колебаний. Последовательность обработки следующая. На траектории каждой капли регистрировались яркие точки, полученные за счет вспышек стробоскопа. Затем определялось число периодов m_i колебаний i -й капли, которое укладывалось на участке траектории между двумя точками стробоскопа. Частота колебаний капли f_i рассчитывалась как $f_i = m_i f_{стр}$, где $f_{стр}$ – частота вспышек стробоскопа. Поскольку частота колебаний капли жестко связана с ее объемом V и модой (числом n) формулой Рэлея (1), то по частоте можно вычислить эти два параметра. Здесь следует иметь в виду, что, как правило, в каплях возбуждается основная мода колебаний $n = 2$. Более высокие моды колебаний имеют примерно вдвое или втрое большие частоты, чем основная мода, и, кроме того, форма вспышек принципиально отличается от формы вспышек основной моды, поэтому определение параметра n не представляет сложности.

Использовался и второй способ определения размера капель. При фиксированной геометрии измерений из фотографии нетрудно получить пространственный период L колебаний капли, на котором происходит одно полное колебание. В предположении, что у поверхности земли вертикальные потоки малы, эта величина связана со скоростью гравитационного падения капель $v(D)$ и частотой их колебаний $f(D)$ соотношением $L(D) = v(D)/f(D)$, где D – эквивалентный сферический диаметр, определяемый как диаметр сферической капли равного объема. Следуя при выборе зависимости $v(D)$ данным Ганна и Кинцера [12] и используя в качестве $f(D)$ формулу Рэлея (1), мы получили зависимость $L(D)$, которая носит монотонный и однозначный характер. Использование этой зависимости позволяет по известному L определять эффективный сферический диаметр капель D .

Следующую интересную возможность интерпретации фотографий представляет анализ углового положения вспышек. В частности, средняя сплюснутость капли приводит к смещению углового положения вспышек аномального рассеяния в сторону меньших углов, а увеличение амплитуды колебаний капли приводит к увеличению диапазона углов, в котором наблюдаются вспышки. В результате по угловым положениям первого разрыва на траектории капли и последней вспышки мы определяли и среднюю форму капли $\gamma(D)$, и амплитуду колебаний каждой капли $\Delta\gamma(D)$. Обработка около 1000 треков позволила получить статистический материал, на основе которого предложены аналитические выражения для средней формы дождевых капель $\gamma(D)$ и амплитуды колебаний $\Delta\gamma(D)$:

$$\gamma(D) = 1 - 1,2 D^2, \quad \Delta\gamma(D) = 0,7 D^2,$$

где D выражен в см. Здесь следует заметить, что регистрация мелкокапельной фракции ограничивалась чувствительно-

стью фотосъемки, которая позволяла регистрировать капли диаметром $D > 0,12$ см. Крупнокапельная фракция ограничивалась размерами $D < 0,35$ см по той причине, что в более крупных каплях быстро возрастает вероятность возбуждения неосновных мод колебаний, интерпретация которых на данной стадии исследований не проводилась, поскольку такая задача представляет определенные затруднения.

Отметим, что чувствительность разработанного метода столь велика, что позволяет регистрировать амплитуду деформации в единицы микрон с расстояния в 5 м! Регистрация таких деформаций представляет трудности даже при наблюдении капли в микроскоп. По нашим данным, ни один из известных методов такие возможности не предоставляет.

Определенный интерес представлял эффект удвоения частоты рассеянного излучения по отношению к частоте колебаний капли. Этот нелинейный модуляционный эффект наблюдался в направлении радуги первого порядка для неподвижной капли, и его можно наблюдать на осциллограмме рис. 2,г и на фотографии левого трека на рис. 4,б. В направлении радуги наблюдается экстремум, для которого $\partial I(V, \gamma, \theta) / \partial \theta = 0$, и основной вклад в переменную составляющую сигнала вносит квадратичный член разложения $(\partial^2 I(V, \gamma, \theta) / \partial \gamma^2) \Delta\gamma^2$, наличие которого и приводит к удвоению частоты.

Таким образом, проведенные исследования показали весьма сильное влияние несферичности и вибрации дождевых капель на рассеяние и распространение оптического излучения в дождях. Кроме того, натурные наблюдения доказывают, что осцилляции регистрируются у 93% капель, оставивших трек на фотографиях, т.е. вибрация носит массовый характер. По этим причинам, по-видимому, не следует пренебрегать влиянием несферичности и осцилляций дождевых капель на рассеяние и распространение оптического излучения в атмосфере.

1. Рэлей Дж. Теория звука. Т. 2. М.: ОГИЗ, 1944. С. 359–365.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. М.: Физматгиз, 1953. С. 291–294.
3. Beard K.V. // Proc. 9-th International Cloud Physics Conf.: Tallin. 1984. V. 1. P. 123–126.
4. Tokay A., Beard K.V. // J. Appl. Meteorol. 1996. V. 35. № 10. P. 1671–1687.
5. Pruppacher H.R., Beard K.V. // Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. 1970. V. 96. P. 247–256.
6. Nelsen A.K., Gokhale N.R. // J. Geophys. Res. 1972. V. 77. P. 2724–2727.
7. Jones D.M. // J. Meteorol. 1954. V. 16. P. 504–510.
8. Стерлядкин В.В. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1982. Т. 18. № 1. С. 98–101.
9. Стерлядкин В.В. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1988. Т. 24. № 6. С. 613–621.
10. Стерлядкина Е.А., Стерлядкин В.В. // Оптика и спектроскопия. 1988. Т. 64. Вып. 3. С. 685–688.
11. Стерлядкин В.В. // Оптика и спектроскопия. 1990. Т. 69. Вып. 6. С. 1357–1362.
12. Gunn R., Kinzer G.D. // J. Meteorol. 1949. V. 6. № 4. P. 243–248.
13. Шифрин К.С. Рассеяние света в мутной среде. Л.: Гостехиздат, 1951. 288 с.

V.V. Sterljadkin. Light scattering by rain drops.

The review of results of investigations of optical properties of nonspherical and oscillating raindrops is submitted. The effect of anomalous high modulation of light scattered by oscillating water drop was found under laboratory conditions, and was confirmed by computer calculations of scattering phase function for ellipsoidal drop. Photoregistration of abnormal high modulation tracks formed by falling raindrops, allows us to derive the information about volume, form, oscillating mode and oscillation amplitude of every registered drop. On the base of statistical treatment of more than 1000 tracks, two empirical formulas for dependence of average oscillation amplitude on drop size and for dependence of average form of falling raindrop on drop size are submitted.