

**В.П. Нелюбина, Н.Ф. Нелюбин**

**О ТОЧНОСТИ РЕФРАКЦИОННОГО МЕТОДА В КОСМИЧЕСКОЙ НАВИГАЦИИ**

На основе численных расчетов получена явная зависимость высоты перигея линии визирования  $H_B$  от угла полной (астрономической) рефракции  $r$ . Выполнен анализ точности определения  $H_B$  для разных сезонов и регионов северного полушария. Показано, что для уменьшения влияния ошибок измерения  $r$ , а также для минимизации влияния сезонных и региональных особенностей поля показателя преломления на точность определения  $H_B$  измерения  $r$  с борта космического аппарата (КА) целесообразно проводить в диапазоне высот 10,5 ... 11,5 км.

Идея использования рефракции электромагнитных волн в космической навигации известна давно (например, [1]). В ее основу положена зависимость используемой в навигационных расчетах высоты перигея линии визирования или высоты перигея луча от угла полной рефракции. Исследования по этой проблеме в последнее время активизируются [2, 3]. Проводились они и в ИОА СО РАН, результаты их частично излагаются в данной статье. Для лучшего понимания дальнейшего изложения кратко напомним основные соотношения, используемые при разработке конкретных методик.

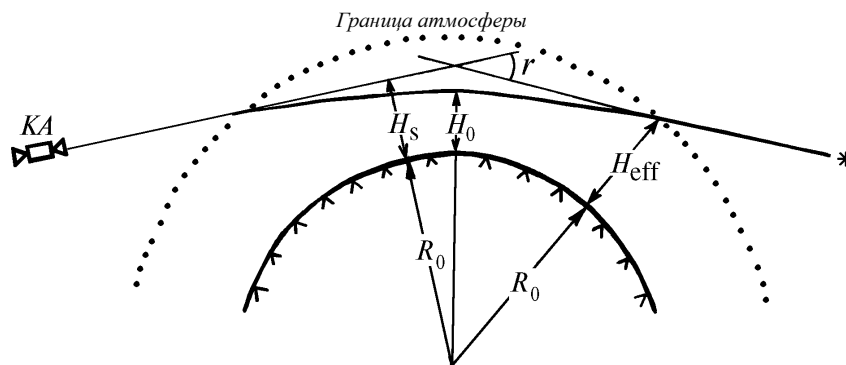


Рис. 1. Схема распространения излучения в атмосфере Земли при измерении полной (астрономической) рефракции  $r$  с борта космического аппарата.  $H_B$  – высота перигея линии визирования,  $H_0$  – высота перигея луча,  $H_{ef}$  – высота атмосферы

Известно, что угол полной рефракции  $r$  зависит не только от распределения показателя преломления  $n(h)$  вдоль траектории луча, но и является функцией высоты перигея луча  $H_0$ . При расположении источника и приемника излучения за пределами атмосферы (рис. 1) эта функция может быть представлена, например, в следующем виде [4]:

$$r = 2 \left\{ \int_{H_0}^{H_{ef}} \frac{dh}{\sqrt{\left[ \frac{(R_0 + h) n(h)}{(R_0 + H_0) n_0} \right]^2 - 1}} - \arccos \frac{(R_0 + H_0) n_0}{R_0 + H_{ef}} \right\}. \tag{1}$$

Отметим, что использование формулы (1) для расчета угла полной (астрономической) рефракции по сравнению с традиционным видом более целесообразно из-за упрощения алгоритма и сокращения времени расчета. В навигационных расчетах используется высота перигея линии визирования  $H_B$ , которая связана с высотой перигея луча  $H_0$  следующей формулой [5]:

$$H_B = (R_0 + H_0) n_0 - R_0. \tag{2}$$

В (1), (2), полученных для сферически-симметричной атмосферы,  $R_0$  – радиус Земли;  $H_{\text{эф}}$  – высота атмосферы, выше которой рефракцией можно пренебречь;  $n_0$  – показатель преломления в точке перигея луча на высоте  $H_0$ ;  $h$  – текущая высота вдоль траектории луча.

Приведенные формулы позволяют по измеренному с космического аппарата углу рефракции найти численным методом высоты перигея луча  $H_0$  и перигея линии визирования  $H_B$ . В качестве иллюстрации ниже приведены некоторые результаты численного эксперимента по определению высот  $H_0$  и  $H_B$ , выполненного для средних условий северного полушария:

$R$ , угл. с.	3000	2000	1000	500	100	50
$H_0$ , км	2,442	7,147	12,970	17,559	27,401	31,389
$H_B$ , км	3,741	7,989	13,361	17,870	27,441	31,411

Высота  $H_0$  находилась из уравнения (1) итерационным методом. При корректном выборе первоначального приближения для вычисления  $H_0$  с ошибкой 1 м необходимо 5–6 итераций.

Однако для реализации такой точности этого метода необходимо иметь реальный профиль показателя преломления вдоль траектории луча и в момент измерения углов рефракции, как показывают расчеты, с не достижимой в настоящее время точностью [4]. Другим трудно учитываемым фактором, ограничивающим потенциальную точность формул (1) и (2), является отличие реальной формы Земли от принимаемой в расчетах математической фигуры. И, наконец, еще одним фактором, делающим малоэффективным использование точных формул, является погрешность измерения угла рефракции с борта КА. Учитывая сказанное, в данной работе предложен более простой метод определения высот  $H_0$  и  $H_B$ , не требующий большого объема вычислений и оперативной информации о профиле показателя преломления.

С этой целью по формуле (1) для различных моделей вертикального профиля показателя преломления были рассчитаны углы полной (астрономической) рефракции в интервале значений  $H_0$  от 0 до 50 км с шагом в 1 км. Показатель преломления рассчитывался по формулам Овенса [6] для длины волны  $\lambda = 0,5$  мкм и пяти моделей вертикального профиля температуры, давления и влажности воздуха. Эти модели построены по данным радиозондовых и спутниковых измерений за период 1961–1977 гг. для трех широтных зон северного полушария: полярной (лето, зима) –  $60 \dots 90^\circ$ , умеренной (лето, зима) –  $30 \dots 60^\circ$  и тропической –  $0 \dots 30^\circ$  [7] широт. Кроме того, по этим данным нами была получена средняя модель  $n(h)$  для всего северного полушария. Для всех моделей рассчитывались также значения дисперсий показателя преломления. Интегрирование (1) выполнялось до высоты  $H_{\text{эф}} = 100$  км [8]. Для учета несферичности Земли при интегрировании вместо  $R_0$  использовался средний радиус кривизны нормального сечения земного эллипсоида [8]. Для каждого значения  $H_0$  по формуле (2) вычислялись значения  $H_B$ .

Полученные таким образом табличные значения  $H_B$  и углов рефракции  $r$  в широком интервале высот  $H_0$  использовались для поиска явной зависимости  $H_B$  от  $r$ . В результате получена простая и достаточно точная формула

$$H_B = b_0 + b_1 \ln r + b_2 (\ln r)^2. \quad (3)$$

Похожая зависимость получена и для высоты  $H_0$

$$H_0 = a_0 + a_1 \ln r + a_2 (\ln r)^2. \quad (4)$$

В этих формулах угол рефракции – в угл. с,  $H_0$  и  $H_B$  – в км. Коэффициенты  $a_i$  и  $b_i$  ( $i=0, 1, 2$ ) для всех моделей рассчитывались по методу наименьших квадратов в различных интервалах высот  $\Delta H_0 = H_0 \dots 50$  км, где  $H_0$  изменялось с шагом 1 км от 0 до 25 км. Расчеты показывают, что ошибка аппроксимации  $H_B$  и  $H_0$  формулами (3) и (4) убывает с ростом  $H_0$ . Минимальные значения ошибки формул (3), (4) принимает при  $H_0 \geq 13$  км для «холодных» моделей (полярные модели и зимняя модель для умеренной зоны). Для «теплых» моделей (тропическая модель и летняя модель умеренной зоны) эта граница составляет около 17 км. В зависимости

от высоты  $H_0$  и используемой модели изменяются также коэффициенты,  $a_i$ ,  $b_i$ . Некоторые результаты этих расчетов для средних условий северного полушария представлены в табл. 1.

Таблица 1

Типичные значения коэффициентов  $a_i$ ,  $b_i$  формулах (3) и (4) для некоторых интервалов высот  $\Delta H_0 = H_0 \dots 50$  км и погрешность  $\sigma_H$  этих формул на примере среднегодовой модели северного полушария

$\Delta H_0$ , км	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$\sigma_H$ , км	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$\sigma_H$ , км
5 ... 50	43,675	-1,5382	-0,42666	0,30	46,773	-2,7601	-0,03053	0,25
10 ... 50	51,666	-4,4801	-0,16257	0,12	53,464	-5,2240	-0,08413	0,10
15 ... 50	56,7000	-6,4090	0,01884	0,06	57,676	-6,8382	0,06774	0,05
20 ... 50	59,670	-7,5928	0,13534	0,02	60,170	-7,8307	0,16522	0,01

При практическом использовании этих формул необходимо иметь в виду, что при больших высотах перигея луча углы рефракции могут быть сравнимы с погрешностью их измерения. В свою очередь, это может привести к значительным ошибкам при определении  $H_B$  и  $H_0$ . Величину этой ошибки  $\sigma_H(r)$  из-за погрешности измерения  $\sigma_r$  углов рефракции можно оценить по формуле, следующей из (3),

$$\sigma_H(r) = (b_1 + 2b_2 \ln r) \frac{\sigma_r}{r}. \quad (5)$$

Ее значения для средних условий и погрешности измерения углов рефракции  $\sigma_r = 10$  угл. с. приведены в табл. 2, данные которой подтверждают сказанное. При известной допустимой ошибке определения высоты перигея линии визирования из формулы (5) можно оценить и необходимую точность измерения углов рефракции с борта КА, а также верхнюю границу интервала  $\Delta H_0$ , в котором целесообразно проводить измерения углов рефракции.

Таблица 2

Высота перигея линии визирования  $H_B$  и ошибка ее определения  $\sigma_H(r)$  для некоторых значений угла рефракции  $r$  с погрешностью измерения  $\sigma_r = 10$  угл. с.

$r$ , угл. с.	50	100	200	500	1000	2000
$H_B$ , км	31,4	27,4	23,2	17,9	13,4	8,0
$\sigma_H(r)$	1,31	0,63	0,30	0,12	0,06	0,03

Как уже отмечалось при обсуждении ограничений метода определения  $H_B$  по точным формулам, основным и практически неустраняемым источником ошибок является пространственно-временная изменчивость профиля преломления. Это в особенности относится к формулам (3) и (4), в которых коэффициенты  $b_i$  и  $a_i$  получены на основе сезонных региональных моделей атмосферы. Для оценки погрешности метода  $\sigma_H(n)$ , обусловленной сезонной и региональной изменчивостью показателя преломления, были рассчитаны дисперсии углов рефракции  $\sigma_r(n)$  для каждой модели. Расчеты  $\sigma_r(n)$  выполнялись по формулам, приведенным в работе [9] без учета корреляционных связей. Величина  $\sigma_H(n)$  вычислялась по формуле (5), в которой вместо  $\sigma_r$  бралась  $\sigma_r(n)$  для соответствующей модели.

Расчеты показывают, что в интервале высот 10 ... 30 км  $\sigma_H(n)$  колеблется в пределах 0,6 ... 0,3 км, меняясь незначительно от модели к модели. С уменьшением высоты  $H_0$  значение  $\sigma_H(n)$  существенно возрастает и достигает 1–2 км вблизи поверхности Земли. Учет вертикальных корреляционных связей метеоэлементов, предпринятый в работе [2], несколько уменьшает дисперсию высоты луча. Оценки, наполненные для 3-х пунктов территории СНГ, показывают, что  $\sigma_H(n)$  составляет 0,15 ... 0,55 км в интервале высот 5 ... 20 км. Дальнейшее уменьшение  $\sigma_H(n)$  связано с более детальным учетом региональных и сезонных особенностей

вертикальной структуры метеополей. Пути решения этой задачи разнообразны: от простого усреднения по некоторым широтным интервалам [2, 7] до выбора квазиоднородных районов с учетом временной устойчивости по отношению к атмосферным процессам глобального и синоптического масштаба [10 и др.]. Так, например, в [2] для определения  $H_B$  предлагается использовать 10 моделей. В [10] для всего северного полушария выделено 20 квазиоднородных районов для зимнего периода и 17 – для летнего. Кроме того, для каждого района сделана типизация по месяцам.

Использование того или иного количества моделей зависит от технических возможностей бортовых ЭВМ и от допустимой погрешности определения  $H_B$ . Большое значение имеет и ошибка измерения угла рефракции, вносящая значительную долю в общую погрешность определения  $H_B$ . Однако ясно, что более детальный учет региональных, синоптических и сезонных особенностей вертикальной стратификации показателя преломления уменьшает в большей степени систематическую ошибку  $\Delta H_B$  определения высоты перигея луча.

Для оценки возможной  $\Delta H_B$  были рассчитаны значения  $H_B^i$  для моделей, приведенных в [2, 7], а также значения  $\bar{H}_B$  для всего северного полушария с использованием среднегодового профиля показателя преломления. Расчеты  $H_B^i$  и  $\bar{H}_B$  выполнялись по формулам (1) и (2) в интервале углов рефракции 50 ... 4000 угл.с. Погрешность расчета  $H_B$  по методу итераций задавалась равной 1 м. Некоторые результаты этих расчетов представлены в табл. 3. Как и ожидалось, значения  $H_B^i$ , вычисленные для одного и того же угла рефракции, существенно отличаются для разных моделей. При этом различия в значениях  $H_B^i$ , как оказалось, носят вполне закономерный характер. Более наглядно это иллюстрирует рис. 2, на котором приведены значения разностей  $\Delta H_B^i = H_B^i - \bar{H}_B$  в исследуемом диапазоне углов рефракции.

Таблица 3

Высота перигея линии визирования  $H_B$  (км) для разных моделей атмосферы.  
1 – тропическая зона, 2 и 3 – летняя и зимняя модели для умеренной зоны,  
4 и 5 – то же для полярной зоны, 6 – северное полушарие в целом

$r$ , угл. с	Модели					
	1	2	3	4	5	6
3500	2,44	2,73	3,57	3,22	4,12	3,32
3000	3,74	3,96	4,59	4,39	5,27	4,43
2000	7,29	7,60	8,12	8,13	8,69	7,99
1000	13,84	13,83	13,26	13,21	12,89	13,36
500	18,69	18,15	17,64	17,46	17,11	17,87
50	31,54	31,90	31,29	32,01	31,01	31,41

Как видно из этого рисунка, различия в значениях  $H_B^i$  для разных моделей значительны и имеют систематический характер, за исключением небольшого интервала углов рефракции примерно 1200 ... 1350 угл.с. В этом интервале, соответствующем диапазону высот примерно 10,5 ... 11,5 км, значения  $\Delta H_B^i$  минимальны и практически не зависят от используемой модели атмосферы. Этот вывод подтверждается и при использовании более подробных моделей атмосферы, приведенных в [2]. Кроме того, из статистики известно, что систематической ошибкой можно пренебречь, если ее величина не превосходит 1/5 общей случайной ошибки [11]. Поскольку случайная ошибка определения  $H_B$  только из-за внутрисезонной и внутререгиональной изменчивости атмосферы, как уже отмечалось ранее, составляет  $\sim 0,5$  км, то  $\Delta H_B^i$  в этом интервале можно пренебречь.

Полученные результаты позволяют существенно упростить методику определения высоты перигея линии визирования  $H_B$ . Действительно, измерения рефракции можно производить в узком диапазоне углов, а расчет  $H_B$  осуществляется по простой формуле (3) с использованием минимального количества моделей или даже одной модели для всего северного полушария. Кроме

того, как следует из формулы (5) и табл. 2, измерения рефракции в данном диапазоне высот значительно уменьшают вклад ошибок измерения в общую погрешность определения  $H_B$ .

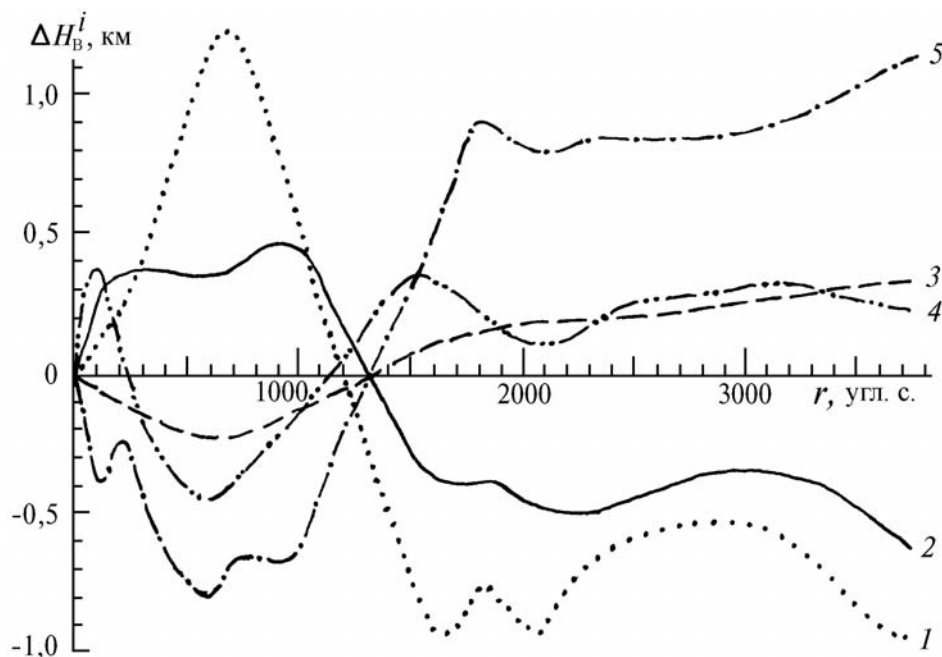


Рис. 2. Зависимость систематической ошибки  $\Delta H_B^i$  определения высоты перигея линии визирования от измеренного значения астрономической рефракции  $r$  для разных моделей атмосферы. 1 – тропическая модель, 2 и 3 – летняя и зимняя модели для умеренной зоны, 4 и 5 – то же для полярной зоны

В заключение отметим, что в данной статье не рассматривается влияние горизонтальной неоднородности поля показателя преломления на точность определения  $H_B$ . Связано это с отсутствием надежных данных о профилях горизонтальных градиентов показателя преломления, как для территории северного полушария, так и для отдельных широтных зон.

1. Кушпиль В.И., Останин Г.С., Саар Э.М. // ОМП. 1975. N 2. С. 23–25.
2. Гречко Г.М., Гурвич А.С., Казбанов В.А. и др. // Труды ГОИ. 1989. Т. 71. Вып. 205. С. 3–120.
3. Соколовский С.В. // Оптика атмосферы. 1991. Т. 4. N 5. С. 451–457.
4. Нелюбин Н.Ф. Учет влияния атмосферы при измерениях зенитных расстояний и наклонных дальностей: Автореф. дис. канд. техн. наук. Львов: ЛПИ, 1984. 21 с.
5. Гречко Г.М., Киселева Т.П., Николаева В.К. и др. // Космические исследования. 1985. Т. 23. Вып. 3. С. 471–476.
6. Owens J.С. // Appl. Optics. 1967. V. 6. N. 1. P. 51–59.
7. Ипполитов И.И., Комаров В.С., Мицель А.А. // Спектроскопические методы зондирования атмосферы. Новосибирск: Наука, 1985. С. 4–44.
8. Нелюбина В.П. // Рефракция оптических волн в атмосфере. Томск: ИОА СО АН СССР, 1982. С. 89–101.
9. Алексеев А.В., Кабанов М.В., Куштин И.Ф. и др. Оптическая рефракция в земной атмосфере (наклонные трассы). Новосибирск: Наука, 1983. 240 с.
10. Зуев В.Е., Комаров В.С. Статистические модели температуры и газовых компонент атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1986. 264 с.
11. Большаков В.Д. Теория ошибок наблюдений. М.: Недра, 1983. 223 с.

Институт оптики атмосферы СО РАН,  
Томск

Поступила в редакцию  
24 декабря 1992 г.

V. P. Nelyubina, N. F. Nelyubin. **On the precision of refraction technique in application to space navigation.**

Based on numerical calculations an expression describing in an explicit form the dependence of a sight line perigee  $H_S$  on the full (astronomic) refraction  $r$  is obtained. Analysis of the  $H_S$  determination accuracy is carried out for different seasons and in the Northern hemisphere. It is shown in this paper that in order to minimize the influence of seasonal and regional peculiarities in the refractive index field on the accuracy of  $H_S$  determination the spaceborne measurements of  $r$  are advised to be done within the altitude range of 10.5 to 11.5 km.