

В.А. Банах, А.В. Фалиц

Восстановление фазы оптической волны, распространяющейся в турбулентной атмосфере, из измерений разностей фаз

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 29.09.2000 г.

Реализован алгоритм восстановления скрытой фазы из главного значения градиента фазы и исследована его эффективность на примере адаптивной фокусировки оптической волны, распространяющейся в турбулентной атмосфере в условиях сильных флуктуаций интенсивности.

Введение

В задачах интерферометрии, восстановления и реконструкции изображений, адаптивной оптики возникает необходимость восстановления фазы волны либо из ее главного значения, либо из градиента ее главного значения. В первом случае, например, для интерферометрических радаров с синтезированной апертурой задача нахождения фазы [1–3] формулируется следующим образом: найти оценку $\hat{\varphi}(i, k)$ двумерной фазы $\varphi(i, k)$, заданной ее главным значением $\psi(i, k)$:

$$\psi(i, k) = P[\varphi(i, k)] = \varphi(i, k) \pm 2\pi n, \quad (1)$$

где i, k определяют положение пикселя в двумерном массиве дискретных значений фазы; оператор $P[\dots]$ означает приведение величины в скобках к интервалу главного значения фазы $[-\pi, \pi]$.

Без дополнительных предположений восстановление истинного значения фазы невозможно, и мы имеем тривиальное решение $\hat{\varphi} = \psi$. Поэтому для получения оценки $\hat{\varphi}$ обычно предполагают, что фаза φ не содержит разрывов, т. е. ее значения в соседних узлах дискретной сетки не могут различаться больше чем на $\pm \pi$. Можно показать, что в этом случае ограниченный своим главным значением градиент главного значения фазы $\hat{\nabla} \psi$ совпадает с градиентом истинной фазы $\nabla \varphi$ [2]:

$$\hat{\nabla} \psi(i, k) = \nabla \varphi(i, k), \quad (2)$$

где

$$\hat{\nabla} \psi(i, k) = \begin{pmatrix} P[\psi(i+1, k) - \psi(i, k)] \\ P[\psi(i, k+1) - \psi(i, k)] \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Из $\nabla \varphi$ истинная фаза может быть найдена интегрированием $\hat{\nabla} \psi$ вдоль произвольного пути.

Ситуация меняется, если присутствуют сильные шумы фазы и условие $< \pm \pi$, накладываемое на разность значений фазы в соседних узлах сетки, нару-

шается. Тогда поле градиента $\hat{\nabla} \psi$ перестает быть консервативным

$$\hat{\nabla} \psi \neq \nabla \varphi$$

и включает соленоидальную компоненту

$$\nabla \times \hat{\nabla} \psi \neq 0, \quad (4)$$

так что результат интегрирования $\hat{\nabla} \psi$ начинает зависеть от выбранного пути.

В теории интерферометрических радаров с синтезированной апертурой для нахождения фазы φ используются главным образом два метода: метод разрезов [1, 3] и метод наименьших квадратов [2, 3]. В методе разрезов идентифицируются области в интерферограммах, где $\hat{\nabla} \psi \neq \nabla \varphi$ и путь интегрирования при нахождении фазы из разностей фаз выбирается таким образом, чтобы миновать эти области. Получаемое решение неоднозначно и зависит от того, каким образом проведен разрез [3]. В методе наименьших квадратов отличие $\hat{\nabla} \psi$ от $\nabla \varphi$ трактуется как шум

$$\hat{\nabla} \psi = \nabla \varphi + \mathbf{n}_\nabla$$

и оценка истинной фазы находится путем минимизации квадратичной формы

$$\sum_i \sum_k |\nabla \hat{\varphi}(i, k) - \hat{\nabla} \psi(i, k)|^2. \quad (5)$$

Вариационная задача (5) эквивалентна конечно-разностному представлению уравнения Пуассона

$$\nabla \cdot \nabla \hat{\varphi} = \nabla \cdot \hat{\nabla} \psi \quad (6)$$

с граничными условиями Неймана. Решение этого уравнения и, следовательно, метод наименьших квадратов нахождения оценки истинной фазы легко реализуются на равномерной сетке с помощью преобразования Фурье [4]. При этом граничные условия в уравнении (6) для разностей фаз задаются с помощью периодического продолжения искомой функции за область определения путем зеркального отображе-

ния исходной сеточной функции на сетку с удвоенной размерностью [4, 12, 16].

Задача восстановления фазы по главному значению градиента главного значения фазы возникает при использовании для измерений фазового фронта волны интерферометрических датчиков или датчиков Гартмана. В дискретном представлении градиент фазы записывается в виде

$$\mathbf{g}(i, k) = \frac{P[\psi(i+1, k) - \psi(i, k)]}{d} \mathbf{e}_x + \frac{P[\psi(i, k+1) - \psi(i, k)]}{d} \mathbf{e}_y, \quad (7)$$

где d – расстояние между соседними узлами сетки; $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ – единичные векторы. Однако если поле градиента фазы неконсервативно, то обычно применяемый для оценки фазы из разностей фаз, найденных по локальным наклонам волнового фронта, метод наименьших квадратов приводит к потере уже полезной информации о фазе, поскольку не позволяет учесть соленоидальную компоненту градиента фазы (4) и восстановить так называемую «скрытую» фазу [5].

Действительно, если представить векторное поле градиента фазы \mathbf{g} в виде суммы потенциальной \mathbf{g}_p и соленоидальной \mathbf{g}_s компонент и подействовать на него оператором дивергенции [6], то решение (5) получающегося в результате этого уравнения Пуассона (6) будет соответствовать лишь потенциальной части поля \mathbf{g} : $\nabla \phi = \mathbf{g}_p$. В работе реализован алгоритм восстановления скрытой фазы из главного значения градиента фазы и исследована его эффективность на примере адаптивной фокусировки оптической волны, распространяющейся в турбулентной атмосфере в условиях сильных флуктуаций интенсивности.

1. Алгоритм восстановления скрытой фазы

Нарушение консервативности поля градиента фазы оптической волны (4) в турбулентной атмосфере происходит из-за случайных искажений поля волны на неоднородностях среды, которые приводят к потере пространственной когерентности и возникновению флуктуаций интенсивности волны. При распространении оптического излучения на большие расстояния флуктуации интенсивности становятся сильными [7], и в поперечной к направлению распространения плоскости возникает спекл-структура, в отдельных областях которой интенсивность света обращается в нуль, а фаза становится разрывной и имеет винтовые особенности (точки ветвления), называемые дислокациями волнового фронта [8]. Характерным признаком наличия дислокации в некоторой точке является то, что главное значение градиента фазы при обходе вокруг этой точки по замкнутому контуру меняется на $\pm 2\pi$, и мы можем записать, воспользовавшись (7) [5]:

$$\mathbf{g}(i, k) \cdot \mathbf{e}_x d + \mathbf{g}(i+1, k) \cdot \mathbf{e}_y d - \mathbf{g}(i, k+1) \cdot \mathbf{e}_x d - \mathbf{g}(i, k) \cdot \mathbf{e}_y d =$$

$$= \begin{cases} \pm 2\pi, & \text{если точка ветвления находится внутри контура,} \\ 0, & \text{если точка ветвления внутри контура отсутствует.} \end{cases} \quad (8)$$

Положительные и отрицательные точки ветвления фазы возникают попарно и связаны друг с другом через разрывы фазовой поверхности в областях низкой интенсивности волны.

В случае непрерывных функций с использованием теоремы Стокса формулу (8) можно переписать в виде

$$\oint_C \mathbf{g}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int_D d\mathbf{r} \mathbf{e}_z \cdot \nabla \times \mathbf{g}(\mathbf{r}) = \begin{cases} \pm 2\pi, & \text{если точка ветвления находится внутри контура,} \\ 0, & \text{если точка ветвления внутри контура отсутствует,} \end{cases} \quad (9)$$

где через C обозначена граница поверхности D . Контур C вокруг точки ветвления может быть выбран сколь угодно малым, и подынтегральную функцию в (9) можно аппроксимировать выражением [4]:

$$\mathbf{e}_z \cdot \nabla \times \mathbf{g}(\mathbf{r}) = \pm 2\pi \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{bp}), \quad (10)$$

где вектор \mathbf{r}_{bp} определяет точку ветвления фазы.

Представив градиент фазы в виде

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}) = \mathbf{g}_p(\mathbf{r}) + \mathbf{g}_s(\mathbf{r}) \quad (11)$$

и подействовав на него оператором ротора

$$\nabla \times \mathbf{g}(\mathbf{r}) = \nabla \times \mathbf{g}_s(\mathbf{r}), \quad (12)$$

находим, что нарушение консервативности поля градиента фазы связано с отличием от нуля ротора соленоидальной компоненты градиента [2, 9, 5].

Из (10) и (12) следует, что

$$\mathbf{e}_z \cdot \nabla \times \mathbf{g}_s(\mathbf{r}) = \pm 2\pi \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{bp}). \quad (13)$$

Представим оценку истинной фазы в виде [5]:

$$\hat{\phi}(\mathbf{r}) = \hat{\phi}_{\text{lmse}}(\mathbf{r}) + \hat{\phi}_{\text{hid}}(\mathbf{r}), \quad (14)$$

где через $\hat{\phi}_{\text{lmse}}(\mathbf{r})$ обозначена оценка истинной фазы по методу наименьших квадратов (5), которая соответствует потенциальной компоненте градиента фазы \mathbf{g}_p ; $\hat{\phi}_{\text{hid}}(\mathbf{r})$ – скрытая фаза, определяемая соленоидальной компонентой градиента фазы \mathbf{g}_s . Применяя операцию градиента в правой и левой частях (14), с учетом (11), (13) получаем

$$\nabla \times \nabla \hat{\phi}_{\text{hid}}(\mathbf{r}) = \pm 2\pi \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{bp}) \mathbf{e}_z. \quad (15)$$

Решение этого уравнения приведено в [5] и имеет вид

$$\hat{\phi}_{\text{hid}}(\mathbf{r}) = \text{Im}\{\pm \log[(x - x_{bp}) + i(y - y_{bp})]\}. \quad (16)$$

В общем случае с учетом того, что положительные и отрицательные точки ветвления возникают попарно, для $\hat{\phi}_{\text{hid}}$ имеем [5]:

$$\hat{\phi}_{\text{hid}}(\mathbf{r}) = \text{Im} \left\{ \log \left[\frac{\prod_{k=1}^K (x - x_k) - i(y - y_k)}{\prod_{k=1}^K (x - x'_k) - i(y - y'_k)} \right] \right\}, \quad (17)$$

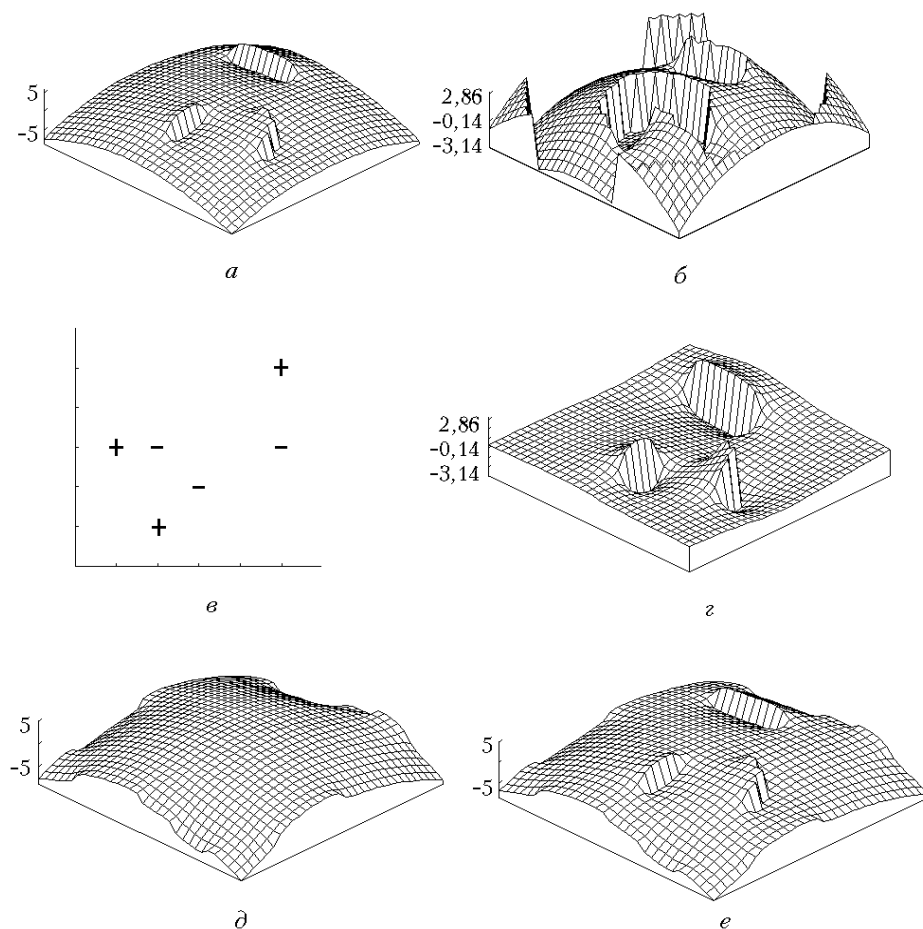


Рис. 1. Оценка фазы с помощью метода наименьших квадратов с учетом скрытой фазы

где x_k , y_k и x'_k , y'_k – соответственно координаты положительных и отрицательных точек ветвления фазы; K – число пар.

Рис. 1 иллюстрирует работу метода наименьших квадратов при восстановлении истинной фазы. На рис. 1, *a* представлена фазовая функция, содержащая фазовые разрывы. На рис. 1, *б* изображено главное значение истинной фазы, которое определяется формулой (1). Путем вычисления контурного интеграла (8) находят три пары точек ветвления фазы, местоположение которых изображено на рис. 1, *в*. С помощью формулы (17) рассчитывается скрытая фаза (рис. 1, *з*). Результат оценки фазы по методу наименьших квадратов представлен на рис. 1, *д*. Фаза, построенная в результате суммирования $\hat{\phi}_{\text{lmse}}$ на рис. 1, *д* и $\hat{\phi}_{\text{hid}}$ на рис. 1, *з* по формуле (14), показана на рис. 1, *е*.

2. Восстановление скрытой фазы

2.1. Постановка задачи численного моделирования

Эффективность описанного выше алгоритма восстановления скрытой фазы была исследована на примере адаптивной фокусировки волны, распространяющейся в турбулентной атмосфере. Рассматрива-

лась следующая задача. Коллимированный пучок света с гауссовым распределением амплитуды в начальной плоскости распространяется в атмосфере. Турбулентные условия распространения характеризуются параметром

$$\beta_0^2 = 1,23 C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}, \quad (18)$$

где C_n^2 – структурная характеристика флуктуаций показателя преломления воздуха; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны; L – длина трассы. Параметр β_0^2 есть не что иное, как дисперсия флуктуаций интенсивности (индекс мерцаний) плоской волны, рассчитанная в первом приближении метода плавных возмущений [10], и широко используется в качестве «единицы» измерения интенсивности оптической турбулентности [7]. В конце трассы находится собирающая линза. Перед линзой помещается фазовый корректор.

Численный эксперимент по фокусировке излучения, прошедшего слой турбулентной среды, проводился для различных схем коррекции фазовых искажений: идеальное фазовое сопряжение, мгновенно и точно воспроизводящее фазу волны; компенсация искажений фазы, восстановленной методом наименьших квадратов из разностей фаз; коррекция, основанная на восстановлении фазы методом наименьших квадратов из разностей фаз с учетом скрытой фазы, и,

наконец, в отсутствие коррекции фазы. Эффективность фазовой коррекции оценивается по параметру Штреля

$$St = I/I_0, \quad (19)$$

определяемому отношению интенсивности света в фокусе линзы при распространении излучения в турбулентной среде I к интенсивности I_0 в фокусе линзы при распространении в однородной среде. Схема численного эксперимента показана на рис. 2.

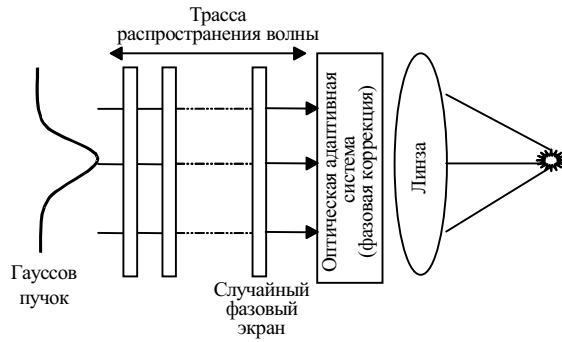


Рис. 2. Схема моделирования адаптивной фокусировки волны, прошедшей через однородный турбулентный слой

Моделирование распространения пучка света через турбулентную среду производилось путем численного решения параболического уравнения

$$2ik \frac{\partial U(z, \rho)}{\partial z} + \Delta_{\perp} U(z, \rho) + 2k^2 \tilde{n}(z, \rho) U(z, \rho) = 0, \quad (20)$$

где $U(z, \rho)$ – комплексная амплитуда поля; $\rho = (x, y)$; $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$; \tilde{n} – флуктуирующая часть показателя преломления, распространение происходит вдоль оси z . ТраССа распространения разбивалась на слои толщиной Δz . На передней границе каждого слоя моделировался случайный фазовый экран, после прохождения которого распространяющийся пучок приобретает фазовые искажения. Затем внутри каждого слоя рассчитывается дифракция пучка с использованием быстрого преобразования Фурье.

Моделирование фазового экрана осуществлялось по формуле

$$\theta(j\Delta x, l\Delta y) = \sum_{n=0}^{N_x} \sum_{m=0}^{N_y} [a(n, m) + ib(n, m)] \left[2\pi i \left(\frac{jn}{N_x} + \frac{lm}{N_y} \right) \right], \quad (21)$$

где Δx , Δy – расстояние между узлами расчетной сетки по координатам x и y ; N_x и N_y – размерность массива; $L_x = \Delta x N_x$ и $L_y = \Delta y N_y$ – размеры расчетной сетки; $a(n, m)$ и $b(n, m)$ – случайная некоррелированная последовательность чисел с дисперсией

$$\langle a^2(n, m) \rangle = \langle b^2(n, m) \rangle = \Delta q_x \Delta q_y \Phi_{\theta}(n\Delta q_x, m\Delta q_y, z),$$

где Φ_{θ} – спектральная плотность флуктуаций фазы;

$\Delta q_x = \frac{2\pi}{N_x \Delta x}$ и $\Delta q_y = \frac{2\pi}{N_y \Delta y}$ определяют шаг сетки в спектральной области. Спектр флуктуаций фазы задавался формулой

$$\Phi_{\theta}(q_x, q_y, q_z) = 2\pi k^2 \Delta z \Phi_n(q_x, q_y, q_z=0, z), \quad (22)$$

где

$$\Phi_n(q) = 0,033 C_n^2 q^{-11/3} \exp(-q^2/q_m^2) \quad (23)$$

– спектр турбулентных флуктуаций показателя преломления; $q = |q|$, $g_m = 5,92/l_0$, l_0 – внутренний масштаб турбулентности.

Алгоритм моделирования фазового экрана (21) не позволяет правильно учесть частоты более низкие, чем это определяет шаг сетки в частотной области Δq_x , Δq_y , что приводит к ошибкам моделирования крупномасштабных флуктуаций фазы. Поэтому для моделирования фазового экрана вблизи нулевой частоты использовался метод субгармоник [11], в соответствии с которым расчетная формула для θ имеет вид

$$\theta_{sh}(j\Delta x, l\Delta y) = \sum_{p=1}^{N_p} \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 [a(n, m, p) + ib(n, m, p)] \times \left[2\pi i \frac{jn}{3^p N_x} + 2\pi i \frac{lm}{3^p N_y} \right], \quad (24)$$

где

$$\langle a^2(n, m, p) \rangle = \langle b^2(n, m, p) \rangle = \Delta q_{x_p} \Delta q_{y_p} \Phi_{\theta}(n\Delta q_{x_p}, m\Delta q_{y_p}),$$

$n \neq 0, m \neq 0$. При моделировании задавалось значение $N_p = 3$, шаг сетки определялся значениями $\Delta q_{x_p} = \frac{\Delta q_x}{3^p}$ и $\Delta q_{y_p} = \frac{\Delta q_y}{3^p}$.

2.2. Скрытая фаза и эффективность адаптивной фокусировки

Исследованию влияния скрытой фазы на эффективность фазовой коррекции в атмосфере посвящены работы [12–16], в которых сделан вывод о том, что эффективность адаптивных систем существенно снижается, если коррекция осуществляется без учета «вихревой», по терминологии авторов, компоненты фазы. Однако восстановления самой вихревой компоненты фазы из разностей фаз, измеряемых датчиками волнового фронта, в работах [12–14, 16] не производилось. Более того, в [12, 14] отмечалось, что попытки учета «скрытой» фазы по разности фаз с использованием алгоритмов [4] оказались безрезультатными. В отличие от работ [12–14, 16] представленные ниже расчеты эффективности адаптивной фокусировки основываются на результатах восстановления скрытой фазы с использованием описанного выше алгоритма и получены в более широком диапазоне значений параметра β_0^2 .

На рис. 3 представлены графики зависимости числа Штреля от индекса мерцаний (18) для случая распространения в турбулентной атмосфере плоской волны. Рис. 4 показывает аналогичные результаты для коллимированного гауссова пучка с числом Френеля

передающей апертуры $\Omega = ka^2/L = 90 \pm 4,5$, где a – начальный радиус пучка.

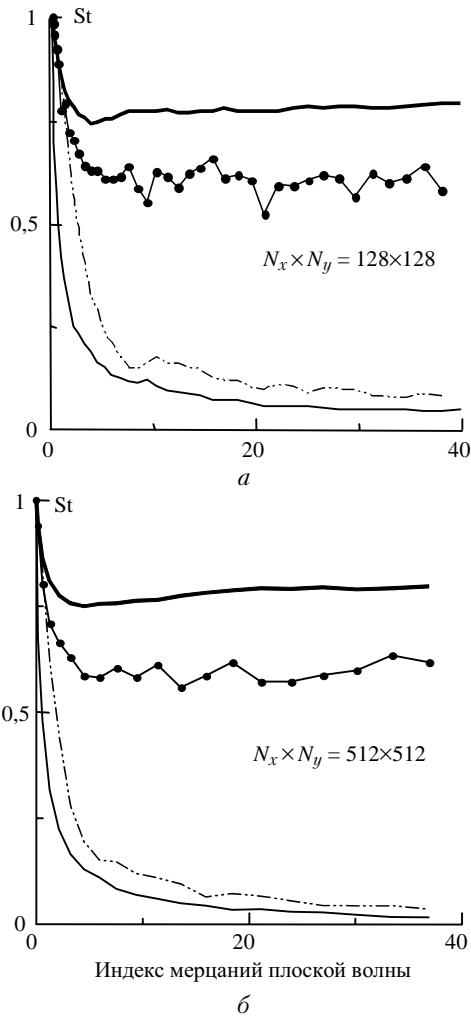


Рис. 3. Зависимость параметра Штреля от индекса мерцаний плоской волны при фокусировке плоской волны: — — без фазовой коррекции; — — идеальная фазовая коррекция; — · — — коррекция гладкой фазы; — · — · — коррекция при учете скрытой фазы

Из рис 3, 4 видно, что учет скрытой фазы при восстановлении истинной фазы приводит к повышению эффективности адаптивной фокусировки в области сильных флуктуаций интенсивности $\beta_0^2 > 2$, когда плотность дислокаций начинает заметно возрастать по сравнению с восстановлением фазы по методу наименьших квадратов. И если эффективность адаптивной фокусировки, основанной на результатах восстановления фазы по методу наименьших квадратов, падает по мере увеличения интенсивности турбулентности на трассе (параметра β_0^2), то учет скрытой фазы приводит к сохранению параметра Штреля в области сильных флуктуаций примерно на одном уровне. При этом в случае коллимированного пучка учет скрытой фазы дает для параметра Штреля результаты, практически совпадающие с результатами идеального фазового корректора, что свидетельствует о

высокой эффективности реализованного алгоритма восстановления скрытой фазы.

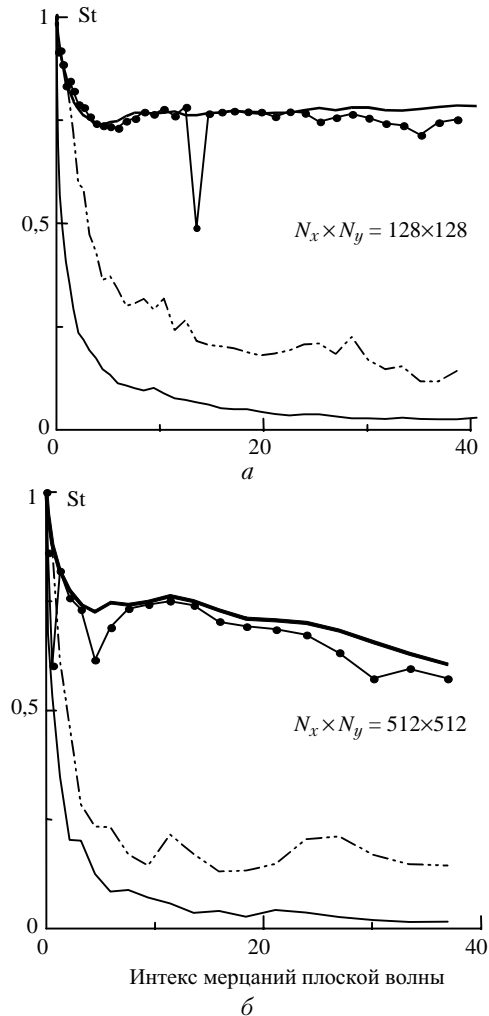


Рис. 4. Параметр Штреля как функция индекса мерцаний гауссова пучка: — — без фазовой коррекции; — — идеальная фазовая коррекция; — · — — коррекция гладкой фазы; — · — · — коррекция при учете скрытой фазы

Локализация точек ветвления в распределении фазы осуществлялась в соответствии с (8) путем суммирования разностей фаз (градиентов) по контуру, определяемому шагом расчетной сетки. Оценка фазы выполнялась по формулам (5), (14), (17). Из сравнения результатов расчета на рис. 3 и 4, полученных при $N_x = N_y = 128$ и 512, следует, что качественно картина не меняется при изменении шага расчетной сетки.

Тем не менее не всегда восстановление скрытой фазы описанным способом дает одинаково хорошие результаты. Это видно из рис. 4 на кривых, соответствующих параметру Штреля для случая коррекции фазы, восстановленной методом наименьших квадратов с учетом скрытой фазы, где отдельные точки лежат существенно ниже остальных. Остановимся на возможных причинах таких «отскоков».

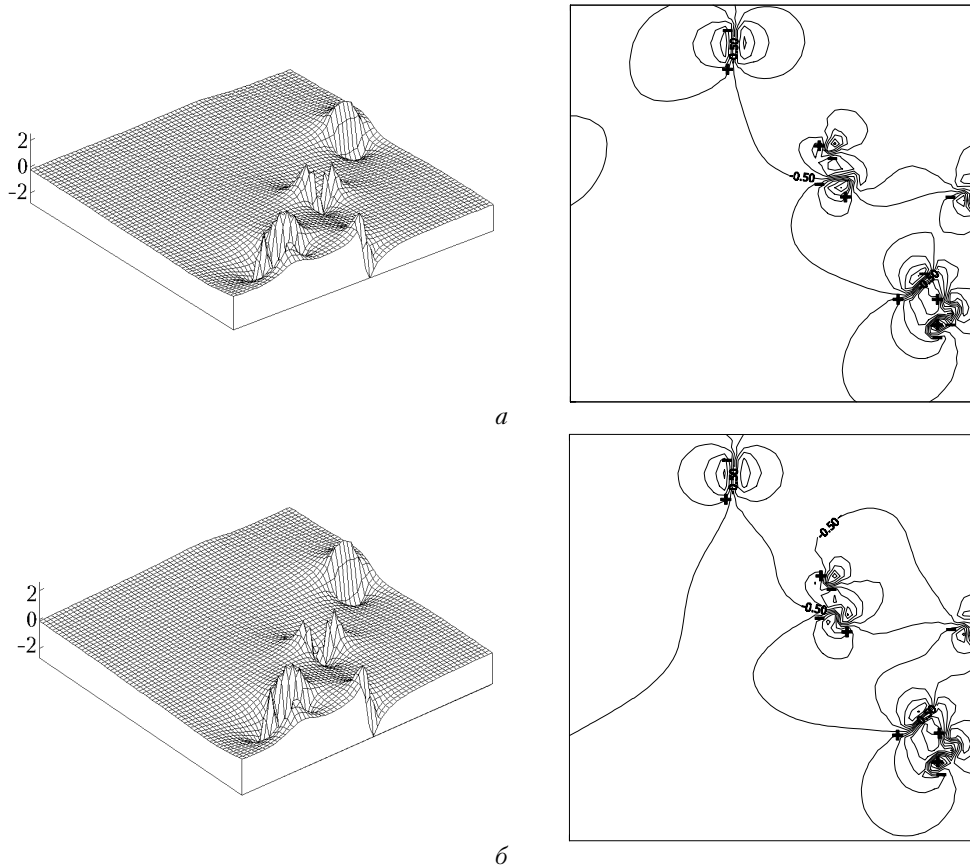


Рис. 5. Истинная скрытая фаза и положение точек ветвления фазы (а); скрытая фаза, рассчитанная по найденным точкам ветвления (б)

2.3. Ложные разрезы

Если известно главное значение фазы ψ , например из результатов численного решения уравнения (20) для комплексной амплитуды поля, то скрытая фаза может быть рассчитана по формуле

$$\hat{\phi}_{\text{hid}} = P[\psi - \hat{\phi}_{\text{Imse}}]. \quad (25)$$

Скрытая фаза, найденная таким образом, использовалась для сравнения с расчетом скрытой фазы по формуле (17). При этом эффективность адаптивной фокусировки с использованием алгоритма учета скрытой фазы по формуле (25) получается точно такой же, как и в случае идеальной фазовой коррекции. На рис. 5 представлены результаты расчета скрытой фазы и ее контурного профиля по формулам (25) и (17).

Из рис. 5 видно, что для данного примера оба подхода дают одинаковый результат и расчетная эффективность адаптивной фокусировки при использовании формулы (17) для учета скрытой фазы будет близка к эффективности фокусировки, достигаемой при использовании идеального фазового корректора. Однако это не всегда так.

Дело в том, что построение скрытой фазы производится по координатам положительных и отрицательных точек ветвления, при нахождении которых невозможно выбрать контур интегрирования в выра-

жении (8) бесконечно малым, он всегда имеет конечные размеры, определяемые шагом сетки. В результате построение скрытой фазы по формуле (17) может выполняться с ошибкой. На рис. 6 схематично показаны различные ситуации, которые могут возникнуть при определении координат точек ветвления фазы.

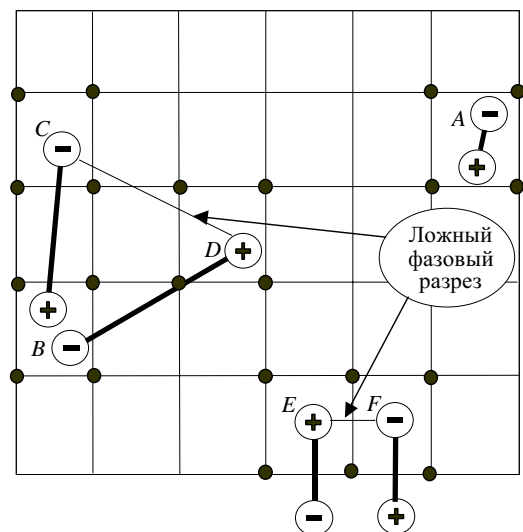


Рис. 6. Схема возможного формирования ложных разрезов при расчете скрытой фазы по формуле (17)

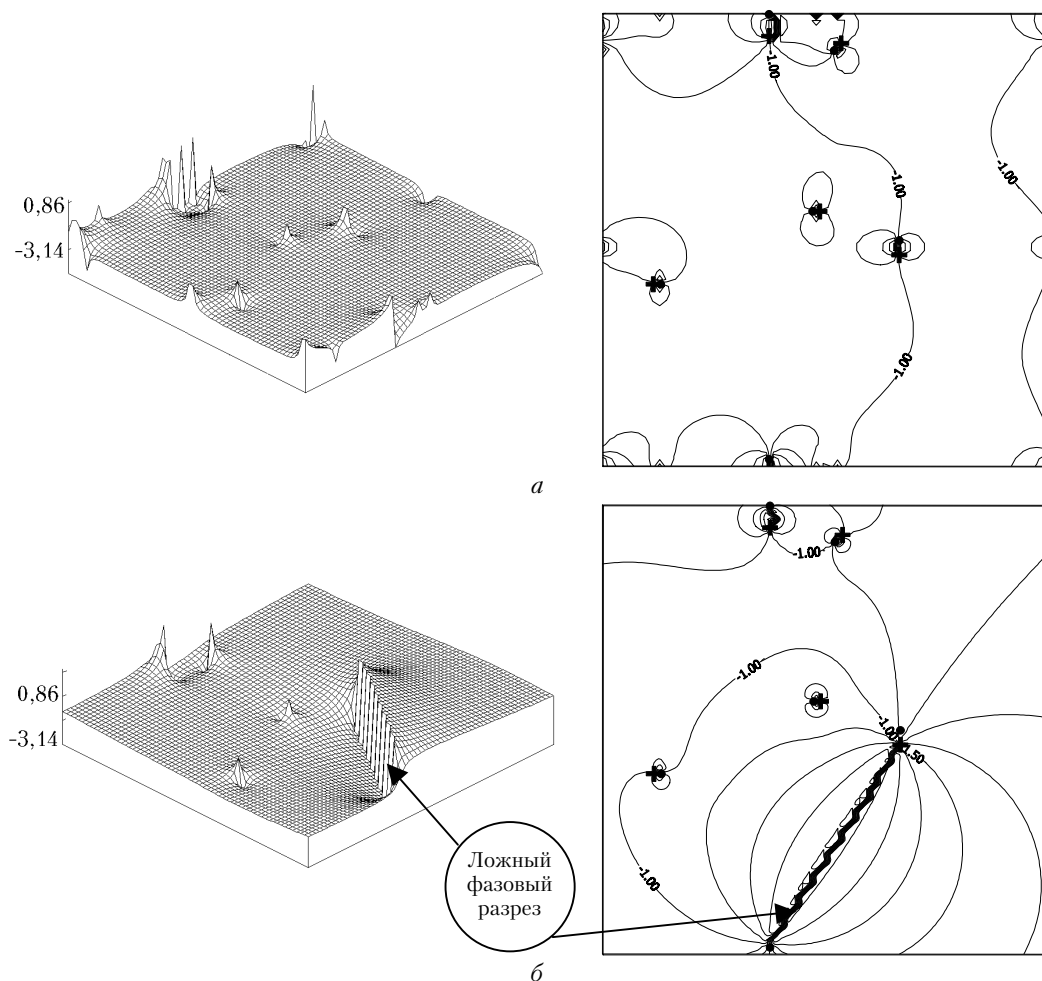


Рис. 7. Формирование ложных фазовых разрезов: истинная скрытая фаза (а); скрытая фаза, содержащая ложный фазовый разрез (б)

Из рис. 6 видно, что если отрицательная и положительная точки ветвления находятся в контуре *A*, то контурный интеграл будет равен нулю и обе точки ветвления не будут обнаружены. Алгоритм обнаружения точек ветвления в этом случае даст ошибочный результат. Данной ошибкой можно пренебречь, если внутри контура оказываются парные точки, соединенные фазовым разрезом, поскольку длина этого разреза мала.

В контуре *B* также находятся две точки ветвления фазы, но они не соединены между собой фазовым разрывом. Контурный интеграл вдоль контура *B* будет равен нулю. При расчете скрытой фазы отрицательная точка в контуре *C* соединится фазовым разрывом с положительной, находящейся внутри контура *D*. Таким образом будет построен фазовый разрыв, которого на самом деле нет.

Парные точки могут находиться и за пределами расчетной сетки. Точка в контуре *E* соединена с точкой, которая находится за пределами сетки. Аналогичная ситуация и с точкой, находящейся в контуре *F*. При расчете по формуле (17) положительная точка ветвления фазы в контуре *E* соединится ложным разрезом с точкой, находящейся в контуре *F*. Если

число таких ложных разрывов будет велико, то скрытая фаза, рассчитанная по формуле (17), может значительно отличаться от результата (25).

При проведении численного моделирования можно проследить описанные выше ситуации с возникновением ложных фазовых разрывов. На рис. 7, *a* представлены скрытая фаза и ее контурный профиль с нанесенными точками ветвления фазы, найденными в соответствии с выражением (25). На рис. 7, *б* изображены поверхность скрытой фазы и ее контурный профиль, рассчитанные с использованием формулы (17) по обнаруженным точкам ветвления фазы. Хорошо видно, где скрытая фаза, найденная по формуле (17), совпадает с истинной скрытой фазой, а где находится ложный фазовый разрыв.

Заключение

В работе реализован алгоритм восстановления скрытой фазы из главного значения градиента фазы и исследована его эффективность на примере адаптивной фокусировки оптической волны, распространяющейся в турбулентной атмосфере в условиях сильных флуктуаций интенсивности. Несмотря на то что при использовании данного алгоритма восстановления

фазы в отдельных реализациях могут формироваться ложные фазовые разрезы, приводящие к ошибкам в оценке скрытой фазы, в среднем эффективность данного алгоритма является высокой.

Точность алгоритма может быть повышена. Например, уменьшение расстояния между узлами расчетной сетки (увеличение разрешения системы) позволит уменьшить число ложных фазовых разрывов. А ошибку, связанную с краевыми точками, можно устранить путем исключения непарных точек в расчетах скрытой фазы по формуле (17).

Авторы выражают благодарность И.Н. Смалихо за помощь в разработке алгоритма численного моделирования распространения волн в турбулентной атмосфере.

1. Goldstein R.M., Zebker H.A., and Werner C.L. Satellite radar interferometry: Two-dimensional phase unwrapping // *Radio Sci.* 1988. V. 23. N 4. P. 713–720.
2. Bamler R., Adam N., Davidson G., Just D. Noise-induced slope distortion in 2-D phase unwrapping by linear estimators with application to SAR interferometry // *IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sens.* 1998. V. 36. N 3. P. 913–921.
3. Ghiglia D.C., and Pritt M.D. *Two-Dimensional Phase Unwrapping: Theory, Algorithms, and Software.* New York: Wiley Interscience, 1998. 492 p.
4. Takajo H., and Takahashi T. Least-squares phase estimation from the phase difference // *J. Opt. Soc. Amer. A.* 1988. V. 5. N 3. P. 416–425.
5. Fried D.L. Branch point problem in adaptive optics // *J. Opt. Soc. Amer. A.* 1998. V. 15. N 10. P. 2759–2768.

6. Herrman J. Least-squares wave front errors of minimum norm // *J. Opt. Soc. Amer.* 1980. V. 70. N 1. P. 28–35.
7. Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В. Оптика турбулентной атмосферы. Л.: Гидрометеониздат, 1988. 270 с.
8. Baranova N.B., Mamaev A.V., Pilipetsky N.F., Shkunov V.V., and Zel'dovich B.Ya. Wave-front dislocations: topological limitations for adaptive systems with phase conjugation // *J. Opt. Soc. Amer.* 1983. V. 73. N 5. P. 525–528.
9. Aksenov V., Banakh V., and Tikhomirova O. Potential and vortex features of optical speckle fields and visualization of wave-front singularities // *Appl. Opt.* 1998. N 21. V. 37. P. 4536–4540.
10. Тамарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.
11. Frehlich R. Simulation of laser propagation in a turbulent atmosphere // *Appl. Opt.* 2000. V. 39. N 3. P. 393–397.
12. Лукин В.П., Фортес Б.В. О влиянии дислокаций волнового фронта на нестабильность фазового сопряжения при компенсации теплового самовоздействия // *Оптика атмосфер. и океана.* 1995. Т. 8. № 3. С. 435–447.
13. Фортес Б.В. Фазовая коррекция турбулентного размытия изображения в условиях сильных флуктуаций интенсивности // *Оптика атмосфер. и океана.* 1999. Т. 12. № 5. С. 422–427.
14. Лукин В.П., Фортес Б.В. Адаптивная коррекция фокусированного пучка в условиях сильных флуктуаций интенсивности // *Оптика атмосфер. и океана.* 2000. Т. 13. № 5. С. 515–520.
15. Roggemann M.C., and Koivunen A.C. Wave-front sensing and deformable-mirror control in strong scintillation // *J. Opt. Soc. Amer. A.* 2000. V. 17. № 5. P. 911–919.
16. Лукин В.П., Фортес Б.В. Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 214 с.

V.A. Banakh, A.V. Falits. Reconstruction of phase of optical wave, propagating through the turbulent atmosphere, from measurements of phase differences.

The algorithm of reconstructing the hidden phase from the principal value of the phase gradient is realized. Its efficiency is studied using the adaptive focusing of optical wave, propagating through the turbulent atmosphere under conditions of strong fluctuations of intensity, as the example.